

# 关于格点规范理论中胶球质量 数值计算结果的讨论\*

吴 济 民

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-10-13 收稿

## 摘 要

分析了最近格点规范理论中数值计算胶球质量的结果及对  $J/\psi$ 、 $\psi'$  衰变实验的含义。

**关键词** 格点规范理论, 数值计算, 胶球质量,  $J/\psi$ 、 $\psi'$  衰变。

在粒子物理中, 人们对寻找胶球有极大的兴趣, 随着计算机能力的提高和计算方法的改进, 格点规范理论逐步给出了胶球谱数值计算的新结果. 本文将讨论这些结果及对  $J/\psi$ 、 $\psi'$  的衰变道中寻找胶球的若干启示.

格点规范理论数值计算胶球质量已有十几年的历史. 在数值模拟计算中, 这是个比较难以算准的物理量. 到目前为止, 这个计算还没有完成. 各种  $J^{PC}$  值胶球质量值及衰变宽度还没有能精确地肯定下来, 但是随着不断的改进和提高, 近几年来, 这些计算结果逐步可以和实验作对比, 也对实验提供了很有意义的启示.

不同的封闭的格点 Wilson 圈可以形成立方群的各种表示. 它们具有某种确定的自旋、宇称和电荷共轭宇称量子数  $J^{PC}$ . 选用这些 Wilson 圈为算符, 计算它们的格点关联函数值, 就可以分析出具有  $J^{PC}$  量子数的胶球质量值.

表 1 列出了 C. Michael, M. Teper (1989 年)<sup>[2]</sup>, UKQCD 组(1993 年)<sup>[3]</sup> 和 H. Chen, D. Weingarten 等人(1993 年)<sup>[4]</sup> 在 Quench 近似下各自在计算胶球质量值时所用的格点点阵体积大小,  $\beta$  值和组态数目.

图 1 给出了 UKQCD 组<sup>[3]</sup> 关于  $0^{++}$  和  $2^{++}$  两个态的数值计算值随格距  $a$  趋于零时的行为. 确定了他们计算的结果:  $m(0^{++})$  和  $m(2^{++})$  值. 图 2 给出了 UKQCD 组计算得到的胶球质量谱. 其中中空的圆圈表示对这个态质量最大值的估计值. 图 3 给出 C. Michael 和 M. Teper<sup>[2]</sup> 所计算的胶球质量谱. 其中有箭头的态是表示这个态质量最大值的估计值.

另外, UKQCD 组专门讨论了质量最低的两个态<sup>[3]</sup>.

\* 国家自然科学基金资助.

表 1

	点阵体积	$\beta$ 值	组态数目
C. Michael, M. Teper <sup>[2]</sup>	$12^4$	5.9	51000
	$10^3 \times 20$	6.0	8000
	$16^4$	6.0	36000
	$20^4$	6.0	5400
	$20^4$	6.2	26400
UKQCD <sup>[3]</sup>	$16^3 \times 32$	6.0	3220
	$32^4$	6.2	
	$32^4$	6.4	
H. Chen, D. Weingarten <sup>[4]</sup>	$16^3 \times 24$	5.70	6050, 8094
	$20^3 \times 30$	5.83	4002
	$24^3 \times 36$	5.93	4004
	$16^3 \times 24$	5.93	30640
	$12^3 \times 24$	5.93	48278
	$24^3 \times 36$	6.17	2005, 31150
	$30 \times 32^2 \times 40$	6.40	2002, 25440

