

400GeV/c pp 碰撞赙快度分布 涨落的分形分析*

王韶舜 张 杰 肖臣国 叶云秀 钟 宇 沈天光

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

1994-10-21 收稿

摘 要

利用改进的多重分形矩分析了400GeV/c pp碰撞多重产生的分形行为. 计算了广义维数 D_q ($q=2-5$), 并与由标度阶乘矩方法得到的结果作了比较. 结果表明观察到了多重分形特征. 对Fujiro Takagi提出的分形分析方法作了探讨.

关键词 多重分形矩, 赙快度分布, 广义维数, 标度阶乘矩.

1 引 言

近来, 许多实验结果表明在碰撞多重产生中存在自相似的性质^[1]. 如果与存在自相似性质的几何和统计系统相比较, 可以认为在碰撞多粒子产生中亦具有分形行为. 华家照等人对此作了较系统的研究^[2-7]. 在这种研究中分形矩, 或称为 G 矩, 用来代替标度阶乘矩. 人们希望分形分析可能是了解相互作用过程本质的一种有用的方法. 有关分形矩的许多实验结果已经发表^[8-17]. 然而大多数分析并没有将统计本底与动力学效应分离. 众所周知, 早期引入的 G 矩没有抑制统计效应, 因而不能得到明确的结论. 为此华家照等人提出改进的 G 矩方法以抑制统计涨落的影响^[6]. 本文利用改进的 G 矩方法分析400GeV/c pp碰撞多重产生中的分形性质.

2 改进的多重分形矩

假定赙快度窗口 $\Delta\eta$ 划分成 M 个等宽度 $\delta\eta = \frac{\Delta\eta}{M}$ 的子区间, 令 n_{im} 是第 i 个事例在第 m 个子区间内的粒子数, 则改进的多重分形矩定义为:

$$\langle G_q \rangle = \frac{1}{N_{ev}} \sum_{i=1}^{N_{ev}} \sum_{m=1}^M \left(\frac{n_{im}}{n_i} \right)^q \Theta(n_{im} - q), \quad (1)$$

其中 n_i 是事例 i 在 $\Delta\eta$ 内的总粒子数, 即 $n_i = \sum_{m=1}^M n_{im}$; $\Theta(n_{im} - q)$ 是阶跃函数, 即当

* 国家自然科学基金资助.

$n_{im} \geq q$ 时为 1, $n_{im} < q$ 时为 0, q 是大于零的整数, Θ 函数的引入是为了减少有限多重数效应; N_{ev} 为样品的事例总数; 符号 $\langle \rangle$ 是指对所有事例的平均. 对于自相似过程, $\langle G_q \rangle$ 是区间大小 $\delta\eta$ 的指数函数, 即

$$\langle G_q \rangle \sim M^{-\tau_q} \sim \delta\eta^{\tau_q}. \quad (2)$$

质量指数 τ_q 与广义分形 (Rényi) 维数的关系为

$$D_q = \frac{\tau_q}{q-1}. \quad (3)$$

当 $q=1$ 时, 信息维数 D_1 需按以下方法来求. 即 D_1 描述熵

$$S = -\frac{1}{N_{ev}} \sum_{i=1}^{N_{ev}} \sum_{m=1}^M \left(\frac{n_{im}}{n_i} \right) \ln \left(\frac{n_{im}}{n_i} \right) \Theta(n_{im}-1) \quad (4)$$

随赝快度区间宽度的减小而变化, 即

$$S(\delta\eta) = -D_1 \ln(\delta\eta) + \text{const.} \quad (5)$$

3 实验结果

利用 CERN NA27 合作组提供的 LEBC 泡室照片对 400GeV/c pp 碰撞产生的带电粒子赝快度分布进行了测量, 测量的方法详见文献 [18]. 共测量了 3564 个在 $\Delta\eta (-2 \leq \eta \leq 2)$ 内有两个以上粒子的事例. 利用式 (1) 计算了 $\ln \langle G_q \rangle$ 对 $\ln M$ 的依赖关系, 其结果示于图 1 中. 在 $2 \leq M \leq 32$ 范围内 $\ln \langle G_q \rangle$ 对 $\ln M$ 有线性的依赖关系. 为了从 $\langle G_q \rangle$ 中分离出统计的与动力学的贡献, 产生一蒙特卡罗事例样品. 与实验数

