

# 核内核子-核子弹性散射截面\*

茅广军 李祝霞 卓益忠 韩银录

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

余 自 强

(南开大学物理系 天津 300071)

1993 年 11 月 15 日收到

## 摘 要

通过对标量、矢量介子场引入动量-密度相关的耦合常数,能够同时重现核物质饱和态性质、能量依赖的相对论光学势以及核内核子平均自由程的实验结果.并用这套耦合常数计算了核内核子-核子弹性散射截面,结果表明,在某些能量区域密度依赖很明显而必须加以考虑.

**关键词** 饱和态性质,相对论光学势,有效弹性散射截面,相对论 BUU.

## 1 引 言

相对论重离子碰撞使我们有机会研究远离基态的核物质性质以及碰撞后核物质随时间演化过程,但是所有这些有用的信息只有通过适当的理论模型描述才能间接地获得,因而一个正确的理论描述是至关重要的.相对论 Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU) 方程作为一个实用的模型,在描述重离子碰撞方面已取得可喜成果<sup>[1-3]</sup>.但是,在目前的相对论 BUU 模型中,平均场和碰撞项之间是不自洽的,两体碰撞截面是作为单独的参数输入的,而事实上它和平均场一起都由核子-核子两体相互作用决定;尤其是在重离子碰撞过程中密度变化很大,自洽地考虑平均场和碰撞项的介质效应就尤为重要.为此,在文献[4]中我们以 Walecka 的 QHD-I 和 QHD-II 模型为基础,利用闭合时间回路格林函数方法推导出了自洽的 BUU 方程.

Walecka 的  $\sigma$ - $\omega$  有效相互作用作为目前广泛应用的模型,能够成功地描述核物质饱和态性质和有限核基态性质,但由它计算的相对论光学势的线性能量依赖关系是不正确的(见图 2),一些作者<sup>[5,6]</sup>提出了各种不同的修正方法,使之符合经验光学势.不过,反之通过符合光学势来获取有效相互作用的知识是非常不够的,我们认为应该考虑更多的实验观察量,诸如两体碰撞截面,核内核子平均自由程等.另一方面,近期的 Dirac-Brueckner (DB) 计算表明  $\sigma$ 、 $\omega$  场的耦合常数应该是核介质密度相关的.

\* 国家自然科学基金资助项目.

为此, 我们引入动量-密度相关的标量、矢量介子场耦合常数, 通过拟合核物质饱和性质, 能量依赖的相对论光学势和核内核子平均自由程 ( $\lambda = 1/\rho \cdot \sigma$ ) 的实验结果以及 DB 有关密度依赖的计算结果来得到参数化的具体形式, 进一步改进  $\sigma$ - $\omega$  模型; 在此基础上计算核内核子-核子弹性散射截面的数值结果, 以便应用到相对论重离子碰撞的计算中去。

## 2 动量-密度相关的耦合常数

### 2.1 理论模型及有效相互作用

在文献[4]中我们由有效拉氏密度

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_I, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I = & g_\sigma \bar{\psi}(x) \psi(x) \phi(x) - g_\omega \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) V^\mu(x) \\ & - g_\pi \bar{\psi}(x) \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \psi(x) - \frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu \psi(x) \end{aligned} \quad (2)$$

出发推导自洽的相对论 BUU 方程。其中  $\mathcal{L}_F$  是自由介子、核子场拉氏密度,  $\mathcal{L}_I$  是相互作用拉氏密度。与通常的相对论 BUU 方程不同, 在我们的模型中平均场和碰撞项是根据同一拉氏量推导得到的。整个 BUU 方程可表示为

$$\begin{aligned} & \{[(\partial_x^\alpha - \Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\mu}(x, p)\partial_p^\mu - \partial_p^\nu \Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\nu}(x, p)\partial_\nu^\alpha] p_\mu \\ & + m^*[\partial_\nu^\alpha \Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\nu}(x, p)\partial_p^\nu - \partial_p^\nu \Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\nu}(x, p)\partial_\nu^\alpha]\} \frac{f(x, p, \tau)}{E^*} \\ & = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \sigma(s, t) v [F_2^0 - F_1] d\Omega. \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\mu}(x, p) = \partial_x^\alpha \Sigma_{\text{HF}}^{\nu\mu}(x, p) - \partial_x^\nu \Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\mu}(x, p), \quad (4)$$