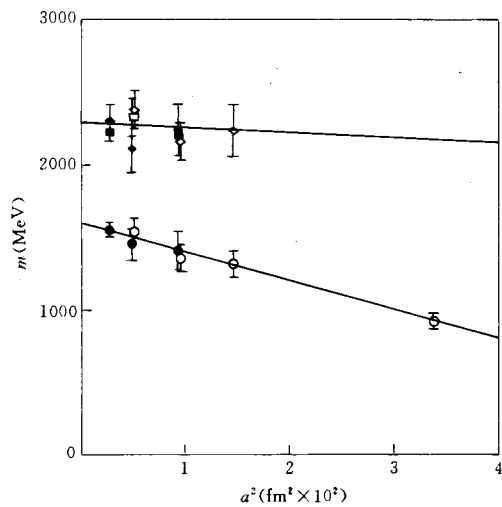


图 1  $m(0^{++})$  和  $m(2^{++})$  值随格距  $a$  的变化行为 (UKQCD 组)<sup>[3]</sup>

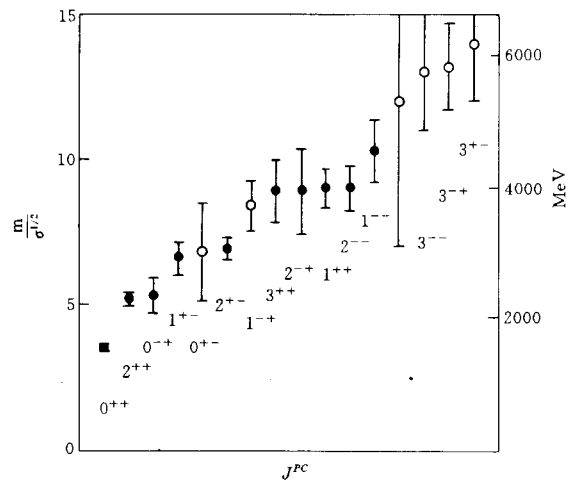


图 2 UKQCD 组预言的胶球谱<sup>[3]</sup>

$$m(0^{++}) = 1550 \pm 50 \text{ MeV}, \quad m(2^{++}) = 2270 \pm 100 \text{ MeV}.$$

H. Chen 等人<sup>[4]</sup>也专门讨论了他们所算得的质量最低的两个胶球态. 它们是:

$$m(0^{++}) = 1740 \pm 71 \text{ MeV}, \quad m(2^{++}) = 2357 \pm 128 \text{ MeV}.$$

这些结果都是在各自一定的近似下算得的. 所以, 各组计算结果不能严格一样, 但是大体上自洽. 比起以前的数值计算, 现在他们所利用的点阵大小、 $\beta$  值、组态数目都比较大. 所得结果的可信度提高了. 特别是, 他们使用同一组的组态, 系统地同时

计算了各个  $J^{PC}$  值的胶球质量值. 关于这些态, 质量大小的相对次序, 其可信度就相对地高一些, 可以看出, 各种  $J^{PC}$  的胶球态形成了有规律的谱.

以下我们来讨论这些结果的物理含义.

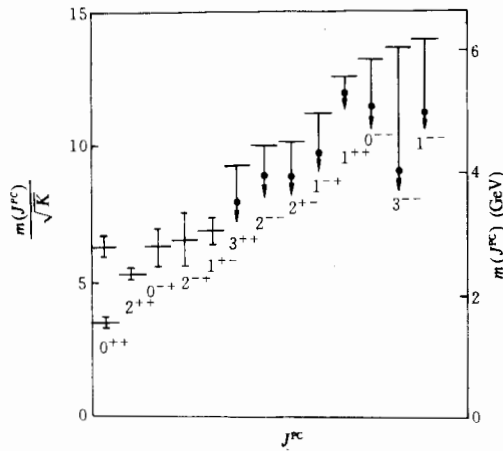


图3 C. Michael 和 M. Teper 预言的胶球谱<sup>[2]</sup>

考虑两胶子组成的束缚态. 它们的  $J^{PC}$  值如表 2 所示. 其中  $J=l+s$ ,  $s=s_1+s_2$ ,  $l$  为两胶子之间的轨道角动量. 由于玻色统计, 要求  $l+s$  为偶.

表 2

	$s=0$	$s=1$	$s=2$
$l=0$	$0^{++}$		$2^{++}$
1		$0^{-+} \quad 1^{-+} \quad 2^{-+}$	
2	$2^{++}$		$0^{++} \quad 1^{++} \quad 2^{++} \quad 3^{++} \quad 4^{++}$
3		$2^{-+} \quad 3^{-+} \quad 4^{-+}$	
$\vdots$			

$$P = (-1)^l, \quad C = (-1)^{l+s}.$$

数值计算给出了胶球质量由低向高的排列次序(见图 2、3). 质量最低态是  $0^{++}$  态, 其次为  $2^{++}$  态和  $0^{-+}$  态, 再其次是  $2^{-+}$ ,  $1^{-+}$  态,  $1^{+-}$  态也出现在其中. 这个次序正好就是表 2 中按  $S$  波  $P$  波态出现的次序. 虽然在格点规范数值计算中并不明显地表示这些计算是专门针对两胶子束缚态或三胶子、多胶子束缚态进行的, 但是现有的结果表明, 低质量的几个胶球态基本上是由两胶子组成的束缚态. 在物理上, 这个图象是很合理的, 也是很重要的启示.

