

# 晕核 $^{11}\text{Li}$ , $^{14}\text{Be}$ 和 $^{17}\text{B}$ 的进一步研究

任中洲<sup>1,2</sup> F. Carstoiu<sup>2,3</sup>

1 (南京大学物理系 南京 210008)

2 (GANIL, BP 5027, 14021 CAEN CEDEX FRANCE)

3 (Institute of Atomic Physics, Dept. of Theor. Phys., Bucharest, Romania)

1994-04-04 收稿

## 摘 要

在三体模型的基础上,采用汤川作用势,进行变分计算,进一步研究了晕核  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  的基态性质,给出了晕中子密度分布的一个解析表达式。理论计算结果与最新的实验数据一致。

**关键词** 晕核, 晕中子密度, 三体模型。

## 1 引 言

对晕核  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  性质的研究,是当前核物理中的一个热点。实验研究清楚地表明,  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  核的最后两个中子束缚很弱,形成了中子晕,导致了这类核的异常大核物质半径。此外,在  $^{11}\text{Li}$  和  $^{14}\text{Be}$  的碎裂过程中,实验上还观测到<sup>[2]</sup>核子动量分布有双峰结构,一个窄峰叠加在宽峰上面等。

在理论研究方面,已有的壳模型计算结果<sup>[3]</sup>和 Hartree-Fock 壳模型计算结果<sup>[4]</sup>与  $^{11}\text{Li}$  和  $^{14}\text{Be}$  的实验数据并不一致,而三体模型的计算结果<sup>[1]</sup>基本上解释了  $^{11}\text{Li}$  等核的基态能量和异常大核半径的实验数据。但我们过去的三体计算中,试探波函数过于简化,与最新的实验数据相比较,计算结果并不完全符合。因此,本文将采用三体模型,进一步变分计算,研究这类核的基态性质。

## 2 三体问题的变分计算

在以前的三体模型中,我们假定  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  是由核芯-中子-中子组成的三体系统,核芯-中子和中子-中子间作用势取为弱吸引指数势,用试探波函数  $\Psi = e^{-\alpha(r_1+r_2)-\beta r_3}$ , 变分计算了晕核的基态能量和核物质均方根半径,本文将对以前结果进行两个方面的改进:一是相互作用势,二是试探波函数。

在核芯-中子-中子三体模型中,核芯-中子,核芯-中子和中子-中子之间的相对距离分别用  $r_1$ ,  $r_2$  和  $r_3$  表示。核芯-中子和中子-中子间作用势选为弱吸引汤川势。

中子-中子作用势可通过拟合低能两核子系统的实验数据得到<sup>[9]</sup>:

$$V(r_3) = -s \cdot (147.585)b^{-2} \left( \frac{b}{r} \right) \exp(-2.1196r_3/b), \quad (1)$$

这里  $s = 0.949$ ,  $b = 2.06\text{fm}$  分别为阱深参数和力程参数.

核芯-中子作用势选为:

$$U(r_i) = -s_c \cdot (147.585)b_c^{-2} \left(\frac{b_c}{r}\right) \cdot \left(\frac{N_c + 1}{2N_c}\right) \exp(-2.1196r_i/b_c), \quad (2)$$

这里  $s_c$  为阱深参数, 当  $s_c \leq 1$ , 核芯-中子二体系统无束缚态. 力程  $b_c$  选为  $5.0\text{fm}$ , 近似为核芯半径和核子-核子作用力程之和.  $N_c$  是核芯的核子数, 如  $^{11}\text{Li}$ ,  $N_c = 9$ ,  $i = 1, 2$ .

我们将在三角形坐标系中变分求解此三体问题. 在三角形坐标系, 消除了质心激发, 基态波函数仅依赖于三个径向坐标  $r_1$ ,  $r_2$  和  $r_3$ , 它们满足三角形条件:  $r_1 + r_2 \geq r_3$ ,  $r_2 + r_3 \geq r_1$ ,  $r_3 + r_1 \geq r_2$ . 核芯-中子-中子三体系统的试探波函数选为:

$$\Psi = (e^{-a_1 r_1} + x e^{-b_1 r_1})(e^{-a_2 r_2} + x e^{-b_2 r_2}) \cdot (e^{-a_3 r_3} + y e^{-b_3 r_3}) \cdot G, \quad (3)$$

此处  $a_1, b_1, x$  和  $a_3, b_3, y$  为变分参数.  $G$  为归一化因子.

