

## $^{208}\text{Tl}$ 的结构性质\*

顾 金 南

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1993 年 10 月 5 日收到

### 摘 要

用大基壳模型计算了  $^{208}\text{Tl}$  的低能级和电磁性质, 理论结果和已知实验值符合很好. 这些表明了 MSDI 可以用于描述这类核的结构性质. 从理论上预期了  $^{208}\text{Tl}$  的一些未知性质, 并定性讨论了  $^{208}\text{Hg}$  的  $\log ft_{1,2}$  值范围及其长寿命的由来.

**关键词** 大基壳模型, 表面  $\delta$  相互作用, 半寿命.

### 1

最近, 我国科学家已先后合成了 4 个新核素<sup>[1]</sup>, 其中的  $^{208}\text{Hg}$  和  $^{202}\text{Pt}$  具有很长的寿命. 从结构上探讨这种长寿命的由来, 是有意义的. 特别是  $^{208}\text{Hg}$ , 以及它的  $\beta$  衰变子核  $^{208}\text{Tl}$ , 其质子空穴在 50—82 大壳, 而中子粒子在 126—184 大壳, 中间隔了一个 82—126 大壳. 从壳模型看来, 这些核的主要性质决定于质子空穴和中子粒子之间的跨壳残余相互作用. 现在, 这类核还只有 5 个,  $\text{Tl}^{208, 209, 210}$  和  $\text{Hg}^{207, 208}$ , 而  $^{208}\text{Tl}$  是最简单、也是最典型的一个.

壳模型可以很好地描述  $^{208}\text{Pb}$  双幻核附近核的性质. 然而对于残余相互作用人们并不清楚. 最简单的唯象的粒子(空穴)之间的残余相互作用是表面  $\delta$  相互作用<sup>[2]</sup> (SDI). 对于同类粒子(空穴), 例如  $\text{Pb}^{206, 205, 204}$ , SDI 是非常好的一种残余相互作用<sup>[3]</sup>. 但是用作为中间隔着一个大壳的  $^{203}\text{Tl}$  这类核中的粒子空穴相互作用时, 是否很好, 有待考察.

本文就是在壳模型的框架中, 讨论  $^{208}\text{Tl}$  的结构性质. 用 MSDI 作为残余相互作用, 用大基壳模型程序 OXBASH<sup>[4]</sup> 计算了  $^{208}\text{Tl}$  的低能级和某些低能态之间的电磁跃迁. 下节简单介绍壳模型和模型空间. 第三节给出理论计算的低能级、相应能级的波函数和部分低能态之间的电磁跃迁, 并和实验值作了比较. 最后一节讨论一些问题, 例如定性地讨论了  $^{208}\text{Hg}$  的比较半寿命及其长寿命的由来.

### 2

在二次量子化表象中, 壳模型的 Hamiltonian 为:

\* 中国科学院“八五”重大课题基金和所长基金资助.

$$H = H_{\text{core}} + \sum_i \varepsilon_i a_i^+ a_i + \sum_{\substack{j, k, l \\ j > i}} V_{ijk} a_i^+ a_j^+ a_k, \quad (1)$$

这里第一项  $H_{\text{core}}$ ，对于  $^{203}\text{Tl}$ ，核心 (core) 就是  $^{208}\text{Pb}$ 。第二项中  $\varepsilon_i$  表示第  $i$  个轨道的单粒子(空穴)能量。  $\varepsilon_i$  取实验值，就是质子空穴态  $^{207}\text{Tl}$  的单空穴能量和中子粒子态  $^{207}\text{Pb}$  的单中子能量。表 1 中 50—82 大壳中的 5 条轨道和 126—184 大壳中的 7 条轨道也就是所用的模型空间。第三项中的  $V_{ijk} = \langle ij|V|kl \rangle$ ，表示粒子(空穴)之间的残余相互作用两体矩阵元(TBME)。矩阵元中  $i(j, k, l)$  表示该单粒子态的全部量子数  $n, l, j, \dots$ ， $V$  为残余相互作用 SDI，记为  $V^{\text{SDI}}$ 。

$$V^{\text{SDI}}(1, 2) = -4\pi A_T' \delta(\mathbf{r}(1) - \mathbf{r}(2)) \delta(r(1) - R_0), \quad (2)$$

$\mathbf{r}(1)$  和  $\mathbf{r}(2)$  是相互作用的中子粒子和质子空穴的位置矢量， $R_0$  是核半径。  $A_T'$  为强度参量，同位旋  $T$  下标取 0 和 1 时为  $A_0'$  和  $A_1'$ 。

