

重味展开下的 0^- 重介子束缚态*

杨纯斌 蔡勛

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430070)

1994-01-24 收稿

摘 要

用瞬时近似下的 Bethe-Salpeter (B-S) 方程, 讨论了 0^- 重介子束缚态. 运用重味质量展开方法求解方程, 计算了一级近似下 D^\pm, D^0, B^\pm, B^0 介子的质量, 与实验数据和其它求解方法的计算结果作了比较.

关键词 重介子束缚态, B-S 方程, 重味质量展开, 质量谱.

自 J/ψ 和 Υ 在实验上被发现并在理论上分别被解释为 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 束缚态以来, 非相对论性势模型曾被广泛地用来讨论由重夸克组成的强子的性质, 取得了较大的成功. 实际上, 即使在像 $c\bar{c}$ 这样的系统中, 相对论修正也是不容忽视的. 对于由一个重夸克和一个轻反夸克(或反过来)组成的重介子束缚态, 其中的轻反夸克(或轻夸克)的运动则更是相对论性的. 因此, 描述这类系统的方程, 应当是相对论性的. Bethe-Salpeter (B-S) 方程^[1]作为唯一的相对论性束缚态方程, 由于它与场论描写的一致性, 适合于用来讨论由两重或两轻, 特别地, 一重一轻的夸克-反夸克组成的介子束缚态. 据我们所知, 用 B-S 方程讨论夸克偶素的质量谱和其它性质的工作已有很多^[2], 而用于讨论一重一轻的夸克和反夸克组成的重介子的工作较少. 近年来, 关于重介子系统的研究越来越显得重要. 这种重要性, 一方面来自关于 $B^0-\bar{B}^0$ 大混合^[3]等实验上的发现, 另一方面来自关于 B 系统中较大的 CP 破坏^[4]等理论上的预言. 而且, 有关 B 介子的数量极多的衰变道和长寿命的特征, 使人们能够进一步地深入研究粒子物理中许多很基本的但又十分激动人心的问题.

本文采用瞬时近似下的 B-S 方程, 研究由一重一轻的夸克和反夸克组成的重介子束缚态. 通过对 B-S 方程中负能项的作用的分析, 我们指出, 略去了该项的约化 B-S 方程将会改变波函数的独立分量的数目. 因此, 在本文中, 我们将使用完全的 B-S 方程, 在重夸克质量展开下求解方程. 考虑到有限重夸克质量所引起的修正很小, 本文的计算取至一级近似, 给出了 D^\pm, D^0 和 B^\pm, B^0 在一级修正下的质量.

在 B-S 方程中, 以静态作用代替延迟相互作用, 通过标准的推导, 即得到瞬时近似下

* 本工作获得国家自然科学基金和国家教委基金的资助.

的 B-S 方程,即 Salpeter 方程,其形式如下,

$$\Phi(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} \left[\frac{\Lambda_1^+(\mathbf{p})\gamma^0 V \Phi(\mathbf{k})\gamma_0 \Lambda_2^-(\mathbf{-p})}{M - \omega_1 - \omega_2} - \frac{\Lambda_1^-(\mathbf{p})\gamma^0 V \Phi(\mathbf{k})\gamma_0 \Lambda_2^+(\mathbf{-p})}{M + \omega_1 + \omega_2} \right]. \quad (1)$$

方程中采用的投影算符为

$$\Lambda_\alpha^\pm = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{H_\alpha(\mathbf{p})}{\omega_\alpha} \right) = \frac{\omega_\alpha \pm \gamma^0 (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m_\alpha)}{2\omega_\alpha}, \quad (2)$$

式中, $\omega_\alpha = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_\alpha^2}$, $\alpha = 1, 2$ 分别表示组成介子束缚态的正反夸克。方程中的相互作用核为

$$V\Phi \equiv \sum_\nu C_\nu(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \Gamma_\nu \Phi(\mathbf{k}) \Gamma_\nu, \quad (3)$$

其中, $\nu = S, V, T, P, A$ 分别表示标量、矢量、张量、赝标量和轴矢量等五种类型的相互作用。

(1) 式右边的两项分别称为正能项和负能项。有人认为^[5], 对于含有重夸克的介子, 由于正能项与负能项的分母之比

$$\left| \frac{M - \omega_1 - \omega_2}{M + \omega_1 + \omega_2} \right| \ll 1,$$

可以忽略负能项, 而把方程约化为

$$(M - \omega_1 - \omega_2)\Phi(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} \Lambda_1^+(\mathbf{p})\gamma^0 V(\mathbf{p}, \mathbf{k})\Phi(\mathbf{k})\gamma_0 \Lambda_2^-(\mathbf{-p}). \quad (4)$$