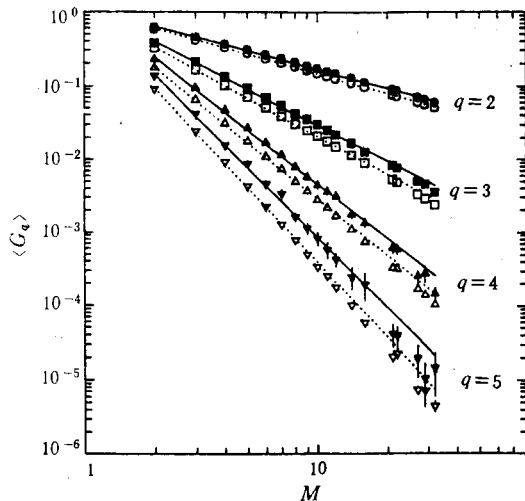


图 1 $\ln \langle G_q \rangle$ 随 $\ln M$ 的变化
实线是对实验数据的权重线性拟合, 虚线是对蒙特卡罗事例的权重线性拟合.

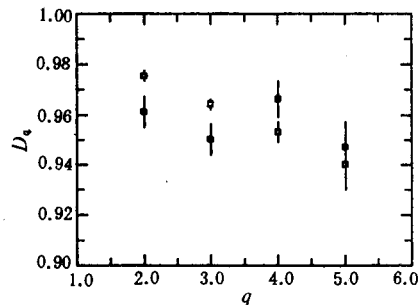


图 2 广义维数随矩阶数 q 的变化

■ D_q^{dyn} , □ D_q .

据相比,它具有同样的多重数分布 ($\Delta\eta$ 内)但是没有关联. 对于事例 i , 在 $\Delta\eta$ 内有 n_i 个粒子, 将这些粒子等几率随机地分布在 $\Delta\eta$ 内, 总共模拟了 $100N_{ev}$ 个事例以减少统计涨落. 利用蒙特卡罗事例计算的 $\langle G_q \rangle_{st}$ 亦指出在图 1 中. 由图可见, 虽然 $\langle G_q \rangle_{st}$ 小于 $\langle G_q \rangle$, 但是实线与虚线的斜率即 τ_q 与 τ_q^{st} 差别不大. 因此由 τ_q 中分离出 τ_q^{dyn} 是必要的. $\langle G_q \rangle$ 的动力学分量能够用下述公式求出^[19]:

$$\langle G_q \rangle_{dyn} = \frac{\langle G_q \rangle}{\langle G_q \rangle_{st}} M^{1-q}. \quad (6)$$

由于 $\langle G_q \rangle$ 的每一个因子都具有指数行为, 因此有

$$\tau_q^{dyn} = \tau_q - \tau_q^{st} + q - 1. \quad (7)$$

若 τ_q 偏离于 τ_q^{st} , 表明存在真正的动力学效应. 在表 1 中列出了 τ_q 、 τ_q^{st} 和 $D_q^{dyn} = \tau_q^{dyn}/(q-1)$ 的数值. 表中也同时列出了由阶乘矩方法得到的 D_q 值(见参考文献 [20]). 图 2 是 D_q^{dyn} (D_q) 随 q 的变化. 由图可见, 它们均小于 1, 且随 q 的增加而减小 (D_q^{dyn} 偏离此规律), 表明在 400 GeV/c pp 碰撞多重产生中是可能存在多重分形行为的.