表 1

质子空穴轨道	$s_{1/2}$	$d_{3/2}$	$h_{11/2}$	$d_{5/2}$	$g_{7/2}$		
$\varepsilon_i$	0	0.35	1.35	1.67	3.47		
中子粒子轨道	$g_{9/2}$	$i_{11/2}$	$j_{13/2}$	$d_{5/2}$	$s_{1/2}$	$g_{7/2}$	$d_{3/2}$
$\varepsilon_i$	0	0.78	1.43	1.57	2.04	2.50	2.54

通常要引进修正项，以改进与实验的符合，这时，称加上修正项的 SDI 为 MSDI<sup>[2]</sup>。

选用 MSDI，是因为这种相互作用很简单，只有 2 个到 5 个参数。在铅区，双参数的 MSDI 的计算结果令人惊奇地很好地符合实验结果，我们在 Pb 核 ( $A = 206, 205, 204$ ) 结构性质一文<sup>[3]</sup>中将较详细地讨论这个问题。

有了单粒子(空穴)能量 (SPE) 和 TBME，对角化 Hamiltonian 矩阵，即得到本征值和本征态。本征值即  $^{208}\text{Tl}$  的低能级部分见图 1，部分的本征态，即  $^{208}\text{Tl}$  的低能态的波函数见表 2 和表 3。

### 3

计算的  $^{208}\text{Tl}$  的能谱如图 1 所示，这里列出了  $E \leq 2.5\text{MeV}$  的能级。实验上，至今还只有几条能级<sup>[5]</sup>，列于图 1 的右边。最上面两条能级：0.807MeV 和 0.759MeV，并设有指定自旋宇称 ( $J^\pi$ ) 值，参照理论值，很可能  $J^\pi = 5^+, 6^+$ 。从图上可以看出，理论结果和实验值符合是很好的。

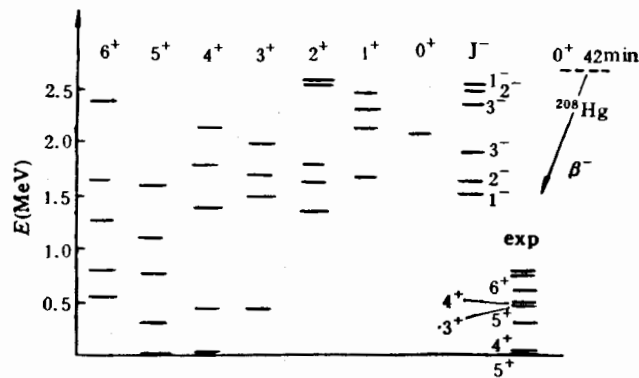
相应能级的波函数列表 2 和表 3 中。可以看到，大部分态是纯的、或比较纯的粒子激发态和空穴激发态。例如  $3_1^+$  态就是很好的空穴激发组态  $|( \pi d_{3/2}^1 \otimes \nu g_{9/2}^1 ) , J^\pi = 3^+ \rangle$  (简记为  $|( d_{3/2}^1 g_{9/2} ) 3^+ \rangle$ )。这种组态的占据几率  $P = 95.11\%$ 。特别是表 3 的某些负宇称态，组态混合很小。例如  $3_1^-$  态就是纯的空穴激发组态，就是质子空穴从  $s_{1/2}$  轨道激发到侵入轨道  $h_{11/2}$  上的组态  $|( h_{11/2}^1 g_{9/2} ) 3^- \rangle$ ， $3_1^-$  态中这种组态的几率  $P = 99.17\%$ ，所以可以说  $3_1^-$  态就是纯的空穴激发组态，其它组态的混合不到 1%。