采用它来求解相对论性束缚态的能谱和波函数, 当然要简单些, 但往往不能得到与实验较好符合的结果^[5,6]。实际上, 在对 Salpeter 方程进行约化时, 还必须考虑两项的分子的贡献。从直接的计算中可以看出, 负能项中的某些部分的贡献与正能项中对应项的贡献相比并不很小。正能项与负能项的大小关系也可以从负能项所反映的物理意义看出。通常认为, 负能项贡献的高阶效应与非瞬时部分的贡献相当。非瞬时部分的贡献与 $(v/c)^2$ 同量级 (v 是介子内轻夸克的速度)。在含有轻夸克的系统中, 轻夸克的运动是相对论性的, 非瞬时部分的贡献并不很小, 因而负能项的贡献也并不很小。另外, 从下面的讨论中可以看到, 在 B-S 方程中简单地舍弃负能项会改变 B-S 波函数的独立分量数目。如所周知, (1) 式中的波函数, 应满足如下限制条件

$$\Lambda_1^+(\mathbf{p})\Phi(\mathbf{p})\Lambda_2^+(\mathbf{-p}) = \Lambda_1^-(\mathbf{p})\Phi(\mathbf{p})\Lambda_2^-(\mathbf{-p}) = 0,$$

或者等价地

$$\frac{H_1(\mathbf{p})}{\omega_1} \Phi(\mathbf{p}) + \Phi(\mathbf{p}) \frac{H_2(\mathbf{-p})}{\omega_2} = 0. \quad (5)$$

根据这一条件, 对于任意 J^P 的介子, 确定它的内部波函数的独立分量个数不多于 8 个。但是, 在(4)式中, 限制条件为 $\Lambda_1^-(\mathbf{p})\Phi(\mathbf{p}) = \Phi(\mathbf{p})\Lambda_2^+(\mathbf{-p}) = 0$, 即

$$\begin{aligned} H_1(\mathbf{p})\Phi(\mathbf{p}) &= \omega_1\Phi(\mathbf{p}), \\ \Phi(\mathbf{p})H_2(\mathbf{-p}) &= -\omega_2\Phi(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (6)$$

其内部波函数的独立分量数已减少到不多于 4 个。这时, 波函数 Φ 等于两个单粒子哈密顿量 $H_1(\mathbf{p})$ 和 $H_2(\mathbf{-p})$ 的本征旋量的直积, 其中已丧失了由于相互作用而引起的耦

合。

在本文中, 我们只讨论 0^- 重介子系统。在质心系中, 0^- 介子的波函数的一般形式为

$$\Phi(\mathbf{p}) = \gamma_3 \phi_1 + \gamma_3 \gamma_0 \phi_2 + \gamma_3 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \phi_3 + \gamma_3 \gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \phi_4, \quad (7)$$

其中 ϕ_i , ($i = 1, 2, 3, 4$) 均为 $|\mathbf{p}|$ 的函数。由完全的 B-S 方程中波函数的限制条件式(5)可得

$$\phi_3 = -\frac{\omega_1 - \omega_2}{m_1 \omega_2 + m_2 \omega_1} \phi_1, \quad \phi_4 = -\frac{\omega_1 + \omega_2}{m_1 \omega_2 + m_2 \omega_1} \phi_2.$$

为了讨论一重一轻的夸克-反夸克组成的重介子束缚态, 应当采用完全的 B-S 方程式(1)。考虑到在我们研究的系统中, (以下, 以重反夸克和轻夸克组成的介子为例), 重反夸克的质量 m_2 远大于轻夸克的质量 m_1 , 受重夸克有效理论 (HQET) 启发^[7], 我们将方程按重味质量的倒数作展开。重夸克质量对系统性质的影响可以逐级计算。在零级近似下, 取重味质量趋于无穷, 计算结合能与波函数; 然后, 再计算有限重夸克质量的修正。用重味展开求解 B-S 方程的方法已被用来讨论重夸克极限下重介子的衰变过程的形状因子等问题^[8]。本文只计算精确到 $1/m_2$ 阶重介子的质量谱。