在三角形坐标系, 能量泛函可写为:

$$\begin{aligned} E &= \langle \Psi | H | \Psi \rangle \\ &= 8\pi^2 \int r_1 dr_1 r_2 dr_2 r_3 dr_3 \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{\hbar^2(m_c + m)}{2mm_c} \left[ \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \Psi}{\partial r_i} \right)^2 + \iota(1,2,3) + \iota(2,3,1) + \iota(3,1,2) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\hbar^2(m_c - m)}{2mm_c} \left[ \left( \frac{\partial \Psi}{\partial r_3} \right)^2 - \iota(1,2,3) + \iota(2,3,1) + \iota(3,1,2) \right] \right. \\ &\quad \left. + [U(r_1) + U(r_2) + V(r_3)] \Psi^2 \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

这里

$$\iota(i, j, k) = \frac{r_i^2 + r_j^2 - r_k^2}{2r_i r_j} \frac{\partial \Psi}{\partial r_i} \frac{\partial \Psi}{\partial r_j}, \quad (5)$$

$i \neq j \neq k = 1, 2, 3$ ;  $m$  是中子质量,  $m_c = N_c \cdot m$  为核芯质量.

让变分参数  $a_1, b_1, x$  和  $a_3, b_3, y$  变化, 我们可通过最优化方法, 求  $E$  的极小值, 从而可以得到基态能量和基态波函数. 有了基态波函数, 可直接计算核芯-中子和中子-中子的距离均方, 它们的定义如下:

$$\overline{r_1^2} = \langle \Psi | r_1^2 | \Psi \rangle, \quad (6)$$

$$\overline{r_3^2} = \langle \Psi | r_3^2 | \Psi \rangle. \quad (7)$$

利用  $\overline{r_1^2}$  和  $\overline{r_3^2}$  的数值, 可以计算核芯-中子-中子系统的核物质均方根半径<sup>[4]</sup>:

$$R_m = \overline{R_m^2}^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{N_c}{N_c + 2} \left[ \overline{r_1^2} + \frac{2}{N_c + 2} \overline{r^2} \right] + \frac{\overline{r_3^2}}{2(N_c + 2)} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

这里

$$\overline{r^2} = \overline{r_1^2} - \overline{r_3^2}/4 \quad (9)$$

是核芯到两个中子中心的距离均方.

数值计算结果如表 1 所示, 在数值计算中, 取  $b_c = 5.0\text{fm}$ , 通过调节阱深参数  $s_c$  给出  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{10}\text{B}$  的结合能和核半径.

表1中,  $E_0$  和  $R_m$  为基态能量和核物质均方根半径的理论计算值,  $E_0(\text{exp})$  和  $R_m(\text{exp})$  为基态能量和核物质均方根半径的最新实验数据<sup>[5-7]</sup>. 对核物质均方根半径, 计算结果与实验一致. 对基态能量,  $^{11}\text{Li}$  的计算值也和实验一致,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  的计算值稍高于实验值.

同我们过去的理论计算结果<sup>[4]</sup>和文献[8]的计算结果相比, 本文结果更接近于实验结果.

表1  $^{11}\text{Li}$ ,  $^{14}\text{Be}$  和  $^{17}\text{B}$  的数值结果

	$s_c$	$b_c$ (fm)	$E_0$ (MeV)	$\overline{r_1^2}$ (fm <sup>2</sup> )	$\overline{r_2^2}$ (fm <sup>2</sup> )	$r_c$ (exp.)	$R_m$ (fm)	$E_0$ (exp.)	$R_m$ (exp.)
$^{11}\text{Li}$	0.82	5.0	-0.35	33.60	42.47	2.31	3.12	-0.35 ( $\pm 0.05$ )	3.10 ( $\pm 0.17$ )
$^{14}\text{Be}$	0.90	5.0	-0.72	22.36	29.94	2.57	2.92	-1.34 ( $\pm 0.11$ )	3.10 ( $\pm 0.30$ )
$^{17}\text{B}$	0.91	5.0	-0.78	21.10	28.69	2.50	2.82	-1.39 ( $\pm 0.14$ )	3.00 ( $\pm 0.40$ )

表2 变分参数的数值

	$a_1$	$a_3$	$b_1$	$b_3$	$x$	$y$
$^{11}\text{Li}$	0.1477	0.1077	0.3561	0.8500	1.9085	2.8180
$^{14}\text{Be}$	0.1865	0.1115	0.3751	0.8796	2.2802	2.6401
$^{17}\text{B}$	0.1905	0.1093	0.3721	0.8808	2.6335	2.6447

从表1中还可看出, 虽然核芯-中子和中子-中子作用的实际力程只有1—2fm但核芯-中子和中子-中子的距离均方根处于4—7fm, 这说明核芯-中子和中子-中子主要处于力程之外, 导致了中子晕的出现.

