第19卷 第8期 高能物理与核物理 Vol. 19, No. 8
1995年8月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Aug., 1995

sdg IBM对稀土偶偶核基态形变的计算*

王 保 林

（淮阴师范专科学校物理系 江苏 223001）

1994-04-14 收稿

摘 要

用 sdg IBM 的内禀态，解析计算了稀土区的$^{152-164}$Dy、$^{154-168}$Er、$^{170-186}$W、$^{168-194}$Os 等偶偶同位素的基态形变，与其它理论及实验结果进行系统比较，表明 sdg IBM 能对核的形变作出很好的描述.

关键词 稀土偶偶核，基态形变，四极和十六极形变参数，sdg IBM 内禀态.

对稀土区偶偶核的基态形变，已有许多系统的理论工作[1]. 本文拟在 sdg 相互作用玻色子模型 (sdg IBM)[2] 下，用四极矩算符本征模方法确定体系的内禀态，给出一套新的描述核形变的解析方案，并和文献[1]中的理论和实验结果进行系统比较.

在 Bohr 和 Mottelson 的几何模型(BMM)中，内禀态定义为体坐标的本征态，而在 IBM 中，内禀态可用四极矩算符 $Q_0^{(2)}$ 的本征态来定义[2]. 由于内禀四极矩与形变之间的内在联系，这两种定义在物理上是一致的. N个 sdg 玻色子体系的内禀态（或叫相干态）[3]可写成

$$|N,\beta_2\beta_4\gamma\rangle = [N!(1+\beta_2^2+\beta_4^2)^N]^{-1/2}\Big\{s_0^+ + \beta_2\left[\cos\gamma d_0^+ + \frac{\sin\gamma}{\sqrt{2}}(d_2^+ + d_{-2}^+)\right]$$

$$+\frac{\beta_4}{6}\left[(5\cos^2\gamma+1)g_0^+ + \sqrt{\frac{15}{2}}\sin 2\gamma(g_2^+ + g_{-2}^+)\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{35}{2}}\sin^2\gamma(g_4^+ + g_{-4}^+)\right]\Big\}^N|0\rangle, \tag{1}$$

β_2、β_4 分别为玻色子体系的四极和十六极形变参数，γ 为不对称角（$\beta_2\geqslant 0, -\infty\leqslant\beta_4\leqslant +\infty, 0^\circ\leqslant\gamma\leqslant 60^\circ$）. $\gamma=0$ 时内禀态简化为

$$|N,\beta_2\beta_4\gamma=0\rangle = [N!(1+\beta_2^2+\beta_4^2)^N]^{-1/2}(s^+ + \beta_2 d_0^+ + \beta_4 g_0^+)^N|0\rangle. \tag{2}$$

在 sdg IBM 中，四极和十六极跃迁算符分别为[4]

$$T(E2) = e_2 Q^{(2)},$$

---

* 江苏省教委自然科学基金和青年科学基金资助.

$$Q^{(2)}=\sum_{jl}q_{jl}[b_j^+\tilde{b}_l]^{(2)};\tag{3}$$

$$T(E4)=e_4Q^{(4)},$$

$$Q^{(4)}=\sum_{l}t_{jl}[b_j^+\tilde{b}_l]^{(4)},\tag{4}$$

其中 $b_j^+(j=0,2,4)$ 分别是玻色子产生算符 s^+. d^+ 和 g^+; e_2、e_4 为四极和十六极有效电荷; q_{jl} 和 t_{jl} 为四极和十六极算符参量,这些参量一般需用微观方法确定,比如 OAI 映射[4]、Dyson 映射[6]等,通常是随玻色子数N变化的. 在 $SU(3)$ 极限情况下,

$$(q_{jl})=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 1 & -1.242 & 1.286\\ 0 & 1.286 & -1.589\end{bmatrix},\tag{5}$$

十六极算符取为 $SU(3)$ 的(2,2)张量形式时[4],

$$(t_{jl})=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1.517 & -1.185\\ 1 & -1.185 & 1.281\end{bmatrix}.\tag{6}$$