将介子质量 M 、波函数 $\Phi(\mathbf{p})$ 等均按重反夸克质量的倒数 $1/m_2$ 展开

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{p}) &= \Phi_0(\mathbf{p}) + \frac{\Phi_1(\mathbf{p})}{m_2} + \dots, \\ M &= m_2 + E_0 + \frac{\varepsilon_1}{m_2} + \dots, \\ \Lambda_i^\pm(\mathbf{p}) &= \Lambda_0^\pm(\mathbf{p}) + \frac{\Xi^\pm(\mathbf{p})}{m_2} + \dots. \end{aligned} \quad (8)$$

显然, $\Phi_0(\mathbf{p})$ 与 E_0 , $\Phi_1(\mathbf{p})$ 与 ε_1 分别满足

$$\Phi_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{q} \frac{\Lambda_1^+(\mathbf{p}) \gamma^0 V \Phi_0(\mathbf{q}) \gamma_0 \Lambda_2^-(\mathbf{-p})}{E_0 - \omega_1} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_1(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{q} \frac{\Lambda_1^+(\mathbf{p}) \gamma^0 V \Phi_1(\mathbf{q}) \gamma_0 \Lambda_2^-(\mathbf{-p})}{E_0 - \omega_1} - \frac{2\varepsilon_1 - \mathbf{p}^2}{2(E_0 - \omega_1)} \Phi_0(\mathbf{p}) \\ &\quad + \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{q} \left[\frac{\Lambda_1^+(\mathbf{p}) \gamma^0 V \Phi_0(\mathbf{q}) \gamma_0 \Xi^-(\mathbf{-p})}{E_0 - \omega_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Lambda_1^-(\mathbf{p}) \gamma^0 V \Phi_0(\mathbf{q}) \gamma_0 \Lambda_0^+(\mathbf{-p})}{2} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

这组方程与波函数归一化条件一起, 可分别给出一般 J^P 介子态的在重夸克极限和有限重夸克质量一级修正下的质量和波函数。

以下, 具体计算 D^\pm, D^0 与 B^\pm, B^0 等介子的束缚态。 0^- 介子波函数的形式如(7)式所示。在重夸克极限下, 波函数 $\Phi_0(\mathbf{p})$ 满足的约束条件为

$$\Lambda_1^-(\mathbf{p}) \Phi_0(\mathbf{p}) = \Phi_0(\mathbf{p}) \Lambda_0^+(\mathbf{p}) = 0,$$

于是有

$$\phi_1 = -\phi_2 = (\omega_1 + m_1) \phi_3 = (\omega_1 + m_1) \phi_4. \quad (11)$$

结合能 E_0 与函数 ϕ_3 由下列积分方程决定

$$(E_0 - \omega_1)\phi_3(p) = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^3k \phi_3(k) \left[\frac{(C_V + C_S)p \cdot k}{\omega_1(\omega_1 + m_1)} + \frac{(C_V - C_S)(\omega'_1 + m_1)}{\omega_1} \right]. \quad (12)$$

波函数一级修正部分的形式也如(7)式。为了与零级区别,一级修正波函数符号加撇表示。计算表明, ε_1 和 $\Phi_1(p)$ 的函数满足

$$\begin{aligned} \phi'_1(p) - \phi'_2(p) &= \frac{(p^2 - 2\varepsilon_1)(\omega_1 + m_1)}{E_0 - \omega_1} \phi_3 \\ &+ \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^3k^3 \frac{(\phi'_1(k) - \phi'_2(k))}{E_0 - \omega_1} \kappa_1(p, k, \theta), \\ \phi'_1(p) + \phi'_2(p) &= \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^3k^3 \frac{\phi_3(k)}{E_0 - \omega_1} \kappa_2(p, k, \theta). \end{aligned} \quad (13)$$

这里,

$$\begin{aligned} \kappa_1(p, k, \theta) &= \left[\frac{(\omega_1 + m_1)(C_V - C_S)}{\omega_1} + \frac{(C_V + C_S)pk \cos \theta}{\omega_1(\omega'_1 + m_1)} \right], \\ \kappa_2(p, k, \theta) &= \left[\frac{(C_V + C_S)(\omega_1 - m_1)pk \cos \theta}{\omega_1} + \frac{(C_V - C_S)(\omega'_1 + m_1)p^2}{\omega_1} \right]. \end{aligned}$$

其中, $\omega'_1 = \sqrt{m_1^2 + k^2}$.