状态波函数的这种特性决定了  $^{208}\text{Tl}$  的结构性质。如果  $^{208}\text{Hg}$  的基态波函数已经知

表 2  $^{208}\text{Tl}$  的低能态的波函数\*

$P \setminus$	$s_{7/2}^+g_{7/2}$	$s_{7/2}^+i_{11/2}$	$s_{7/2}^+d_{5/2}$	$d_{5/2}^+g_{7/2}$	$d_{5/2}^+i_{11/2}$	$d_{5/2}^+d_{5/2}$	$d_{5/2}^+g_{9/2}$	$d_{5/2}^+i_{13/2}$	$h_{7/2}^+i_{11/2}$	$s_{7/2}^+g_{7/2}$	$s_{7/2}^+i_{11/2}$	$s_{7/2}^+d_{3/2}$	$d_{7/2}^+s_{1/2}$
5+													
0(8s)	90.93			7.23									
0.318	7.26			90.81									
0.779		84.60			13.43								
1.122		13.87			79.81		2.81	2.01					
4+													
0.027	75.72			20.74			2.45						
0.440	19.59			74.61		2.18							
1.407					85.30	7.73			2.39				
3+													
0.438				95.11									
1.510			21.58			40.89	33.92						
1.712			57.97				25.12	3.73	6.85				
2+													
1.341			48.04			9.70	31.30		2.44			4.59	
1.646			35.72				17.11		19.73			3.76	6.54
				$(d_{7/2}^+g_{7/2})$					$(g_{7/2}^+i_{11/2})$			4.52	$(d_{7/2}^+g_{9/2})$
1.804						71.56	4.39						14.93
1+													
1.686				41.52			2.33					52.27	2.54
							$(d_{7/2}^+d_{5/2})$						$(d_{7/2}^+d_{5/2})$
2.155						35.38						29.53	13.67
				2.89								4.16	10.54
							$(g_{7/2}^+g_{9/2})$						$(d_{7/2}^+d_{5/2})$
0+													
2.124										5.90		87.47	6.58
										$(d_{7/2}^+d_{5/2})$			$(d_{7/2}^+d_{5/2})$

\* 占据几率  $P \leq 2\%$  未列入。

图1  $^{208}\text{Tl}$  的能级

计算值 ( $E \leq 2.5\text{MeV}$ ) 列在图的左边, 实验值列在右下角。

表3  $^{208}\text{Tl}$  负宇称态波函数

$P \setminus$	$h_{11/2}^{-1} i_{11/2}$	$h_{11/2}^{-1} g_{9/2}$	$h_{11/2}^{-1} g_{7/2}$	$h_{11/2}^{-1} d_{5/2}$
1-				
1.560	32.95	67.05		
2.582	67.05	32.95		
2-				
1.662	4.38	92.54	3.20	
2.500	90.84	5.83	3.34	
4.052	4.79	1.75	93.46	
3-				
1.931	0.27	99.17	0.52	0.03
2.396	92.39	0.27	0.72	6.62
3.506	6.99	0.06	1.05	91.90
4.304	0.35	0.50	97.70	1.45

道, 那也就决定了  $^{208}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变到子核  $^{208}\text{Tl}$  各态的  $\log ft$  值。例如  $^{208}\text{Tl}$  基态, 主要是组态  $|(s_{1/2}g_{9/2})5^+\rangle$ , 但也混合了 9% 的其它组态, 这将使磁矩值从单粒子值  $\mu_p = 0.403$  下降到接近实验值  $\mu^{\text{exp}} = 0.292^{[6]}$ 。

以前曾有人对  $^{208}\text{Tl}$  的结构性质进行过讨论。Kim<sup>[7]</sup> 等在壳模型框架中, 用 Gaussian 势作为残余相互作用, 计算了  $^{208}\text{Tl}$  的能级。他们对 50—82 大壳只取了 2 条质子空穴轨道:  $s_{1/2}$  和  $d_{3/2}$  (6 维), 而我们取了大壳内的全部轨道 (32 维), 见表 1。所以, 文献 [7] 的组态空间的维数大大降低了, 但其结果偏离我们的结果甚远, 只是 1MeV 以下的几条能级相近, 而相应的波函数有的相差也较大。

关于电磁跃迁, 并没有实验值。图 2 列出了  $3_1^+ \rightarrow 4_1^+$  和  $3_1^+ \rightarrow 5_1^+$  等的  $B(E2)$  的部分计算结果。其中  $B(E2, 3_1^+ \rightarrow 5_1^+)$  最大,  $B(E2, 3_1^+ \rightarrow 4_1^+)$  和  $B(E2, 3_1^+ \rightarrow 5_1^+)$  次之。在  $1_1^+ \rightarrow 0_1^+$ 、 $2_1^+ \rightarrow 1_1^+$ 、 $3_1^+ \rightarrow 2_1^+$ 、 $4_1^+ \rightarrow 3_1^+$  和  $5_1^+ \rightarrow 4_1^+$  等的 M1 跃迁中,  $4_1^+ \rightarrow 5_1^+$ 、 $4_2^+ \rightarrow 5_2^+$ 、 $3_3^+ \rightarrow 3_2^+$ 、 $3_1^+ \rightarrow 2_2^+$ 、 $3_1^+ \rightarrow 4_2^+$  和  $3_2^+ \rightarrow 4_2^+$  等的  $B(M1)$  相对地比较大。一般说来,

有些  $B(M1)$  与  $B(G-T)$  是相关的. 这里的  $B(M1)$  值大小可以差两三个量级以上.