$\Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\mu}(x, p)$ ,  $\Sigma_{\text{HF}}^{\alpha\nu}(x, p)$  是自能项的矢量和标量部分, H、F 分别表示 Hartree 和 Fock 项; 截面  $\sigma(s, t)$  和自能项的表达式在文献[4]中给出。在下面的计算中考虑到计算量我们采用简化模型, 即仅考虑  $\sigma$ 、 $\omega$  介子, 同时略去 Fock 项, 因为它的效应已经有效地包含在动量-密度相关的耦合常数中。

### 2.2 动量-密度相关的耦合常数

首先, 我们假设耦合常数的动量相关和密度相关是相互独立的。为了将来应用方便, 我们采用自由空间中二核子系统的总能量  $s$  来表示动量相关, 动量-密度相关的耦合常数可写为

$$g_\sigma^2(s, \rho) = (g_\sigma^\rho(\rho))^2 (g_\sigma^s(s))^2, \quad (5)$$

$$g_\omega^2(s, \rho) = (g_\omega^\rho(\rho))^2 (g_\omega^s(s))^2. \quad (6)$$

其中  $g^s(s)$  是动量相关部分;  $g^\rho(\rho)$  是密度相关部分, 并且在  $\rho = \rho_0$  处归一。

由于通常相对论光学势  $U_{\text{opt}}$  和平均自由程  $\lambda$  是入射粒子能量  $E$  的函数, 如果在核物质静止坐标系中略掉费米动量的贡献, 则

$$s = (E + M^2)^{\frac{1}{2}} - p^2. \quad (7)$$

在自由空间中  $E$  定义为

$$E = (p^2 + M^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

在核物质中

$$E = \Sigma_H^0 + (p^2 + m^{*2})^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

利用(7)式可以等价地把(5)、(6)式改写为

$$g_s^2(E, \rho) = (g_s^0(\rho))^2 (g_s^0(E))^2, \quad (10)$$

$$g_\omega^2(E, \rho) = (g_\omega^0(\rho))^2 (g_\omega^0(E))^2. \quad (11)$$

对于耦合常数的密度相关部分要求它能重现 DB 的计算结果, 而对于动量相关部分则进一步假设

$$(g_s^0(E))^2 = g_s^0 + g_s^1/E + g_s^2/E^2 + g_s^3/E^3, \quad (12)$$

$$(g_\omega^0(E))^2 = g_\omega^0 + g_\omega^1/E + g_\omega^2/E^2 + g_\omega^3/E^3; \quad (13)$$

然后通过拟合相对论光学势和平均自由程的实验结果来决定(12)、(13)式中的参数。下面先给出计算公式。

相对论光学势  $U_{opt}$  定义为<sup>[5]</sup>

$$U_{opt}(E) = E - \sqrt{(E - \Sigma_H^0)^2 - \Sigma_H^1(2M + \Sigma_H^1)}. \quad (14)$$

为了计算平均自由程, 必须先计算核子-核子碰撞有效截面。在零温下考虑泡利效应后核内核子-核子弹性散射截面可以定义为

$$\sigma_{NN \rightarrow NN}^* = \frac{1}{8(2\pi)^2} \int_0^{p_F} d^3 p_2 \int_{-W}^W \sigma(s, t) d \cos \theta. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} W &= 0 & \text{for } p \leq K_l \\ W &= 1 & \text{for } p \geq K_+ \\ W &= \cos \alpha & \text{for } K_l < p < K_+. \end{aligned} \quad (16)$$