还可以看出, 胶球态与  $q\bar{q}$  组成的束缚态有很大的不同. 后者按质量由低向高排列的次序是  $0^{-+}$ ,  $1^{-+}$ ,  $1^{+-}$ ,  $0^{++}$ ,  $1^{++}$ ,  $2^{++}$ ... 态. 另外, 还可以看出, 如果存在例外态  $0^{+-}$ ,  $1^{-+}$ , 它们的质量要大于  $3\text{ GeV}$ , 其它的例外态质量要更高一些.

## 2

原则上说, 质量低于  $m_{J/\psi}$  和  $C=+$  的胶球态都可以在  $J/\psi$  的辐射衰变中发现. 但是, 能否在  $J/\psi$  的强子二体衰变中也能发现这些态呢. 我们作如下讨论.

我们试图通过  $J/\psi$  的强子二体衰变道寻找胶球态 G.

$$J/\psi \rightarrow G(m_1) + h(m_2),$$

其中,  $m_1$  和  $m_2$  分别是胶球态 G 和强子 h 的质量. 显然,  $m_2 < m_{J/\psi} - m_1$ . 考虑到  $C$  宇称守恒, 同位旋守恒, 以质量最低的三个胶球态 ( $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 1^{-+}$ ) 为例, 在二体衰变中可能出现的强子态 h 有:

$0^{++}$ 胶球态 ( $\sim 1500\text{MeV}$ )	$h = \omega(1390)$ $h_1(1170)$ $\phi(1020)$ $\omega(783)$	强子的动量 $p \sim 550\text{MeV}$ $\sim 780\text{MeV}$ $\sim 890\text{MeV}$ $\sim 1018\text{MeV}$
$2^{++}$ 胶球态 ( $\sim 2200\text{MeV}$ )	$h = \omega(783)$	强子的动量 $p \sim 370\text{MeV}$
$0^{-+}$ 胶球态 ( $\sim 2200\text{MeV}$ )	$h = \omega(783)$	强子的动量 $p \sim 370\text{MeV}$

在  $J/\psi$  静止系中, 当  $m_1, m_2$  确定后, 二体衰变产物的动量值是唯一确定的. (由能动量守恒)

$$p^2 = \frac{(m_{J/\psi}^2 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2}{4m_{J/\psi}^2}.$$

因此, 在  $J/\psi$  强子二体衰变中, 不仅从 h 衰变产物的不变质量谱中寻找 h 的存在, 而且它们的动量值应当是单值的. 由此可以寻找可能的胶球态 G. 并可以与辐射衰变道的结果相互检验. 因此, 我们建议 BES 实验组在上述  $J/\psi$  强子二体衰变道中寻找.

如果上述二体衰变中难以发现含有  $m \approx 1500\text{MeV}, 2200\text{MeV}$  态, 同样也给  $J/\psi$  强子衰变动力学提供知识. 这表明,  $1500\text{MeV}, 2200\text{MeV}$  态是胶球态的可能更大, 因为它们不可能很容易地与主要由  $q\bar{q}$  组成的强子态 h 伴随产生.

## 3

应当重视  $\psi$  的辐射衰变道的研究. 数值计算表明, 胶球态都分布在约  $1500\text{MeV}$  以上的质量范围内, 甚至约在  $4\text{GeV}$  附近及以上质量范围内也分布着胶球态. 所以从  $\psi$  (3686) 态的辐射衰变中就可能发现新的质量较高一些的胶球态, 例如  $2^{-+}$  态. (不幸,

在  $e^+e^-$  对撞中, 质量更高的  $1^{--}$  共振态的产生截面不大.) 这无疑对研究胶球质量谱极有意义.

已经知道, 在最低级近似下有:

$$\Gamma(^3S_1 \rightarrow \gamma + gg) = \frac{32}{9} Q_c^2 \frac{\pi^2 - 9}{\pi} \frac{\alpha_s^2 \alpha}{M^2} |R_s(0)|^2$$

$$\Gamma(^3S_1 \rightarrow e^+e^-) = 4Q_c^2 \frac{\alpha^2}{M^2} |R_s(0)|^2,$$

所以有:

$$\frac{BR(2^3S_1 \rightarrow \gamma + gg)}{BR(1^3S_1 \rightarrow \gamma + gg)} = \frac{\alpha_s^2(2S)}{\alpha_s^2(1S)} \frac{BR(2^3S_1 \rightarrow e^+e^-)}{BR(1^3S_1 \rightarrow e^+e^-)} \sim 0.14.$$