在  $B(M1)$  和  $B(E2)$  的计算中, 参数都取自然值, 即有效电荷  $e_p = 1$  和  $e_n = 0$ ,  $g$  因子  $g_p^{(i)} = 5.586$ ,  $g_n^{(i)} = -3.826$ ,  $g_p^{(j)} = 1$  和  $g_n^{(j)} = 0$ . 参数值改变, 一般说来,  $B(E2)$  和  $B(M1)$  值的相对大小不变. 如下所述, 我们预期  $^{208}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变中一级或二级禁戒跃迁优先. 如  $^{203}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变(二级禁戒跃迁)到  $3_1^+$  态, 则  $^{203}\text{Tl}$  的  $3_1^+ \rightarrow 4_2^+$  的  $\gamma$  射线最强, 即在  $3_1^+ \rightarrow 4_1^+$  低能态中,  $3_1^+ \rightarrow 4_2^+$  的  $B(M1)$  和  $B(E2)$  值都最大; 还有在  $3_1^+ \rightarrow 5_1^+$  中  $B(E2, 3_1 \rightarrow 5_1)$  值最大. 这可以成为实验测量之先导.

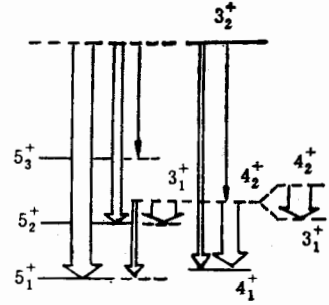


图2  $B(E2, 3_1^+ \rightarrow 4_1^+)$  和  $B(E2, 3_1^+ \rightarrow 5_1^+)$  值的相对大小

#### 4

对于丰中子核的  $\beta^-$  衰变, 母核到子核激发态的半寿命  $t_{1/2}$  为:

$$ft_{1/2} = 6170/B(G-T), \quad (3)$$

而核的半寿命  $T_{1/2}$  为:

$$(T_{1/2})^{-1} = \sum_i (t_{1/2}^i)^{-1}, \quad (4)$$

这里  $ft_{1/2}$  称比较半寿命. 如  $^{208}\text{Hg}$  基态为纯壳模型态, 则易于计算  $ft_{1/2}$ . 但是, 我们发现  $^{208}\text{Hg}$  的基态中组态混合非常厉害,  $|(s_{1/2}^2 g_{3/2}^2) 0^+ \rangle$  组态的几率只有 30% 左右, 而混合其它组态的几率竟达 70%. 这样, 对波函数的要求就很高. 因而, 这里只作定性的讨论.  $^{208}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变到  $^{208}\text{Tl}$  的  $J^\pi = 5^+, 4^+$  态为 4 级禁戒跃迁, 显然, 对  $T_{1/2}$  贡献可以忽略.  $^{203}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变到  $^{208}\text{Tl}$  的  $J^\pi = 3^+, 2^+$ ,  $J^\pi = 1^-, 2^-$  和  $J^\pi = 0^+, 1^+$  分别为 2 级、1 级禁戒跃迁和允许跃迁. 首先看  $J^\pi = 3_1^+$  态, 从表 2 可以看到  $|(d_{3/2}^2 g_{3/2}^2) 3^+ \rangle$  组态的  $P = 95.11\%$ ,  $^{208}\text{Hg}$  基态中  $|(d_{3/2}^2 g_{3/2}^2) 0^+ \rangle$  组态的  $P \approx 12\%$ . 所以预期  $B(G-T)$  值较大, 即  $ft_{1/2}$  值较小. 再看  $J^\pi = 1^-$  态(表 3),  $^{208}\text{Hg}$  基态中  $|(h_{11/2}^2 g_{3/2}^2) 1^- \rangle$  组态和  $|(h_{11/2}^2 i_{11/2}^2) 1^- \rangle$  组态的几率分别为  $P \approx 4.5\%$  和  $P \approx 1.7\%$ . 从波函数和跃迁类型看,  $\log ft_{1/2}$  值可能比  $J^\pi = 3_1^+$  态的  $\log ft_{1/2}$  小些. 但是,  $E_\beta(^{208}\text{Hg}_{gs} \rightarrow 3_1^+) > E_\beta(^{208}\text{Hg}_{gs} \rightarrow 1_1^-)$ , 所以  $f(3_1^+) > f(1_1^-)$ . 因而  $t_{1/2}(1_1^-) \approx t_{1/2}(3_1^+)$ , 即  $^{208}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变到  $3_1^+$  态和到  $1_1^-$  态的半寿命差不多同样小. 最后看一下  $^{208}\text{Tl}$  的  $J^\pi = 0^+, 1^+$  态(表 2), 虽然  $^{203}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变到这些态为允许跃迁, 但从  $^{203}\text{Hg}$  基态波函数和  $J^\pi = 0^+, 1^+$  态的波函数看,  $\log ft_{1/2}$  值(在允许跃迁中)可能很大, 而且  $f(0_1^+)$ (或  $f(1_1^+)$ )很小, 所以  $t_{1/2}(1_1^+)$  或  $t_{1/2}(0_1^+)$  不可能为最小, 即对  $T_{1/2}$  的贡献不可能为最大.

