第21卷 第1期 高能物理与核物理 Vol.21, No.1
1997年 1 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jan., 1997

对称裂变中惯性张量的计算

张学谦 徐树威 沈翠华 张菊萍 袁双贵

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1995-12-20 收稿

摘 要

为了研究核裂变动力学，在假设核是无旋、不可压缩的液滴情况下，采用两参数的广义卡西尼卵形线液滴模型计算了对称裂变中惯性张量.

关键词 液滴模型，广义卡西尼卵形线，惯性张量，对称裂变.

1 引 言

惯性张量的计算，对于研究核裂变动力学是非常重要的[1]. 有关核裂变的理论大体分为两类：一类是宏观理论，另一类是微观理论. 微观理论是建立在核子－核子相互作用基础上，不必对核形状作任何假设，也不需要考虑核的耗散，但是由于问题的复杂性，它一时难以发展成一个能处理各种裂变现象的系统理论. 宏观理论仍是一个比较有希望的方向，而宏观理论的研究大多离不开惯性张量的计算[2]，裂变是一个一分为二的大形变过程，许多文献都对不同的裂变形状进行过描述：如用勒让得多项式展开，两个球中间加上一个与它们光滑相切的双曲线颈；三支二次曲线回转体作光滑联结以及用两个椭球相切作为断点形状等. 所有这些方法的主要缺点是无法连续描述裂变是如何从一体变为二体，文献[3]提出用一个形变参数的卡西尼卵形体来描述对称裂变过程，文献[4]的工作中引入非对称参数后，采用斯突金斯基的壳校正方法，计算了势能面. 文献[5]基于鞍点转动惯量和裂变阈实验值的比较，从物理上验证了卵形体形状描述裂变过程是一种较好的近似，在文献[6]中，已经证明采用两参数的广义卡西尼卵形线是一种简单且足够精确的裂变形状近似，用来从几何上描述从单体连续过渡到出现光滑脖子，最后分成一点接触的两体这一复杂形变过程，其中的两参数具有非常清楚的物理含义. 可惜时至今日，尚未采用这种形状来研究裂变动力学.

本文假设核是在无旋、不可压缩的液滴情况下，计算了惯性张量. 所有计算是在柱坐标系(ρ, z, ϕ)中进行的，核表面形状表达式为 $\rho=F(z, t, k_z, \varepsilon)$.

2 惯性张量的计算公式

选取的核表面形状表达式[6]为:

$$\rho^2=F^2=k_z(a^4+4c^2k_z^2z^2)^{1/2}-k_z(c^2+k_z^2z^2)\ ,\tag{1}$$

$$\varepsilon = c / a, \tag{2}$$

根据体积守恒要求，则

$$V = 4\pi R_0^3 / 3 = \pi a^3 [(1+\varepsilon^2)^{1/2}(1-2\varepsilon^2)/3 + 0.5\varepsilon^{-1}\,\mathrm{arsh}2\varepsilon\,(1+\varepsilon^2)^{1/2}], \tag{3}$$

其中 R_0 是未变形的球形液滴半径，a 为 ε 的隐函数，k_z、ε 为选定的独立形变参数，k_z 为轴压缩系数，当 $k_z=1$ 时，一般卡西尼卵形线则为广义卡西尼卵形线的一个特例. ε 是形变参数. 当 ε 从 0 变到 1，表征原子核从近球形单体变到出现脖子，再经过断点变成两体的过程，所以等式(1)描述了一个两参数的液滴形状.

