

夸克-夸克等效相互作用与手征对称性*

余友文 张宗焯 沈彭年 戴莲蓉

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1994-07-27 收稿

摘 要

从手征变换不变的要求出发给出了一个包括四种场交换的夸克-夸克等效相互作用势。用处理集团模型的共振群方法计算了核子-核子散射 3S_1 和 1S_0 态的相移。较好地解释了以往夸克势模型计算中 1S_0 态相移与实验之间的差距。

关键词 夸克-夸克等效相互作用, 手征对称性, 核子-核子散射。

1 引 言

QCD 理论已被认为是强作用的基本理论。这个理论在 高能区是很成功的, 但如何应用到低能区却仍然是个远未解决的课题。我们知道低能 QCD 是高度非微扰的, 尽管近年来用格点规范理论计算非微扰效应已取得了一些很有意义的进展, 但仍无法解决这个问题。在实际应用中仍需借助于模型理论。一个比较成功的模型就是组份夸克模型^[1]。原则上讲组份夸克的质量以及夸克-夸克之间的相互作用应来自 QCD 的拉格朗日。但是在 QCD 的拉氏量中一旦加入了组份夸克质量的部份, 那么就严重破坏了原来流夸克系统拉氏量的手征对称性, 而手征对称性却是 QCD 理论中的一个重要的对称性。因此组份夸克模型中一个重要的问题就是要在拉氏量中恢复手征对称性。即建造一个既能给出组份夸克质量和夸克与手征场相互作用, 而又符合 QCD 理论要求的拉氏量。

在拉氏量中如何恢复手征对称性已有不少工作。1960 年 Gell-Mann 和 Levy^[2] 在核子层次提出的 σ 模型给出了恢复手征对称性的途径。只要把原来 Gell-Mann 和 Levy σ 模型中核子的场量换作夸克的场量就是夸克层次的 σ 模型, 它已成为各种具有手征对称性模型的出发点。最近 F. Fernandez 等人由 QCD 真空的瞬子模型给出了一个考虑了手称对称性自发破缺, 把 π 和 σ 交换作为非微扰效应夸克-夸克相互作用势^[3]。在这个模型中 σ 交换的耦合常数是完全确定的, 因而减少了可调参数。他们把这个势应用到 N-N 相互作用中去, 用共振群方法计算了 N-N 散射相移, 取得了很有意义的结果。但是在上述的两个模型中, 他们只考虑了 σ 场和 π 场的作用。实际上一个更普遍的形式还应包括同位旋是矢量的标量场和同位旋是标量的赝标场。本文的目的就是要将只有两类

* 国家自然科学基金资助。

场的 σ 模型推广为包括四类场的模型,并且证明推广后的拉氏量同样是手征变换下不变.同时通过计算 N-N 散射 S 波相移来说明推广后的模型将给出一些新的物理效应,从而较好解释了以前理论与实验之间的差距.

2 σ 模型的推广

2.1 模型的拉氏量

在 σ 模型中,一个包含 u、d 夸克, σ 和 π 场,该夸克质量为零,且具有手征对称性和可重正化的拉格朗日密度为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0(x) = & i\bar{\psi}\gamma^M\partial_\mu\psi + g\bar{\psi}(\sigma + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}\gamma_5)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2 \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})^2 - V(\sigma^2 + \pi^2) \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$V(\sigma^2 + \pi^2) = \frac{\lambda^2}{4}[(\sigma^2 + \pi^2) - v^2]^2. \quad (1.2)$$

当参数 $\lambda^2 > 0$, $v^2 > 0$ 时,位能 $V(\sigma, \pi = 0)$ 在 $\sigma = 0$ 的点不再是稳定的,位能极小值处于 $\sigma_0 = \pm v$. σ_0 不等于零,这就是真空的自发破缺. 只要将场量在稳定点作展开,即在(1)中作如下展开

$$\sigma \rightarrow \sigma + v, \quad \boldsymbol{\pi} \rightarrow \boldsymbol{\pi} \quad (2)$$

立即可以看到真空自发破缺的结果是使夸克和 σ 场有质量,而 π 是一个无质量的 Goldstone 玻色子,这正是组份夸克模型所需要的情况.