表 1 由 G_q 矩得到的 τ_q 、 τ_q^{st} 和 D_q^{dyn} 以及由 F_q 矩得到的 D_q 值

q	τ_q	τ_q^{st}	D_q^{dyn}	D_q
2	0.829 ± 0.006	0.8678 ± 0.0006	0.961 ± 0.006	0.975 ± 0.002
3	1.615 ± 0.011	1.7154 ± 0.0012	0.950 ± 0.006	0.964 ± 0.002
4	2.459 ± 0.021	2.5602 ± 0.0026	0.966 ± 0.007	0.953 ± 0.004
5	3.187 ± 0.028	3.4004 ± 0.0051	0.947 ± 0.010	0.940 ± 0.010

D_q^{dyn} 和 D_q 的数值差别不大, 这是由于对 $\ln \langle G_q \rangle$ 和 $\ln \langle F_q \rangle$ 的拟合区间基本相同, 同时都对统计涨落的影响作了抑制. 但是它们之间的差别仍超过误差范围, 这主要是由于 $\langle G_q \rangle$ 矩和 $\langle F_q \rangle$ 矩的定义不同. 应该指出 τ_q^{st} 偏离 $q-1$ 较大, 这是由于 M 不是足够的大, 以及多重数分布的宽度大于泊松分布导致长程关联的存在. 因此公式 (6) 和 (7) 只是近似成立.

当 $q=1$ 时, 求信息维数 D_1 需按式 (4) 和 (5) 计算熵随 $\delta\eta$ 的变化. 图 3 是 $\langle S \rangle$ 随 $-\ln(\delta\eta)$ 的变化. 由蒙特卡罗事例得到的 $\langle S \rangle_{max}$ 随 $-\ln(\delta\eta)$ 的变化也示于图 3 中. 由

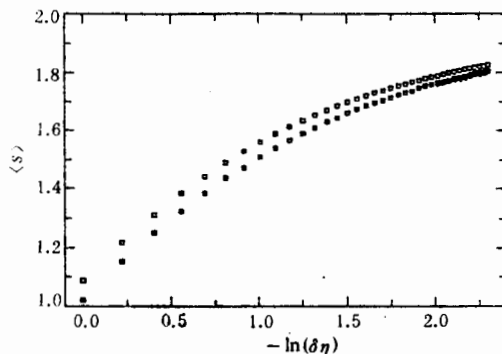


图 3 $\langle S \rangle$ 和 $\langle S \rangle_{max}$ 随 $-\ln(\delta\eta)$ 的变化

■ 实验值, □ 蒙特卡罗事例.

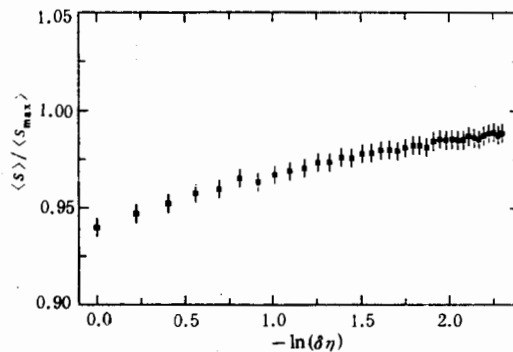


图 4 归一化熵 $\langle S \rangle / \langle S \rangle_{max}$ 随 $-\ln(\delta\eta)$ 的变化

图 3 可见 $\langle S \rangle$ 随 $-\ln(\delta\eta)$ 的变化并不是线性的, 因此难以从斜率获得 D_1 , 这是由于多重数为有限值造成的. 图 4 是 $\langle S \rangle / \langle S \rangle_{\max}$ 随 $-\ln(\delta\eta)$ 的变化. 随 $\delta\eta$ 的减小, 比值有缓慢上升的趋势. 这些结果与 K. Sengupta 等人 (KLM 合作组)^[16] 有关强子-核碰撞的实验结果很相似.