在表2中, 我们给出了与表1中理论计算结果对应的变分参数  $a_1, b_1, x$  和  $a_3, b_3, y$  的具体数值.

在三角形坐标系, 利用基态波函数的上述表示式, 经过冗长的计算, 完成对  $r_2$  和  $r_3$  的积分, 可得中子相对核芯几率分布的一个解析表达式:

$$\begin{aligned} \rho_{c-n} = & C \cdot (e^{-a_1 r_1} + x e^{-b_1 r_1})^2 \cdot \left\{ \phi(a_1 + a_3, a_1 - a_3) \right. \\ & + 2x\phi\left(\frac{a_1 + b_1 + 2a_3}{2}, \frac{a_1 + b_1 - 2a_3}{2}\right) \\ & + 2y\phi\left(\frac{2a_1 + b_3 + a_3}{2}, \frac{2a_1 - a_3 - b_3}{2}\right) + x^2\phi(b_1 + a_3, b_1 - a_3) \\ & + y^2\phi(a_1 + b_3, a_1 - b_3) + 4xy\phi\left(\frac{a_1 + b_1 + a_3 + b_3}{2}, \frac{a_1 + b_1 - a_3 - b_3}{2}\right) \\ & \left. + 2x^2y\phi\left(\frac{2b_1 + a_3 + b_3}{2}, \frac{2b_1 - a_3 - b_3}{2}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$+ 2xy^2\phi\left(\frac{a_1 + b_1 + 2b_3}{2}, \frac{a_1 + b_1 - 2b_3}{2}\right) + x^2y^2\phi(b_1 + b_3, b_1 - b_3)\}, \quad (10)$$

这里  $C$  为归一化系数,  $\int_0^\infty 4\pi r_1^2 \rho_{c-n} = 1$ .  $\phi(\alpha, \beta)$  是  $r_1$  的函数:

$$\phi(\alpha, \beta) = r_1^3 \frac{e^{-\alpha r_1}}{\alpha r_1} \left\{ \frac{\sinh \beta r_1}{\beta r_1} \left[ \frac{1}{\alpha r_1} + \frac{1}{(\alpha r_1)^2} \right] + \frac{1}{(\beta r_1)^2} \left[ \cosh \beta r_1 - \frac{\sinh \beta r_1}{\beta r_1} \right] \right\}. \quad (11)$$

在(10)式中中括号内所有项之和是  $r$  的单调下降函数.

同理, 可得中子-中子几率分布的解析表达式:

$$\begin{aligned} \rho_{n-n} = C \cdot (e^{-\alpha_3 r_3} + ye^{-b_3 r_3})^2 \\ \cdot \left\{ \phi(2a_1, 0) + 4x\phi\left(\frac{3a_1 + b_1}{2}, a_1 - b_1\right) + 2x^2[2\phi(a_1 + b_1, 0) \right. \\ \left. + \phi(a_1 + b_1, a_1 - b_1)] + 4x^3\phi\left(\frac{a_1 + 3b_1}{2}, \frac{a_1 - b_1}{2}\right) + x^4\phi(2b_1, 0) \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

这里  $C$  为归一化系数  $\int_0^\infty 4\pi r_3^2 dr_3 = 1$ .  $\phi(\alpha, \beta)$  是  $r_3$  的函数, 具体形式与式(11)完全相同, 仅是把  $r_1$  换为  $r_3$ . 当  $\phi(\alpha, \beta)$  中第二个指标为零时, 应该用下述表达式:

$$\phi(\alpha, 0) = r_3^3 \frac{e^{-\alpha r_3}}{\alpha r_3} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{(\alpha r_3)} + \frac{1}{(\alpha r_3)^2} \right]. \quad (13)$$

为了验证所求得的几率分布表达式(10)和(12)的正确性, 我们用

$$\bar{r}_1^2 = \int \rho(r_1) r_1^4 dr_1 \cdot 4\pi$$

和  $\bar{r}_3^2 = \int \rho(r_3) r_3^4 \cdot 4\pi dr_3$  计算了核芯-中子和中子-中子的距离均方, 与表达式(6)和(7)中的结果完全一致.

由于在晕核参加的核反应过程中, 计算反应截面时要用到晕中子相对核芯的密度分布, 所以这里的表达式(10)无疑是非常有用的.