为了便于与其它求解方法作比较,本工作选用了与文献[5]中形式相同的势。在计算时,先使用了该文献中给出的参数的中心值。这样得到的结果,列于表1第三列的“本文理论值1”中。第二列为文献[5]的理论值,第五列为实验数据^[9]。调整部分参数,计算结果列于表1第四列的“本文理论值2”中。

表1 几种 0^- 重介子的质量 (MeV)

介子	文献[5]理论值	本文理论值1	本文理论值2	实验数据 ^[9]
D^0		1860.1	1867.9	1864.5 ± 0.5
D^\pm	1983	1869.3	1873.1	1869.3 ± 0.5
B^0	5381	5227.3	5250.1	5278.7 ± 2.1
B^\pm		5218.1	5241.8	5278.6 ± 2.0

在数值计算中, $m_u = 0.33\text{GeV}$, $m_d = 0.336\text{GeV}$, $m_c = 1.636\text{GeV}$, $m_b = 4.962\text{GeV}$ 。计算理论值2时,采用的与文献[5]中心值不同的参数为: $C_0 = 1.00\text{GeV}$, $C_1 = 0.0\text{GeV}^2$, $C_2 = 0.1\text{GeV}^3$, $\mu = \mu' = 0.8\text{GeV}$ 。

从表1可以看到,在采用相同参数时,在有限重夸克质量一级近似下,本文计算的结果(理论值1),比文献[5]的结果更接近于实验数据。从表1的第四列(理论值2)可见,重夸克质量一级近似可得到较为满意的结果。

作为本文的结论,我们认为,忽略 B-S 方程中的负能项改变了原方程波函数的独立分量数目,导致计算结果与实验符合较差。我们所讨论的在一重一轻夸克-反夸克组成的重介子束缚态问题中,采用重味质量展开求解 B-S 方程,是一种有效的方法。

感谢刘连寿教授对本工作的支持;感谢张肇西研究员和刘觉平教授有益的讨论;感谢刘庸教授在数值计算中的帮助。

参 考 文 献

- [1] E. E. Salpeter and H. A. Bethe, *Phys. Rev.*, **84** 1232(1951); J. Schwinger, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, **USA37** (1951) 452; **37** (1951)455.
- [2] Dai Yuanben, Ding Yibing, Huang Chaoshang and Wang Chuilin, *Commun. Theor. Phys.*, (Beijing) **18**(1992) 313; Bian Jianguo and Huang Tao, *Chinese Phys. Lett.*, **9** (1992) 285; Jun-Chen Su, *Commun. Theor. Phys.*, (Beijing) **18**(1992) 327; H.J. Munczek and P. Jain, *Phys. Rev.*, **D46**, (1992) 438; P. Cea, P. Colangelo, L. Cosmai and G. Nardulli, *Phys. Lett.*, **B206**(1988) 691.
- [3] H. Albrecht et al., (ARGUS Collaboration), *Phys. Lett.*, **B192**(1987)245; A. Jawahery et al., (CELO Collaboration), in *Proceedings of the XXIV International Conference on High Energy Physics*, Munich, West Germany, 1988, edited by R. Kotthaus and J. H. Kühn (Springer-Verlag, Berlin, 1988).
- [4] *CP Violation*, edited by C. Jarlskog (World Scientific, Singapor, 1989); M. Wise, CP-Violation, Preprint: Calt-68-1708 (1991).
- [5] A. Gara et al., *Phys. Rev.*, **D40** (1989) 843; *Phys. Rev.*, **D42** (1990) 1651.
- [6] W. Lucha, H. Rupprecht, F. F. Schöberl, *Phys. Rev.*, **D46**(1992)1088.
- [7] H. Georgi, *Phys. Lett.*, **B240** (1990) 447; B. Grinstein, *Nucl. Phys.*, **B339** (1990) 253; N. Isgur, M. B. Wise, *Phys. Lett.*, **B232**(1989) 113; F. Falk et al., *Nucl. Phys.*, **B343**(1990)1.
- [8] Y. B. Dai, C. S. Huang, H. Y. Jin, *Z. Phys.*, **C60**(1993) 527; H. Y. Jin, C. S. Huang, Y. B. Dai, *Z. Phys.*, **C56**(1992)707.
- [9] Particle Data Group, *Phys. Rev.*, **D45**(1992)II. 13.

0^- Heavy Meson Bound States at Heavy Quark Expansion

Yang Chunbin Cai Xu

(*Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070*)

Received 24 January 1994

Abstract

0^- heavy meson bound states are discussed by using the Bethe-Salpeter (B-S) equation at the instantaneous approximation. In terms of the heavy flavor mass expansion method, the masses for mesons D^0 , D^\pm , B^0 , B^\pm are calculated at first order approximation. Comparisons of our results with experimental data and with some theoretical calculations from other method are given.

Key words Heavy meson bound states, B-S equation, heavy flavor mass expansion, mass spectrum.