实际上由 $\boldsymbol{\tau}$ 和 γ_5 可以构成四类夸克与场相互作用项,与 $\boldsymbol{\tau}$ 和 γ_5 均无关的项其场量以 σ_0 称之,与 $\boldsymbol{\tau}$ 和 γ_5 均有关的项其场量以 $\boldsymbol{\pi}$ 称之,与 $\boldsymbol{\tau}$ 有关与 γ_5 无关的项其场量以 $\boldsymbol{\sigma}_1$ 称之,与 $\boldsymbol{\tau}$ 无关与 γ_5 有关的项其场量以 $\boldsymbol{\eta}$ 称之. 在 σ 模型中相当于只选用了 σ_0 和 $\boldsymbol{\pi}$ 场,一个普遍的形式应包括四种场量. 夸克与场相互作用的一个最简单的推广是:

$$g\bar{\psi}(\sigma + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}\gamma_5)\psi \rightarrow g\bar{\psi}(\sigma_0 + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}\gamma_5 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\tau} + i\boldsymbol{\eta}\gamma_5)\psi \quad (3)$$

可证(3)式右边在纯同位旋空间 $SU(2)_V$ 无穷小变换

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = \left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}\right)\psi \\ \sigma_0 &\rightarrow \sigma'_0 = \sigma_0 \\ \boldsymbol{\pi} &\rightarrow \boldsymbol{\pi}' = \boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\pi} \\ \boldsymbol{\eta} &\rightarrow \boldsymbol{\eta}' = \boldsymbol{\eta} \\ \boldsymbol{\sigma}_1 &\rightarrow \boldsymbol{\sigma}'_1 = \boldsymbol{\sigma}_1 - \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\sigma}_1 \end{aligned} \quad (4)$$

以及轴同位旋 $SU(2)_A$ 无穷小变换

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = \left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\beta}\gamma_5\right)\psi \\ \sigma_0 &\rightarrow \sigma'_0 = \sigma_0 + \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\pi} \\ \boldsymbol{\pi} &\rightarrow \boldsymbol{\pi}' = \boldsymbol{\pi} - \sigma_0\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\sigma_1 &\rightarrow \sigma'_1 = \sigma_1 + \eta\beta \\ \eta &\rightarrow \eta' = \eta - \sigma_1 \cdot \beta\end{aligned}$$

的变换下都是不变的, 因此(3)式是手征变换下不变的。其中 α 和 β 都是无穷小变换参数。

由(4)和(5)式可以看到, 在 $SU(2)_V$ 和 $SU(2)_A$ 的无穷小变换下, $(\sigma_0, \boldsymbol{\pi})$ 和 (σ_1, η) 这两对场量间无耦合, 且其变换关系就是原来 σ 模型中场的变换关系。因而可以在拉氏量中将 $(\sigma_0, \boldsymbol{\pi})$ 和 (σ_1, η) 分离开, 并将含有四类场的 $\mathcal{L}_0(x)$ 取为:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_0(x) &= i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi + g_{ch,1}F_1(q^2)\bar{\psi}(\sigma_0 + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}\gamma_5)\psi \\ &\quad + g_{ch,2}F_2(q^2)\bar{\psi}(\sigma_1 \cdot \boldsymbol{\tau} + i\eta\gamma_5)\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma_0)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 - V_1(\sigma_0^2 + \pi^2) - V_2(\sigma_1^2 + \eta^2)\end{aligned}\quad (6.1)$$

$$V_1(\sigma_0^2 + \pi^2) = \frac{\lambda_1^2}{4}(\sigma_0^2 + \pi^2 - v_1^2)^2 \quad (6.2)$$

$$V_2(\sigma_1^2 + \eta^2) = \frac{\lambda_2^2}{4}(\sigma_1^2 + \eta^2 - v_2^2)^2 \quad (6.3)$$