四极算符 $Q_0^{(2)}$ 的本征模方程为 ($\gamma=0$ 时)

$$[Q_0^{(2)},B^+]=\lambda B^+,\tag{7}$$

其中

$$B^+=(1+\beta_2^2+\beta_4^2)^{-1/2}(s^++\beta_2d_0^++\beta_4g_0^+)\tag{8}$$

为内禀玻色子产生算符. 结合(3)式可得 β_2、β_4 满足下列方程组

$$\begin{cases}1+\bar{q}_{22}\beta_2+\bar{q}_{24}\beta_4-\beta_2^2=0,\\ \bar{q}_{24}\beta_2+\bar{q}_{44}\beta_4-\beta_2\beta_4=0,\end{cases}\tag{9}$$

$$\bar{q}_{jl}=q_{jl}\langle j0l0|20\rangle.$$

在 $SU(3)$ 极限下, $\beta_2=\sqrt{\dfrac{20}{7}}$, $\beta_4=\sqrt{\dfrac{8}{7}}$, 这和文献[3]的结果是一致的.

BMM 描述原子核的集体运动时,形变参数是对整个核中的A个核子定义的;而在 IBM 中, β_2、β_4、γ 是由 $2N$ 个价核子的对结构决定,其余 $A-2N$ 个核子自由度被冻结在球形核心中,这两种模型对形变参数的定义在概念上是不同的. 由于这两种模型对原子核的集体运动有相同的描述,它们之间必然存在内在的联系. 与 BMM 比较,可以得到几何模型四极、十六极形变参数 $\bar{\beta}_2$、$\bar{\beta}_4$ 与跃迁算符矩阵元 M_2、M_4 的关系[4,7]

$$\begin{cases}\bar{\beta}_2=\alpha_2M_2,\\ \bar{\beta}_4=\alpha_4M_4-\dfrac{9}{7\sqrt{\pi}}\bar{\beta}_2^2.\end{cases}\tag{10}$$

其中 M_2,M_4 分别为四极、十六极跃迁算符((3)、(4)式)在内禀态下的矩阵元; $\alpha_2=[(3|4\pi)zeR_0^2]^{-1}$, $\alpha_4=[(3|4\pi)zeR_0^4]^{-1}$, $R_0=r_0A^{1/3}$. 文献[4]分别用单 j seniority 方案和 OAI 映射确定玻色子体系的 q_{jl} 和 t_{jl} 和内禀态,在(10)式下,讨论了 $\bar{\beta}_2$、$\bar{\beta}_4$ 的系统性,从而用 sdgIBM 再现了所谓 polar cap model[8], 表明 sdg IBM 描述核形变的可行性. 考虑到稀土核γ自由度的影响可以忽略[1],近似取 $\gamma=0$ 时,我们得到四极和十

六极跃迁矩阵元

$$M_2 = \langle T(E2)\rangle = \frac{e_2 N}{1+\beta_2^2+\beta_4^2}(2\beta_2 + 2\bar{q}_{24}\beta_2\beta_4 + \bar{q}_{22}\beta_2^2 + \bar{q}_{44}\beta_4^2), \tag{11}$$

$$M_4 = \langle T(E4)\rangle = \frac{e_4 N}{1+\beta_2^2+\beta_4^2}(2\beta_4 + 2\bar{t}_{24}\beta_2\beta_4 + \bar{t}_{22}\beta_2^2 + \bar{t}_{44}\beta_4^2), \tag{12}$$

代入(10)式即可计算 $\bar{\beta}_2$ 和 $\bar{\beta}_4$。文献[1]还给出了形变参数 $\bar{\beta}$ 和 ε_2 之间的关系为

$$\varepsilon_2 = 0.944\bar{\beta}_2 - 0.122\bar{\beta}_2^2 + 0.154\bar{\beta}_2\bar{\beta}_4 - 0.199\bar{\beta}_4^2. \tag{13}$$