$K_l$ 、 $K_+$  和  $\alpha$  的具体表达式见文献[7]。这里  $p_F$  是费米动量,  $\rho$  是核物质密度

$$\rho = \frac{2p_F^3}{3\pi^2}. \quad (17)$$

在介子、核子耦合顶角引入形状因子

$$F(t) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - t}. \quad (18)$$

在计算中还考虑了非弹道效应, 有效非弹截面我们采用 Bertsch 等人的结果<sup>[8,9]</sup>

$$\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^* = \sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^{free} [1.0 + 0.24(\rho/\rho_0)^2 - 0.07(\rho/\rho_0)], \quad (19)$$

$$\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^{free} = \begin{cases} 0 & \text{if } \sqrt{s} < 2.015 \\ \frac{20(\sqrt{s} - 2.015)^2}{0.015 + (\sqrt{s} - 2.015)} & \text{if } \sqrt{s} > 2.015 \end{cases} \quad (20)$$

最后得到平均自由程

$$\lambda = \frac{1}{\rho \cdot \sigma_{\text{tot}}}, \quad (21)$$

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{NN} \rightarrow \text{NN}}^* + \sigma_{\text{NN} \rightarrow \text{N}\Delta}^*. \quad (22)$$

### 2.3 参数化实验结果

首先我们必须保证核物质饱和态性质不变,即

$$g_{\sigma}(E_0, \rho_0) = g_{\sigma}, \quad (23)$$

$$g_{\omega}(E_0, \rho_0) = g_{\omega}. \quad (24)$$

其中

$$E_0 = E_{\text{bin}} + M, \quad (25)$$

$g_{\sigma}$ ,  $g_{\omega}$  是通过拟合饱和态性质得到的耦合常数<sup>[3]</sup>. 在表 1 中给出本文所采用的三组参数和相应的饱和态性质.

表 1

	$g_{\sigma}$	$g_{\omega}$	$bg_{\sigma}^3$	$cg_{\sigma}^4$	$E_{\text{bin}}$	$m^*$	K(MeV)	$\rho_0$
set A	9.40	10.95	-0.69	40.44	-15.57	0.70	380	0.145
set B	6.90	7.54	-40.49	383.07	-15.76	0.83	380	0.145
set C	7.937	6.696	42.35	157.55	-16	0.85	210	0.153

然后通过拟合相对论光学势和核内核子平均自由程的实验结果得到  $g_{\sigma}^0$ ,  $g_{\sigma}^1$ ,  $g_{\sigma}^2$ ,  $g_{\sigma}^3$ ,  $g_{\omega}^0$ ,  $g_{\omega}^1$ ,  $g_{\omega}^2$ ,  $g_{\omega}^3$  及  $\Lambda_{\sigma}$ ,  $\Lambda_{\omega}$  (见表 2). 相对论光学势的实验数据取自文献 [10], 平均自由程的实验数据取自文献 [11].

表 2

	set A	set B	set C		set A	set B	set C
$\Lambda_{\sigma}$	704.36	1200.00	1187.41	$\Lambda_{\omega}$	950.07	808.29	823.64
$g_{\sigma}^0$	206.488	217.231	78.965	$g_{\omega}^0$	164.707	185.157	104.197
$g_{\sigma}^1$	-443.308	-526.651	-146.303	$g_{\omega}^1$	-503.419	-572.503	-336.405
$g_{\sigma}^2$	589.232	678.793	211.778	$g_{\omega}^2$	939.669	951.254	598.453
$g_{\sigma}^3$	-259.114	-311.268	-83.388	$g_{\omega}^3$	-473.722	-491.220	-312.456

图 1 给出相对论光学势的计算结果和实验值. 可以看出三组参数都能够很好地符合实验, 理论计算的曲线在动能大约为 400MeV 处开始弯曲, 然后直到 1GeV  $U_{\text{opt}}$  保持饱和值. 为了作比较在图 2 给出用表 1 中动量-密度无关的耦合常数的计算结果, 不难看出