从上面分析, 1 级禁戒跃迁的  $t_{1/2}(1_1^-)$  可能最小. 与  $^{208}\text{Tl}$   $\beta^-$  衰变相比较, 它的  $\log ft_{1/2}$  为 5.4( $5^-, 3.71\text{MeV}$ )、5.6( $5^-, 3.20\text{MeV}$ )、5.7( $4^-, 3.47\text{MeV}$ ), 这些值是已知核中 1 级禁戒跃迁的  $\log ft_{1/2}$  值中的最小者. 估计  $^{208}\text{Hg}$   $\beta^-$  衰变的 1 级禁戒跃迁的  $\log ft_{1/2}$  比这些值大, 而  $f$  值(或  $E_\beta$  值)两者相近, 所以  $^{203}\text{Hg}$  的寿命要比  $^{208}\text{Tl}$  长.

看来,要讨论  $^{203}\text{Hg}$  的  $\beta^-$  衰变,它的基态波函数的精确确定十分重要。我们希望定出 MSDI 的最佳参数,能很好地描述质子空穴核  $^{206}\text{Hg}$  等、中子粒子核  $^{210}\text{Pb}$  等,以及上述这类核:  $^{209}\text{Tl}$  和  $^{207}\text{Hg}$  等核,然后再来讨论  $^{208}\text{Hg}$  的结构性质和  $\beta^-$  衰变性质,这时计算  $^{203}\text{Hg}$  的寿命就比较正确。

关于 p-h (粒子空穴)激发对  $^{203}\text{Tl}$  这类核的结构性质的影响问题,考虑起来有一定困难。对  $^{203}\text{Tl}$ , 考虑 p-h 激发,就变成了 3 个大壳中的 2p2h 问题,在 VAX-8350 上,还是可以计算的,不过,计算时间就很长。因为这种 p-h 激发对于  $^{208}\text{Tl}$  的低能态( $E \leq 2.5\text{MeV}$ ) 影响不大,所以本文没有加以考虑。

感谢王顺金教授提供的 OXBASH 程序,感谢徐躬耦教授的宝贵意见和近物所理论室同志们的有益讨论。

### 参 考 文 献

- [1] Zhang Li, Yuan Shuanggui and Jin Genming et al., *Nucl. Phys.*, **A553** (1993) 489c. A. Shi et al., *Z. Phys A Hadrons and Nucl.*, **16** (1992) 767.
- [2] P. J. Brussaard and P. W. M. Glaudemans, *Shell model application in nuclear spectroscopy*, Amsterdam: North-Holland (1977).
- [3] 顾金南, Pb 核性质和残余相互作用,高能物理与核物理,待发表.
- [4] B. A. Brown, E. K. Warburton and B. H. Wildenthal, MSUCL-715 (1990).
- [5] M. J. Martin, *Nuclear Data Sheets*, **47** (1986) 797. P. Grabmayr et al., *J. Phys G: Nucl. Part. Phys.*, **18** (1992) 1753.
- [6] W. Lauth et al., *Phys. Rev. Lett.*, **68** (1992) 1675.
- [7] Y. E. Kim and J. O. Rasmussen, *Phys. Rev.*, **135** (1964) B44. J. D. Vergdos, *Phys. Lett.*, **36B** (1971) 12.
- [8] B. H. Wildenthal et al., *Phys. Rev.*, **C28**(1983) 1343.

## The Structure of $^{208}\text{Tl}$

Gu Jinnan

(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000*)

Received on October 15, 1993

### Abstract

The Low-lying states and electromagnetic transitions of  $^{208}\text{Tl}$  has been calculated in the framework of large basis shell model. The theoretical results are in good agreement with the experimental data. It shows that MSDI may be used nicely to describe the properties of  $^{208}\text{Tl}$ . The  $\log ft_{1/2}$  values of  $^{208}\text{Hg}$  are estimated.

**Key words** Large-basis shell model, surface delta interaction, half-life.