用上述理论公式计算形变参数，四极和十六极算符参量 q_{jl} 和 t_{jl} 可通过微观计算得到，可调参数只有有效电荷 e_2 和 e_4。

考虑到稀土区的大多数核都是比较典型的大形变核，接近于 $SU(3)$ 极限，为了简便起见，我们取 q_{jl} 和 t_{jl} 为 $SU(3)$ 极限值，$r_0 = 1.25$fm，对同一簇同位素，选用相同的 e_2 和 e_4，对 Dy、Er、W、Os 等同位素的形变进行系统计算，理论结果见表 1、2 中的 $\bar{\beta}_2$、$\bar{\beta}_4$ 和 ε_2(sdg)，表中还列出了文献 [1] 的结果 $\varepsilon_2(J)$，以及 Möller 和 Nix 用折叠的 Yakawa 位所作的位能面计算结果 ε_2(MN) 和用 Woods-Saxon 位进行的大型三维 (β_2、β_4、γ)形变空间位能面的自洽计算和电四极矩 Q_0 实验值给出的数值ε_2(BNZ)和$\varepsilon_2(Q_0)$[1]，以资比较。从计算结果来看，sdg IBM 能给出与其它理论与实验相符合的结果，特别是 ε_2 随粒子数的变化规律，$\bar{\beta}_2$、$\bar{\beta}_4$ 的数值与 (α,α') 散射实验的光学势耦合道计算结果[8]也是很吻合的。这表明 sdg IBM 能对稀土偶偶核的形变作出很好的描述。在同样的框架下计算电磁跃迁时，我们发现计算形变的 e_2 和 e_4 值略低于计算电磁跃迁时的有效电荷，

表 1 $^{152-164}$Dy, $^{154-168}$Er 同位素的形变

核素	N	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_4$	ε_2(sdg)	ε_2(MN)	$\varepsilon_2(J)$	$\varepsilon_2(Q_0)$
^{152}Dy	10	0.193	0.0285	0.178	0.152	0.104	
^{154}Dy	11	0.209	0.0279	0.194	0.198	0.163	0.189
^{156}Dy	12	0.227	0.0268	0.209	0.212	0.268	0.231
^{158}Dy	13	0.244	0.0252	0.224	0.239	0.296	0.252
^{160}Dy	14	0.260	0.0233	0.238	0.245	0.302	0.252
^{162}Dy	15	0.276	0.0208	0.253	0.252	0.303	0.258
^{164}Dy	16	0.292	0.0179	0.267	0.259	0.295	0.267
^{154}Er	9	0.178	0.0166	0.165	0.145		
^{156}Er	10	0.196	0.0153	0.181	0.185	0.144	
^{158}Er	11	0.214	0.0136	0.197	0.205	0.211	
^{160}Er	12	0.231	0.0113	0.213	0.232	0.260	
^{162}Er	13	0.248	0.0086	0.228	0.245	0.287	0.247
^{164}Er	14	0.266	0.0055	0.243	0.252	0.292	0.252
^{166}Er	15	0.282	0.0019	0.257	0.259	0.296	0.262
^{168}Er	16	0.298	−0.0021	0.271	0.266	0.262	0.261

有效电荷：Dy：$e_2 = 0.080$eb，$e_4 = 0.0108$eb^2；Er：$e_2 = 0.0855$eb，$e_4 = 0.009$eb^2.

比如对^{152}Sm、^{154}Sm，实验值分别是$\bar{\beta}_2 = 0.2398$、$\bar{\beta}_4 = 0.0623$ 和 $\bar{\beta}_2 = 0.2578$、$\bar{\beta}_4 = 0.0826$[8]，用本文的公式拟合近似得到 $e_2 = 0.095$eb，$e_4 = 0.023$eb^2，而计算 $E2$、$E4$ 跃迁得到的

参数为 $e_2=0.1125\text{eb}$[9]，$e_4=0.034\text{eb}^2$[10]。产生这种偏差的原因在于：推导(10)式时，只考虑了一次项，而忽略了高次项的影响；微观分析表明，q_{il}、t_{il} 都是随 N 变化的[4]；忽略 γ 自由度也是引起偏差的原因之一。