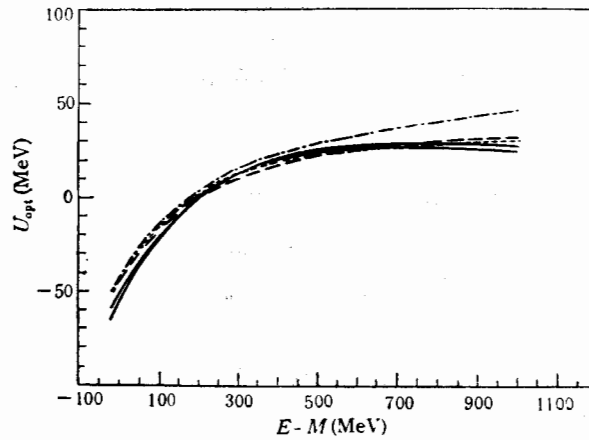


图1 相对论光学势随入射动能的变化

—是实验数据; ---set A; - · - · - set B; · · · · · set C.

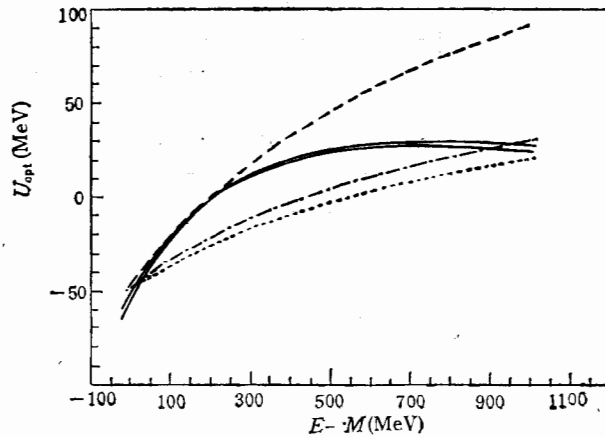


图2 与图1相同但用动量-密度无关的耦合常数

—set A; - · - · - set B; · · · · · set C.

用该组耦合常数理论值和实验结果相差很大。

图3给出核内核子平均自由程。我们发现B组参数可以很好地符合实验，特别是当能量大于180MeV时。在能量为80MeV到300MeV处存在一个平台，超过300MeV后平均自由程下降较快，因为此时 $\Delta$ 粒子产生道开始显出效应。

从图1和图3可以得到些什么信息呢？第一，上述结果意味着关于动量-密度相关的耦合常数的假设是合理的；第二，通过比较A、B、C三组参数的结果，发现尽管A、C二组参数可以与B组参数同样好地重现相对论光学势的实验结果，但在符合平均自由程时远不如B组参数，正像在引言中提到的一样，这说明在参数化有效相互作用过程中仅拟合相对论光学势是不够的，碰撞项必须同时加以考虑，也就是说核内核子-核子散射截面给出了有效相互作用更严格的检验。

由上面的讨论我们认为B组参数可以合适地描述耦合常数的动量相关，为了在重离

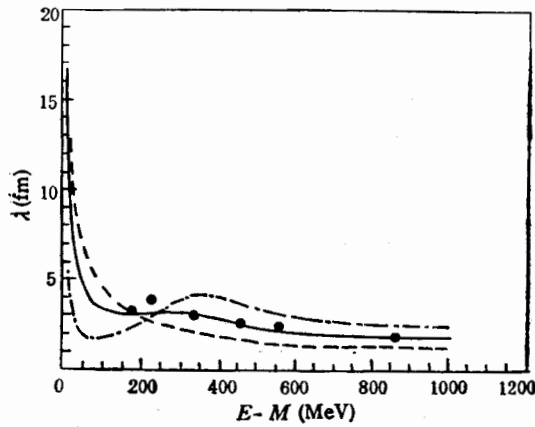


图3 核内核子平均自由程

●●是实验数据; ——set A; ——set B; - - - -set C.