另引进表示裂变液滴两部分质量中心之间距离的参数 R_{12}，核颈半径 b，它们分别满足:

$$R_{12} = a/(4k_z)[a/R_0]^3(3-\varepsilon^4), \tag{4}$$

$$b^2 = a^2(1-\varepsilon^2)k_z. \tag{5}$$

设核作无旋运动，其速度势 $\boldsymbol{\phi}$ 可以表示为:

$$\nabla\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{v}, \tag{6}$$

并根据液滴的不可压缩性，

$$\nabla^2\boldsymbol{\phi} = 0, \tag{7}$$

惯性张量 $\boldsymbol{M}_{ij}$[7] 则为:

$$\boldsymbol{M}_{ij} = -(3m/4R_0^3)\int \mathrm{d}z\varphi_i F_j, \tag{8}$$

其中 m 为液滴的质量:

$$F_j = \partial F^2/\partial\xi_j = \sum(\alpha_{jk}A_k(z) + \beta_{jk}B_k(z) + \gamma_{jk}C_k(z) + \delta_{jk}D_k(z)), \tag{9}$$

$$\varphi_j = \sum\{[\alpha_{jk}\cos(\pi kz/2z_0) + \beta_{jk}\sin(\pi kz/2z_0)]\mathrm{I}_0(\pi kF/2z_0) + [(\gamma_{jk}\cosh(w_k z/\rho_\mathrm{m}) + \delta_{jk}\sinh(w_k z/\rho_\mathrm{m})]\mathrm{J}_0(w_k F/\rho_\mathrm{m})\}, \tag{10}$$

上式中$\sum$是对 k 求和，$k=1, n$，在我们的实际计算中取 $n=4$; j 为独立参数个数，$j=2$，$\xi_1=k_2$，$\xi_2=\varepsilon$.

$$A_k(z) = (\pi kz_0^{-1}/2)[-2F\cos(\pi kzz_0^{-1}/2)\mathrm{I}_1(\pi kFz_0^{-1}/2) - F^{2'}\sin(\pi kzz_0^{-1}/2)\mathrm{I}_0(\pi kFz_0^{-1}/2)], \tag{11}$$

$$B_k(z) = (\pi kz_0^{-1}/2)[-2F\cos(\pi kzz_0^{-1}/2)\mathrm{I}_1(\pi kFz_0^{-1}/2) + F^{2'}\cos(\pi kzz_0^{-1}/2)\mathrm{I}_0(\pi kFz_0^{-1}/2)], \tag{12}$$

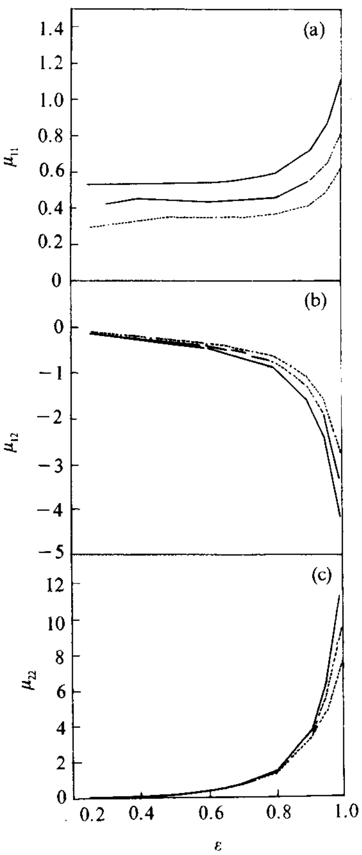

图 1　对称裂变中的惯性张量

—— $k_z=0.9$，— · — · — $k_z=1.0$，– – – $k_z=1.1$.

$$C_k(z) = w_k/\rho_\mathrm{m}[2F\cosh(w_k z/\rho_\mathrm{m})\mathrm{J}_1(w_k F/\rho_\mathrm{m}) + F^{2'}\sinh(w_k z/\rho_\mathrm{m})\mathrm{J}_0(w_k F/\rho_\mathrm{m})], \tag{13}$$

$$D_k(z) = w_k/\rho_\mathrm{m}[2F\sinh(w_k z/\rho_\mathrm{m})\mathrm{J}_1(w_k F/\rho_\mathrm{m}) + F^{2'}\cosh(w_k z/\rho_\mathrm{m})\mathrm{J}_0(w_k F/\rho_\mathrm{m})], \tag{14}$$

I_0、I_1、J_0、J_1 是贝塞尔函数，w_k 是 J_0、J_1 的零点.