表 2　$^{170-186}W$，$^{168-194}Os$ 同位素的形变

核素	N	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_4$	$\varepsilon_2(sdg)$	$\varepsilon_2(MN)$	$\varepsilon_2(BNZ)$	$\varepsilon_2(J)$	$\varepsilon_2(Q_0)$
^{170}W	11	0.2191	−0.0564	0.1984	0.1983	0.1929	0.2140	
^{172}W	12	0.2371	−0.0641	0.2139	0.2185	0.2152	0.2311	
^{174}W	13	0.2549	−0.0719	0.2289	0.2252	0.2273	0.2287	
^{176}W	14	0.2724	−0.0801	0.2435	0.2319	0.2286	0.2316	
^{178}W	15	0.2898	−0.0887	0.2578	0.2252	0.2254	0.2256	
^{180}W	14	0.2684	−0.0778	0.2402	0.2252	0.2204	0.2080	
^{182}W	13	0.2474	−0.0677	0.2226	0.2252	0.2154	0.2054	
^{184}W	12	0.2267	−0.0585	0.2051	0.2118	0.2060	0.1766	0.1859
^{186}W	11	0.2064	−0.0501	0.1876	0.2050	0.1916	0.1753	0.1824
^{168}Os	8	0.156	−0.0426	0.143	0.151			
^{170}Os	9	0.174	−0.0497	0.159	0.158			
^{172}Os	10	0.192	−0.0570	0.174	0.171	0.164	0.171	
^{174}Os	11	0.210	−0.0647	0.189	0.192	0.182	0.216	
^{176}Os	12	0.227	−0.0726	0.204	0.198	0.207	0.210	
^{178}Os	13	0.244	−0.0809	0.219	0.198	0.210	0.213	
^{180}Os	14	0.261	−0.0892	0.233	0.198	0.209	0.209	
^{182}Os	13	0.240	−0.0785	0.216	0.205	0.206	0.198	
^{184}Os	12	0.221	−0.0685	0.199	0.198	0.199	0.198	
^{186}Os	11	0.201	−0.0592	0.182	0.192	0.183	0.175	0.167
^{188}Os	10	0.181	−0.0506	0.165	0.171	0.169	0.169	0.157
^{190}Os	9	0,162	−0.0487	0.148	0.151	−0.158	0.157	0.150
^{192}Os	8	0.143	−0.0357	0.131	0.145	−0.147	0.146	
^{194}Os	7	0.124	−0.0292	0.114		−0.134		

有效电荷：W: $e_2=0.100\text{eb}$，$e_4=-0.005\text{eb}^2$；Os: $e_2=0.100\text{eb}$，$e_4=-0.008\text{eb}^2$.

IBM 的基本出发点是认为核子间主要的关联方式为对关联，因而用 IBM 计算原子核的形变，与 Bohr 和 Mottelson 关于对关联对转动惯量的影响，进而从实验有效转动惯量提取核的形变值[1]的物理基础是相同的。Bohr 和 Mottelson 还指出[5]，G对（$L=4$，对应于 g 玻色子)对于形变核的性质影响很大，所以用 sdg IBM 描述核形变，是一种比较理想而简捷的方案。本文是在 $SU(3)$ 极限下，采用完全解析的公式进行计算的，系统计算时，可根据 sdg IBM 的微观理论[4,6]确定体系的 Hamiltonian 和内禀参量，同时确定有关算符参量，结合电磁跃迁的计算，对有关参数进行更为细致的调节。

参考文献

[1] 张敬业、钟纪泉、廖毕程，高能物理与核物理，**12**(1988)665.
[2] S. Kuyucak, I. Morrison, *Ann. Phys.*, **181**(1988)79.
[3] Y. D. Devi, V. K. B. Kota, *Z. Phys.*, **A337**(1990) 15.
[4] H. C. Wu et al., *Phys. Rev.*, **C38**(1988)1638.
[5] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Physica Siripta* **22**(1980)468.
[6] P. Navratil, J. Dobes, *Nucl. Phys.*, **A533**(1991)223.
[7] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, Reading, 1975) Vol. II.
[8] T. Ichihara et al., *Phys. Rev.*, **C36**(1987)1754.
[9] 王保林，高能物理与核物理，**16**(1992)475.
[10] Y. D. Devi, V. K. B. Kota, *Phys. Rev.*, **C45**(1992)2238.

Calculation of Ground State Deformation of Even-Even Rare-Earth Nuclei in sdg Interacting Boson Model

Wang Baolin

(*Department of Physics, Huaiyin Teachers College, Jiangsu* 223001)

Received 14 April 1994

Abstract

The analytical calculation of the nuclear ground state deformation of the even-even isotopes in the rare-earthregion is given by utilizing the intrinsic states of the sdg interacting boson model. It is compared systematically with the reported theoretical and experimental results. It is shown that the sdg interacting boson model is a reasonable scheme for the description of even-even nuclear deformation.

Key words even-even isotopes in the rare-earth region, ground state deformation, deformation parameters of the quadrupole and hexadecupole, intrinsic states of the sdg interacting boson model.