虽然在(6)式的夸克与手征场的顶角中引入了形状因子 $F_i(q^2)$, 但是对变换(4)和(5), (6)式仍然是不变的。推广后的 $\mathcal{L}_0(x)$ 保持了原有的手征对称性。

由(6)式可知, 可以分别来讨论 (σ_1, η) 和 $(\sigma_0, \boldsymbol{\pi})$ 场在真空中的作用。由于 η 是赝标场, σ_1 是同位旋矢量场, 因此与在 σ 模型中 $\boldsymbol{\pi}$ 场相似, 把它们的真空平均值取为零。因此位能 V_2 中的参数可这样来选取:

$$\lambda_2 > 0, \quad v_2^2 \leq 0, \quad (7)$$

这就是 σ 模型中正常真空的情况。 σ_1 和 η 场的引入不会改变流夸克的质量, 而只是给出了它们与夸克场的相互作用, 并且 σ_1 和 η 具有相同的质量

$$m_{\sigma_1} = m_\eta = (-\lambda_2^2 v_2^2)^{1/2}. \quad (8)$$

对于 $V_1(\sigma_0, \boldsymbol{\pi})$ 中的参数应如 σ 模型中那样来选取:

$$\lambda_1 > 0, \quad v_1^2 > 0 \quad (9)$$

此时位能 $V_1(\sigma_0, \boldsymbol{\pi} = 0)$ 在 $\sigma_0 = 0$ 的点不再是稳定的, 极小值处于 $\sigma_0 = \pm v_1$ 。这就是真空自发破缺, 只要对(6)式将场量在稳定点作展开立即可以明显看到真空自发破缺的结果是使夸克和 σ_0 场有质量, 而 $\boldsymbol{\pi}$ 是一个无质量的 Goldstone 玻色子,

$$m_q = g_1 F_1(g^2) v_1, \quad m_{\sigma_0}^2 = 2\lambda_1^2 v_1^2, \quad m_\pi = 0. \quad (10)$$

根据上述讨论, 把 σ 模型的拉氏量推广到有四类手征场的(6)式是可行的, 既保持了原有的基本对称性又给出了组份夸克的质量和夸克与场的相互作用。可以把(6)式作为 u, d 夸克系统组分夸克模型的出发点。当然为了要使 $\boldsymbol{\pi}$ 有质量应在(6)式中加入 $C\sigma_0$ 项

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}_0(x)(6.1\text{式}) + C\sigma_0, \quad (11)$$

加入 $C\sigma_0$ 项后的拉氏量(11)就不再是手征变换不变, 而是手征对称性部份破缺的。

2.2 组份夸克间的等效相互作用

由方程(11)立即可写出夸克与手征场的等效相互作用哈密顿量为:

$$H_{ch} = g_{ch,1} F_1(q^2) \bar{\psi}(\sigma_0 + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \gamma_5) \psi + g_{ch,2} F_2(q^2) \bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\tau} + i\eta \gamma_5) \psi \quad (12.1)$$

为了减少可调参数将(12.1)两部份的顶角结构取为相同,即将(12.1)写为:

$$H_{ch} = g_{ch} F(q^2) \bar{\psi}(\sigma_0 + i\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \gamma_5 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\tau} + i\eta \gamma_5) \psi. \quad (12.2)$$

在(12)式中把 $\boldsymbol{\pi}$ 看作手征对称破缺后的物理 π 介子。物理 π 介子与其它强子相比是非常轻的,例如 $m_\pi^2/m_N^2 \simeq 1/50$,因此可认它是一个较好的近似。

如同参考文献[3], $F(q^2)$ 近似地用解析式来表示:

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \quad (13)$$

Λ 是切断参数。由(12.2)和(13)可以给出夸克间交换各场的位势为:

$$\begin{aligned} V_{ij}^{\sigma_0}(\mathbf{r}_{ij}) = & -\frac{g_{ch}^2}{4\pi} \cdot \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m_{\sigma_0}^2} m_{\sigma_0} \left\{ \left[Y(m_{\sigma_0} r_{ij}) - \frac{\Lambda}{m_{\sigma_0}} Y(\Lambda r_{ij}) \right] \right. \\ & + \frac{m_{\sigma_0}^2}{4m_q^2} \left[\left(\frac{1}{m_{\sigma_0}^2 r_{ij}^2} + \frac{1}{m_{\sigma_0}^3 r_{ij}^3} \right) e^{-m_{\sigma_0} r_{ij}} \right. \\ & \left. \left. - \frac{\Lambda^3}{m_{\sigma_0}^3} \left(\frac{1}{\Lambda^2 r_{ij}^2} + \frac{1}{\Lambda^3 r_{ij}^3} \right) e^{-\Lambda r_{ij}} \right] \mathbf{L} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_j) \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ij}^{\eta}(\mathbf{r}_{ij}) = & \frac{g_{ch}^2}{4\pi} \cdot \frac{m_\eta^2}{12m_q^2} \cdot \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m_\eta^2} m_\eta \left[\left(Y(m_\eta r_{ij}) - \frac{\Lambda^3}{m_\eta^2} Y(\Lambda r_{ij}) \right) \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j \right. \\ & \left. + \left(H(m_\eta r_{ij}) - \frac{\Lambda^3}{m_\eta^3} H(\Lambda r_{ij}) \right) S_{ij} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

对于 σ_1 和 π 交换仅仅是分别将(14)式中的 m_{σ_0} 换成 m_{σ_1} , (15)式中的 m_η 换成 m_π 并乘以同位旋因子即可

$$V_{ij}^{\sigma_1}(\mathbf{r}_{ij}) = V_{ij}^{\sigma_0}(m_{\sigma_0} \rightarrow m_{\sigma_1}) \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j \quad (16)$$

$$V_{ij}^{\pi}(\mathbf{r}_{ij}) = V_{ij}^{\eta}(m_\eta \rightarrow m_\pi) \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j. \quad (17)$$

上式中

$$Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}, \quad H(x) = \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} \right) Y(x) \quad (18)$$

$$S_{ij} = 3(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{r}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \hat{r}_{ij}) - \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j, \quad (19)$$

并对 m_q 采用了低动量近似,取为常数。

3 N-N S 波散射相移的计算和讨论

由(14)–(17)式给出的交换势主要是中距离的非微扰效应。在以往的重子谱和N-N相互作用的夸克模型计算中知道,在体系的 H 量中还应包括表示长距离非微扰效应的禁闭势和表示微扰效应的单胶子交换势;

$$V_{ij}^{\text{conf}}(\mathbf{r}_{ij}) = -a_c(\lambda_i \cdot \lambda_j) r_{ij}^2, \quad (20)$$

$$V_{ij}^{\text{OGEP}}(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{\alpha_i}{4} (\lambda_i \cdot \lambda_j) \left[\frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi}{m_q^2} \delta(\mathbf{r}_{ij}) \left(1 + \frac{2}{3} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j \right) - \frac{1}{4m_q^2 r_{ij}^3} s_{ij} - \frac{3}{4m_q^2 r_{ij}^3} \mathbf{L} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_j) \right]. \quad (21)$$

因此模型的 H 量为;

$$H = \sum_i m_i + \sum_i T_i - T_G + \sum_{i < j} V_{ij} \quad (22.1)$$

$$V_{ij} = V_{ij}^{\text{OGEP}} + V_{ij}^{\text{conf}} + V_{ij}^{\text{ch}} \quad (22.2)$$

V_{ij}^{ch} 就是在第二节中由手征对称性要求导出, 代表非微扰效应的夸克-夸克等效位势. 自此以后我们称 V^{ch} 只取 σ_0, π 交换的为模型 A , V^{ch} 中取四类场交的为模型 B .

$$V_{ij}^{\text{ch},A} = V_{ij}^{\sigma_0} + V_{ij}^{\pi} \quad (22.3)$$

$$V_{ij}^{\text{ch},B} = V_{ij}^{\sigma_0} + V_{ij}^{\pi} + V_{ij}^{\sigma_1} + V_{ij}^{\eta} \quad (22.4)$$

我们用处理夸克集团模型的共振群方法计算了模型 B 的 3S_1 和 1S_0 态相移, 并与模型 A 的结果进行了比较.