$F^{2'}=\partial F^2/\partial z$，$\rho_m$是核表面$\rho(z)$的最大值，$2z_0$是液滴的长度.

引入无量纲数μ_{ij}:

$$\mu_{ij}=\boldsymbol{m}_{ij}/(mR_0^2). \tag{15}$$

利用公式(1)、(2)、(3)、(9)求出的F_j解析表达式，对等式(9)进行积分作最小二乘法拟合，得到系数α_{ij}，β_{ij}，γ_{ij}，δ_{ij}，将它们代入公式(10)求得φ_j，最后用公式(8)、(15)计算μ_{ij}. 计算结果如图1所示.

3 结果与讨论

图1是计算结果，为了估算精度，选$R_{12}(k_z,\varepsilon)$，$a(\varepsilon)$为独立形变参数，从(3)、(4)式可得到:

$$\mathrm{d}k_z/\mathrm{d}t=R_{12}^{-1}R_0^{-3}a^3[(3-\varepsilon^4)\,\mathrm{d}a/\mathrm{d}t-\varepsilon^3a(\mathrm{d}\varepsilon/\mathrm{d}a)(\mathrm{d}a/\mathrm{d}t)]-k_zR_{12}^{-1}\mathrm{d}R_{12}/\mathrm{d}t, \tag{16}$$

定义$m_{R_{12}}$为:

$$m_{R_{12}}=\partial^2T/\partial v_c^2, \tag{17}$$

则

$$m_{R_{12}}=M_{11}(k_zR_{12}^{-1})^2, \tag{18}$$

其中$T=0.5M_{11}(\mathrm{d}k_z/\mathrm{d}t)^2+0.5M_{22}(\mathrm{d}\varepsilon/\mathrm{d}t)^2$表示液滴的动能，$v_c=\mathrm{d}R_{12}/\mathrm{d}t$表示当液滴分成两个较小液滴时，它们质心之间的相对运动速度.

表1 当液滴趋于断裂时($\varepsilon\to1$，计算中取$\varepsilon=0.99995$)，k_z与$m_{R_{12}}$值的变化关系

k_z	1.1	1.3	1.35	1.4	1.45
$R_{12}(R_0)$	2.18	1.85	1.78	1.72	1.66
$m_{11}(mR_0^2)$	0.70	0.45	0.40	0.37	0.35
$m_{R_{12}}(m)$	0.18	0.22	0.23	0.24	0.27

从表1可见，对于不同的k_z值，当液滴趋于断裂时，$m_{R_{12}}$在一定误差范围内近似接近于1/4液滴质量值，这是合理的，同时也说明本文对惯性张量的计算结果是可靠的.

感谢与李伟生和王正大同志的有益讨论.

参考文献

[1] D. L. Hill, J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, **89**(1953)1102.
[2] 胡济民，原子核理论，第二卷，原子能出版社，362.
[3] V. S. Stavinsky *et al.*, *J. Nucl. Phys.*, (USSR) **7**(1968)1051.
[4] V. V. Pashkevich, *Nucl. Phys.*, **A169**(1971)275.
[5] 戴光曦等，高能物理与核物理，**11**(1987)51.
[6] Xu Shuwei, Wang Zhengda, *Phys. Rev.*, **C37**(1988)196.
[7] R. W. Hasse *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A106**(1968)117.

Calculation of the Inertia Tensor for Symmetric Fission

Zhang Xueqian　Xu Shuwei　Shen Cuihua　Zhang Juping　Yuan Shanggui

(*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou* 730000)

Received 20 December 1995

Abstract

In order to study the dynamics of symmetric fission, the inertia tensor is computed based on *twopara meter generaelzed* Cassinion oval curve dropter model and the assumiption that nucleus is an irrotational and incompressible fluid.

Key words liquid drop model, generalized Cassinian oval curve, inertia tensor, Symmetric fission.