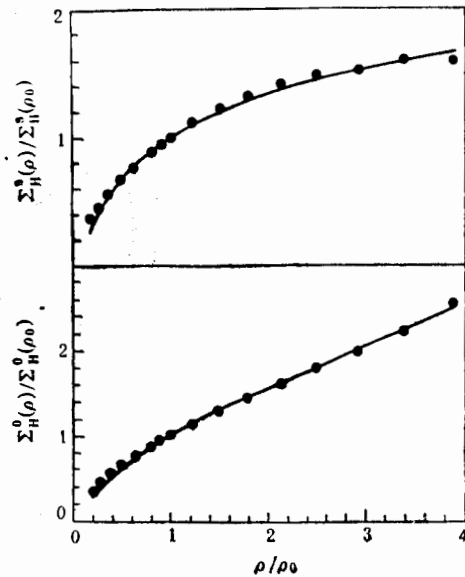


图4 平均场随密度的变化

●●是 Brockmann 等人的计算结果.

子碰撞的计算中应用方便,把它重新写为  $s$  的函数

$$g_{\sigma}^2(s) = \begin{cases} -3.46929s^2 + 28.577s - 50.4562 & \text{if } s < 4.0354 \\ 0.537324s + 6.22744 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (26)$$

$$g_{\omega}^2(s) = \begin{cases} -5.96876s^2 + 47.5794s - 85.6181 & \text{if } s \leq 3.8675 \\ 0.548925s^3 - 7.73408s^2 + 35.743s - 45.2023 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (27)$$

这里  $s$  的单位是  $\text{GeV}^2$ .

上面我们在  $\rho = \rho_0$  处拟合相对论光学势和平均自由程的实验结果得到了耦合常数的动量相关部分,对于耦合常数的密度依赖关系,因为没有实验数据可以拟合,仅要求重现 DB 的计算结果.在相同的密度  $\rho/\rho_0$  处,通过重现 Brockmann<sup>[12]</sup> 等人用 G 矩阵计算的平均场之比  $\Sigma_H^1(\rho)/\Sigma_H^1(\rho_0)$  和  $\Sigma_H^0(\rho)/\Sigma_H^0(\rho_0)$ ,得到与 B 组参数相联系的耦合常数的密度相关部分

$$(g_{\sigma}^{\rho}(\rho))^2 = \frac{1}{0.7941 + 0.2121(\rho/\rho_0) - 0.0062(\rho/\rho_0)^2}, \quad (28)$$

$$(g_{\omega}^{\rho}(\rho))^2 = \frac{1}{0.6150 + 0.4347(\rho/\rho_0) - 0.0497(\rho/\rho_0)^2}. \quad (29)$$

图4给出计算结果.(26)–(29)式组成  $\sigma$ 、 $\omega$  介子场动量-密度相关的耦合常数.

### 3 核内核子-核子弹弹性散射截面

为了更直接地研究介质效应,在下面的计算中去掉泡利算子,即在任意能量下(15)式中的  $W = 1$ .

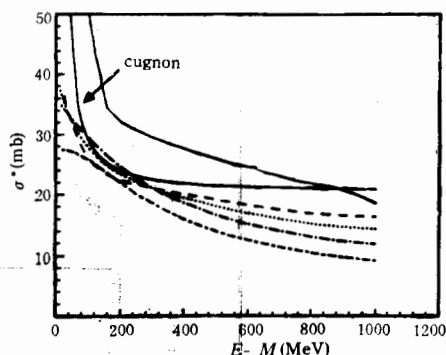


图5 不同能量、密度下核内核子-核子弹性散射截面

—free; --- $\rho = 0.25\rho_0$ ; ..... $\rho = 0.5\rho_0$ ; -·-·- $\rho = \rho_0$ ; - - - - $\rho = 2\rho_0$ .