H 量中的参数无法从 QCD 的解来给出, 目前只能作为参数由唯象方法确定. $m_q, b, \Lambda, g_{ch}, m_i, m_{\sigma_0}$ 取值均与参考文献[3]相近. 模型 B 只比模型 A 多了一个 $m_{\sigma_1} = m_{\eta}$ 的质量参数, 计算中将其取为 675 MeV, 当质量在此值附近变化时相移的变化并不敏感. α_s 和 a_c 分别由 N 和 Δ 的质量差和核子的稳定条件给出, 计算中所用的参数给出在表 1 中.

表 1 模型 B 的参数值

$m_q(\text{MeV})$	313	$b(\text{fm})$	0.45
$m_\pi(\text{fm}^{-1})$	0.7	$\Lambda(\text{fm}^{-1})$	4.2
$m_{\sigma_0}(\text{fm}^{-1})$	3.17	g_{ch}	2.71
$m_{\sigma_1} = m_{\eta}(\text{fm}^{-1})$	3.42	α_s	0.65
$a_c(\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-2})$	109.8		

还有一点需特别指出的是; 在以往夸克模型的计算中 σ 的耦合常数是作为可调参数由实验来定, 并且对不同的分波选用了不同的值^[4]. 而在模型 A 和模型 B 中, g_{ch} 是由符合 π -核子耦合常数实验值决定, 决定 g_{ch} 后其它的耦合常数就完全确定, 因而减少了可调参数.

图 1(a)、(b) 分别是 N - N 散射 3S_1 和 1S_0 态相移理论与实验的比较. 图中圆点为实验值^[5]. 模型 B 的理论结果如实线所示, 其中 3S_1 态的计算中包括了与 3D_1 的耦合. 为了与模型 A 相比较, 模型 A 的结果^[3] 也一并给出在图中如虚线所示. 从图中可见对模型 A 不能用同一组参数使 3S_1 和 1S_0 态的相移都与实验符合, 尤其是低能区理论与实验的差别较大. 3S_1 态的同位旋量子数 $T = 0$, 1S_0 态的 $T = 1$, 这两个态的理论相移不能在同一组参数下都符合实验的一个可能性是模型 A 的夸克-夸克等效相互作用中缺乏正确反映同位旋关系的部份. 在参考文献[3]中提到由张量力引起 $(N\Delta)$ 3D_0 道的耦合有可能改进 1S_0 的结果. 根据我们的估算, 由于 $(N\Delta)$ 道能量比 (NN) 道高很多, 对相移值的改变是比较小的. 同时注意到, 模型 A 中 3S_1 的理论相移曲线比实验偏高, 1S_0 的比实验低, 若