进一步比较在相同的对撞机束流强度条件下,  $\psi'$  和  $J/\psi$  经过各自的辐射衰变到同一个胶球态  $G$ ,  $G$  又衰变成某一终态  $f$  的事例数之比,

$$\begin{pmatrix} \psi \\ J/\psi \end{pmatrix} \rightarrow \gamma G \rightarrow f,$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{经由 } \psi' \text{ 衰变到终态 } f \text{ 的事例数}}{\text{经由 } J/\psi \text{ 衰变到终态 } f \text{ 的事例数}} &= \frac{\psi' \text{ 的数目} \cdot BR(\psi' \rightarrow \gamma G) \cdot BR(G \rightarrow f)}{J/\psi \text{ 的数目} \cdot BR(J/\psi \rightarrow \gamma G) \cdot BR(G \rightarrow f)} \\ &= \frac{\psi' \text{ 的事例数}}{J/\psi \text{ 的事例数}} \quad (0.14) \\ &\simeq \frac{650\text{nb}}{2200\text{nb}} \quad (0.14) \simeq 0.04. \end{aligned}$$

这里, 取以下关系作上述估计:

$$\frac{\psi' \text{ 事例数}}{J/\psi \text{ 事例数}} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \psi')}{\sigma(e^+e^- \rightarrow J/\psi)} \simeq \frac{650\text{nb}}{2200\text{nb}}.$$

经由  $\psi'$  辐射衰变到终态  $f$  的数目只有经由  $J/\psi$  的辐射衰变到同一终态  $f$  的数目的 4%. 这是由于  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \psi')$  和  $\sigma(e^+e^- \rightarrow J/\psi)$  的差别以及  $BR(\psi' \rightarrow \gamma G)$  和  $BR(J/\psi \rightarrow \gamma G)$  的差别造成的, 这使得由  $\psi'$  的辐射衰变寻找胶球态变得困难.

但是, 利用  $\psi'$  的辐射衰变可以发现新的稍大质量的胶球态, 这是  $J/\psi$  辐射衰变达不到的. 因此, 研究这一衰变道仍然十分必要, 同时也可以检验对于胶球态是否也存在已知的在  $\psi'$  和  $J/\psi$  的强子衰变中存在的  $\rho\pi$  之谜, 这又可以对胶子动力学提供知识.

目前, 在 BES 实验中, 从 780 万  $J/\psi$  事例中发现  $\xi(2230)$  态<sup>[9]</sup>, 它极可能是一个胶球态, 从它的已知的每一个衰变道中收集了约 40 个事例. 这还不足以能分析出  $\xi(2230)$  态的自旋和宇称值, 如果能把事例数提高一个量级, 就可以对其自旋和宇称值作出结论. 以此为例, 如果要从  $\psi'$  的辐射衰变中像目前从  $J/\psi$  的辐射衰变中那样发现  $\xi(2230)$  态, 还假设有同样的测量效率, 就要求有 780 万 / 0.14  $\simeq$  5570 万个  $\psi'$  事例(比目前 BES 已收集的  $J/\psi$  事例数大 7 倍).

经过升级改造之后, BES 组可获得比现在大 3—4 倍的事例数, 要获得 5570 万个  $\psi'$  事例, 仍然要在  $\psi'$  共振峰上运行比较长的时间才行. (例如 4 个月) 当然, 最妥当的方法是建造  $\tau$ -charm 工厂(比现有亮度大 100 倍). 那里, 经由  $\psi'$  的辐射衰变道寻找胶球态就成为完全可行的测量了.

### 参 考 文 献

- [1] B. Berg, A. Billoire, *Nucl Phys.*, **B221**(1983) 109.
- [2] C. Michael, M. Teper, *Nucl Phys.*, **B314**(1989) 347.
- [3] G. S. Bali *et al.* (UKQCD Collaboration), *Phys Lett.*, **B309**(1993) 378.
- [4] H. Chen, J. Sexton, A. Vaccarino *et al.* (IBM research), *Nucl Phys.*, **B** (Suppl.) **34**(1994)357.
- [5] S. Jin, talk given at the International Workshop on Hadron Physics at Electron-Positron Colliders, Beijing, Oct. 14—17, 1994; J. Li, talk given at the 27th International Conf. on High Energy Physics, Glasgow, July 21—27, 1994.

## A Discussion About Recent Numerical Results From the Calculation of the Glueball Masses on Lattice Gauge Theory

Wu Jimin

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Received 13 October 1995

### Abstract

We analyse recent numerical results from the glueball masses calculation on lattice and its implication to the  $J/\psi$ ,  $\psi'$  decay experiments.

**Key words** lattice gauge theory, numerical calculation, glueball mass,  $J/\psi$ ,  $\psi'$  decay.