在  $^{11}\text{Li}$  中, 假定  $^9\text{Li}$  核芯的核物质密度分布为高斯函数, 利用表达式(10), 可计算  $^{11}\text{Li}$  的核物质密度分布, 结果如图 1 所示.

图 1 的具体计算如下:

$$\rho(^{11}\text{Li}) = \rho(^9\text{Li}) + 2 \cdot \rho_{c-n}, \quad (14)$$

$$\rho(^9\text{Li}) = \frac{9}{\pi^{3/2} r_{0c}^3} e^{-\frac{r^2}{r_{0c}^2}}, \quad (15)$$

$\rho(^{11}\text{Li})$ ,  $\rho(^9\text{Li})$  和  $\rho_{c-n}$  分别为  $^{11}\text{Li}$ ,  $^9\text{Li}$  和晕中子密度分布, 参数  $r_{0c}$  与  $^9\text{Li}$

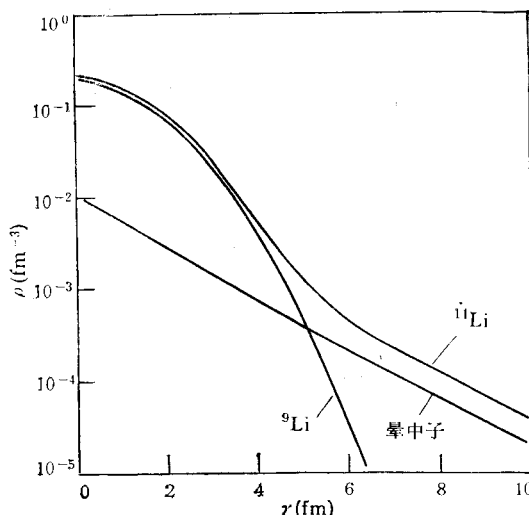


图 1  $^{11}\text{Li}$  的核物质密度分布

的核物质均方根半径  $r_c$  的关系为:

$$\frac{3}{2} r_{0c}^2 = r_c^2. \quad (16)$$

在图1中,还给出了核芯  ${}^9\text{Li}$  和晕中子的密度分布.由图1看出,正是由于晕中子的作用,使得  ${}^{11}\text{Li}$  的密度分布出现了一个长的尾巴.

### 3 结 论

在三体模型的基础上,假定  ${}^{11}\text{Li}$ ,  ${}^{14}\text{Be}$  和  ${}^{17}\text{B}$  中,核芯-中子和中子-中子作用势为汤川势,我们用变分方法,计算了这类核的基态能量,核物质均方根半径,单粒子密度分布和  ${}^{11}\text{Li}$  的核物质密度分布,理论计算结果与实验数据符合,并明显好于已有的其它理论计算结果.

### 参 考 文 献

- [1] 任中洲、徐躬耦,高能物理与核物理,15(1991)737.
- [2] E. Roeckl, *Rep. Prog. Phys.*, **55**(1992) 1661.
- [3] T. Hoshino et al., *Nucl. Phys.*, **A506**(1990) 271.
- [4] J. M. G. Gomez et al., *Phys. Lett.*, **B295**(1992) 1.
- [5] T. Kobayashi et al., Preprint RIKEN-AF-NP-106 (1991).
- [6] J. M. Wouters et al., *Z. Phys.*, **A331** (1988) 229.
- [7] G. Audi, A. H. Wapstra, *Nucl. Phys.*, **A565**(1993)1.
- [8] 李楚良、段宜武、黄笃之,物理学报,43(1994)14.
- [9] J. M. Blatt, J. D. Jackson, *Phys. Rev.*, **76**(1949) 18.

### Further Studies on Halo Nuclei ${}^{11}\text{Li}$ , ${}^{14}\text{Be}$ and ${}^{17}\text{B}$

Ren Zhongzhou<sup>1,2</sup> F. Carstoiu<sup>2,3</sup>

1 (Dept. of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008)

2 (GANIL, BP 5027, 14021 Caen CEDEX, France)

3 (Institute of Atomic Physics, Dept. of Theor. Phys., Bucharest, Romania)

Received 4 April 1994

### Abstract

Based on the three-body model with Yukawa interactions, the halo nuclei  ${}^{11}\text{Li}$ ,  ${}^{14}\text{Be}$  and  ${}^{17}\text{B}$  are further studied by the variation calculation. An analytical expression for the density distribution of the halo neutron is given. The theoretical results agree with the recent experimental data.

**Key words** halo nuclei, halo neutron density, three-body model.