应该指出, 式 (1) 和 (2) 中 G_q 对 M 的依赖性仅当事例多重数 $n_i \rightarrow \infty$ 时才成立. 然而, 即使对于高能核-核碰撞, n_i 也是一个有限值. 由于 n_i 出现在式 (1) 的分母中, 使得它不可能取所要求的数学极限. 为了克服这一困难, Fujio Takagi^[21] 提出一种新的分析方法. 与 G_q 相类似定义一新的量

$$T_q(\delta\eta) = \ln \sum_{i=1}^{N_{ev}} \sum_{m=1}^M \left(\frac{n_{im}}{K} \right)^q, \quad q > 0. \quad (8)$$

这里 K 是所有事例在 $\Delta\eta$ 内的带电粒子总数, 它可以用增加事例数的办法来达到足够的大. 式中的其它符号与前面相同. 对于自相似过程有

$$T_q(\delta\eta) = A_q + B_q \ln(\delta\eta), \quad (9)$$

系数 B_q 与广义维数 D_q 的关系如下:

$$D_q = \frac{B_q}{q-1}. \quad (10)$$

当 N_{ev} 足够大时, 有

$$\sum_{i=1}^{N_{ev}} \sum_{m=1}^M \left(\frac{n_{im}}{K} \right)^q = \frac{\langle n_{im}^q \rangle}{K^{q-1} \langle n_{im} \rangle}, \quad (11)$$

这里符号 $\langle \rangle$ 表示对事例样品的所有区间求平均, 其中 $K = M \cdot N_{ev} \langle n_{im} \rangle$. 由等式 (8) — (11) 可得以下公式

$$\ln \langle n_{im}^q \rangle = A_q + [(q-1)D_q + 1] \ln(\delta\eta). \quad (12)$$

图 5 给出 $\ln \langle n_{im}^q \rangle$ 随 $\ln(\delta\eta)$ 变化的实验结果. 由图可见, 对于确定的 q 值, 实验点较好地落在一直线上, 由线性拟合得到的 D_q 值如下:

$$D_2 = 0.622 \pm 0.005, \quad D_3 = 0.615 \pm 0.008,$$

$$D_4 = 0.606 \pm 0.012, \quad D_5 = 0.597 \pm 0.017.$$

它们显著地小于由 G_q 和 F_q 矩方法得到的值. 其原因可能是上述方法没有分离非统计涨落和统计涨落. 为此利用蒙特卡罗事例计算 $\ln \langle n_{im}^q \rangle$ 随 $\ln(\delta\eta)$ 的变化, 其结果亦示于图 5 中. 从图中可见由蒙特卡罗事例得到的 $\ln \langle n_{im}^q \rangle$ 值要小于实验值, 但具有相似的斜率, 即由蒙特卡罗列例得到的无意义的广义维数 D'_q 如下:

$$D'_2 = 0.6313 \pm 0.0005, \quad D'_3 = 0.6253 \pm 0.0008,$$

$$D'_4 = 0.6173 \pm 0.0012, \quad D'_5 = 0.6118 \pm 0.0018.$$

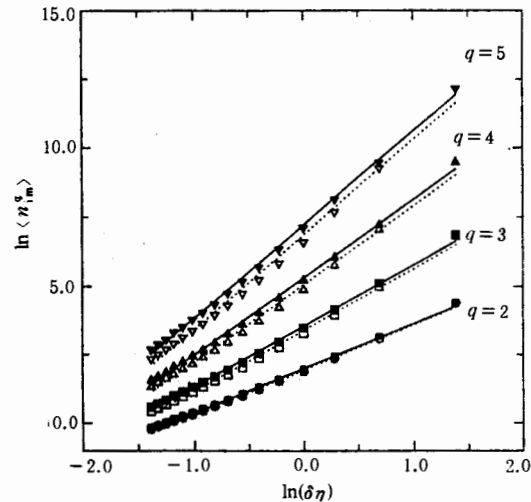


图 5 $\ln \langle n_{im}^q \rangle$ 随 $\ln(\delta\eta)$ 的变化

实心符号表示实验值, 空心符号表示蒙特卡罗事例.