图5给出应用动量-密度相关的耦合常数计算的核内核子-核子弹性散射截面。可以看到有效截面随着能量的增加而下降，密度越低曲线在低能处越陡，而在高能处变得平滑。图中同时给出了两组自由核子-核子弹性散射截面，分别来自文献[14,15]。在能量小于200MeV或大于400MeV时，我们所得到的有效截面与重离子碰撞计算中常用的Cugnon参数化结果存在着明显的差异，说明核子-核子弹性散射截面有很强的密度依赖，必须加以考虑。由于能量小于180MeV时缺少平均自由程的实验数据，在此能量范围下得到的截面可能不够准确。总的来讲，我们的结果与ter Haar和Malfliet用G矩阵计算的结果是一致的<sup>[13]</sup>。

## 4 总结与展望

本文建立了一套与相对论BUU方程相联系的有效相互作用，通过引入动量-密度相关的耦合常数，能够同时重现核物质饱和态性质，能量依赖的相对论光学势以及核内核子平均自由程的实验结果。我们用这套耦合常数计算了核内核子-核子弹性散射截面，结果表明在某些能量区域密度依赖很重要而必须加以考虑。我们的计算结果与DB相一致，虽然采取了与DB完全不同的途径且我们的计算比DB简单得多。本文的结果可以直接应用到重离子碰撞的计算中去作进一步检验。

## 参 考 文 献

- [1] Jin Xuemin, Zhuo Yizhong, Zhang Xizhen and M. Sano, *Nucl. Phys.*, **A506** (1990) 655.
- [2] Q. Li, J. Q. Wu and C. M. Ko, *Phys. Rev.*, **C39** (1989) 849.
- [3] Li Zhuxia, Zhuo Yizhong, Gu Yingqi et al., *Nucl. Phys.*, **A559** (1993) 603.
- [4] 余自强、茅广军、卓益忠等, *高能物理与核物理*, **16** (1992) 312.
- [5] H. Feldmeier and J. Lindner, *Z. Phys.*, **A341** (1991) 83.
- [6] K. Weber, B. Blättel, W. Cassing et al., *Nucl. Phys.*, **A539** (1992) 713.
- [7] C. J. Horowitz and B. D. Serot, *Nucl. Phys.*, **A464** (1987) 613.
- [8] G. F. Bertsch, G. E. Brown, V. Koch and B. A. Li, *Nucl. Phys.*, **A490** (1988) 745.
- [9] G. F. Bertsch, S. Das Gupta, *Phys. Rep.*, **160** (1988) 189.
- [10] S. Hama, B. C. Clark, E. D. Cooper et al., *Phys. Rev.*, **C41** (1990) 2737.

- [11] P. U. Renberg, D. F. Measday, M. Pepin et al., *Nucl. Phys.*, **A183** (1972) 81. F. F. Chen, C. P. Leavitt and A. M. Shapin., *Phys. Rev.*, **99** (1955) 857.
- [12] R. Brockmann and R. Machleidt, *Phys. Rev.*, **C42** (1990) 1965.
- [13] B. ter Haar and R. Malfliet, *Phys. Rev.*, **C36** (1987) 1611.
- [14] T. P. Clements, L. Winsberg, Polynomial fits of nucleon-nucleon scattering data, UCRL-9043, February, (1960).
- [15] J. Cugnon, *Nucl. Phys.*, **A352** (1981) 505.

## In-medium N-N Elastic Cross Section

Mao Guangjun Li Zhuxia Zhuo Yizhong Han Yinlu

(*Institute of Atomic Energy, Beijing 102413*)

Yu Ziqiang

(*Nankai University, Tianjin, 300071*)

Received on November 15, 1993

### Abstract

The momentum- and density-dependent coupling constants for scalar and vector fields are proposed. The saturation properties of the nuclear matter, the experimental data of the energy-dependent optical potential and the mean free path in nuclei can be reproduced simultaneously. The in-medium n-n elastic cross section has been calculated for different densities and energies. The results show that it is important to take the density dependence of the n-n cross section into account.

**Key words** the saturation property, the relativistic optical potential, the effective elastic cross section, relativistic BUU.