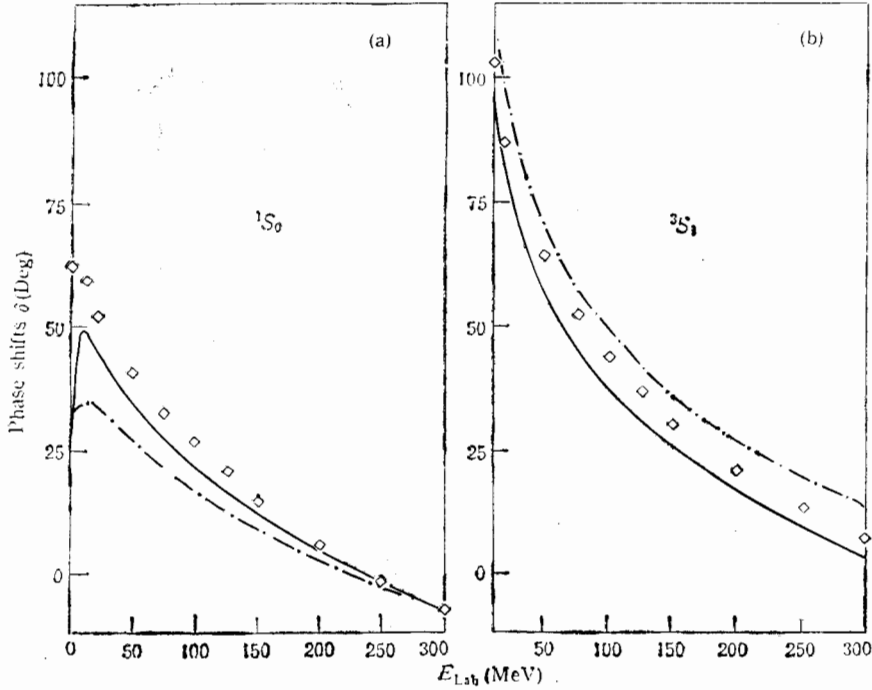


图1 N-N 散射 S 波相移理论与实验的比较

考虑 $(\Delta\Delta)$ 道的耦合会使 3S_1 态和 1S_0 态都更吸引些, 这样虽然可以使 1S_0 的理论相移曲线略有升高但仍不足以使其符合实验值, 但是这时 3S_1 态的曲线也将升高却更加偏离实验。而推广后的模型 B, 由于 σ_1 交换位给出了符合实验要求的同位旋依赖关系, 因而能得到与实验符合较好的理论结果, 如图中的实线所示。由图可见, 模型 B 的 3S_1 和 1S_0 态理论曲线都略低于实验值, 在此基础上再考虑 $(\Delta\Delta)$ 道和 $(N\Delta)$ 道与 (NN) 道的耦合则是有可能给出与实验符合得更好的结果。 σ_1 场和 η 场引入的意义以及对其它物理量的影响还有待于进一步的研究。但从 S 态相移的计算结果来看是成功的, 这对于从夸克层次来认识 N-N 相互作用是一个重要的启示。

作者感谢黄涛、吴济民、李学潜三位教授多次有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] N.Isgur, G.Karl, *Phys. Rev.*, **D18**(1978)4187; **D19**(1979) 2653; **D20**(1979)1191; M. Oka, K.Yazaki, *Prog. Theor. Phys.*, **66**(1981)556, 572; A. Faessler, F.Fernandez, G. Lübeck and K. Shimizu, *Phys. Lett.*, **B112**(1982)201; *Nucl. Phys.*, **A402**(1983)555.
- [2] M. Gell-Mann, M.Lévy, *Nuovo Cimento*, **16**(1960)705.
- [3] F.Fernandez, A. Valcarce, U.Straub, A. Faessler, *J. phys.*, **G 19**(1993)2013
- [4] K. Brauer, A. Faessler, F.Fernandez, K.Shimizu, *Nucl. Phys.*, **A507**(1990)599.
- [5] R.A. Arndt, L.D. Roper, R.A. Bryan, R.B. Clark, B.J. Verwest, P.Signell, *Phys. Rev.*, **D28**(1983)97.

Effective Quark-Quark Interaction and Chiral Symmetry

Yu Youwen Zhang Zongye Shen Pengnian Dai Lianrong

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

Received 27 July 1994

Abstract

A modified effective quark-quark interaction, which include the exchange of four kinds of field, is derived from the chiral symmetry requirement. By using this modified quark-quark interaction, the 3S_1 and 1S_0 phase shifts of N-N scattering is studied in a RGM framework. Both the 1S_0 and 3S_1 phase shifts are in good agreement with the experimental data, especially the 1S_0 phase shifts are improved a lot compared with the former calculations.

Key words quark-quark interaction, chiral symmetry, N-N scattering.