与实验数据相比差别很小. 按文献 [21] 指出的方法作 $\ln \langle n_{i,m}^q \rangle$ 对 $\ln \langle n_{i,m} \rangle$ 的函数图也得到类似的结果. 表明若要用上述方法得到有意义的结果, 则从统计本底中分离出动力学效应是必要的.

4 总结与讨论

利用改进的多重分形矩方法分析了 400GeV/c pp 碰撞多重产生的分形行为. 计算了广义维数 D_q^{dyn} , 并与由标度阶乘矩方法得到的 D_q 相比较, 两者差别不大, 均小于 1, 且随 q 的增加有减小的趋势, 表明 400GeV/c pp 碰撞多重产生很可能存在多重分形行为. 但是由于上述方法还包含有一些近似, 因此还不能得出令人信服的结论. 我们对 Fujio Takagi 提出的分形分析方法作了检验, 发现虽然 $\ln \langle n_{i,m}^q \rangle$ 和 $\ln(\delta\eta)$ 之间存在线性关系, 但是还不能从直线的斜率获得广义维数 D_q , 因为需要解决如何从统计本底中分离出动力学贡献, 它不能靠用增加事例数的办法来达到.

作者对 CERN NA27 合作组提供 LEBC 泡室照片深表感谢.

参 考 文 献

- [1] R. C. Hwa et al., Fluctuations and fractal structure, Proc. Ringberg Workshop on Multiparticle Production (World Scientific, Singapore, 1992).
- [2] R. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D41** (1990) 1456.
- [3] C. B. Chiu, R. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D43** (1991) 100.
- [4] W. Florkowski, R. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D43** (1991) 1548.
- [5] R. C. Hwa, J. C. Pan, *Phys. Rev.*, **D45** (1992) 1476.
- [6] I. Derado et al., *Phys. Lett.*, **B283** (1992) 151.
- [7] Charles B. Chiu, R. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D45** (1992) 2276.
- [8] P. L. Jain et al., *Phys. Lett.*, **B241** (1990) 273.
- [9] P. L. Jain et al., *Phys. Rev.*, **C46** (1992) 721.
- [10] D. Ghosh et al., *Phys. Rev.*, **D46** (1992) 3712.
- [11] C. Albajar et al., *Z. Phys. C*, **56** (1992) 37.
- [12] R. K. Shivpuri, V. K. Verma, *Phys. Rev.*, **D47** (1993) 123.
- [13] R. K. Shivpuri, V. K. Verma, *Z. Phys. C*, **58** (1993) 7.
- [14] E. K. Sarkisyan, L. K. Gelovani, *Phys. Lett.*, **B302** (1993) 331.
- [15] E. K. Sarkisyan et al., *Phys. Lett.*, **B318** (1993) 568.
- [16] K. Sengupta et al., *Phys. Rev.*, **D48** (1993) 3174.
- [17] 王韶舜等人, 高能物理与核物理, **18** (1994) 975.
- [18] 王韶舜等人, 高能物理与核物理, **15** (1991) 1057.
- [19] C. B. Chiu, K. Florkowski, R. C. Hwa, *Mod. Phys. Lett.*, **A5** (1990) 2651.
- [20] Wang Shaoshun et al., *Phys. Rev.*, **D49** (1994) 5785.
- [21] Fujio Takagi, *Phys. Rev. Lett.*, **72** (1994) 32.

Fractal Analysis of Pseudorapidity Distribution Fluctuation in 400 GeV/c pp Collisions

Wang Shaoshun Zhang Jie Xiao Chenguo Ye Yunxiu
Zhong Yu Shen Tianguang

(*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027*)

Received 21 October 1994

Abstract

The fractal behaviour of multiplicity production in 400 GeV/c pp collisions is analyzed using the modified multifractal moments. The generalized dimensions D_q , $q=2-5$, are calculated. A comparison with the results obtained by the method of scaled factorial moments has been made. The results show that the multifractal character is observed. The fractal analysis method proposed by Fujio Takagi has been tested.

Key words multifractal moment, pseudorapidity distribution, generalized dimensions, scaled factorial moment.