

# 关于核多体系统的基态关联效应

邢永忠 徐躬耦

(南京大学物理系 南京 210093)

1996-12-2 收稿

## 摘 要

对于一个原子核模型系统在不同耦合强度、不同粒子数情况下的基态关联效应进行了研究. 结果表明: 当具有稳定的静态形变时, 基态关联基本上可用基于静态上的零点振动来解释, 因此, 关于静态性质的自洽场计算是至关重要的. 但在开始发生单极形变的临界点附近, 它随控制参量的变化显得很复杂、很敏感. 看来, 在滴线附近的轻核的进一步研究中, 关联效应是需要考虑.

**关键词** 基态关联, 基态形状, 临界点.

## 1 引 言

近年来, 核多体理论有了很大的发展, 王顺金等系统地发展了以自洽场为基本出发点的关联动力学<sup>[1]</sup>. 由于这种理论的计算工作量很大, 至今, 核结构理论主要还是以模型为其理论基础.

壳模型理论的优点是: 避免了静态变形场计算所导致的球对称性的破坏, 使得有可能对不同类型的核(球形核, 变形核)统一处理. 其缺点是把静态关联和动态关联混在一起未加区分. 因此, 在动态关联较大的情形, 就很难作近似计算. 相互作用玻色子模型 (IBM)<sup>[2]</sup>的提出, 好像是既能发扬壳模型的优点, 又能在一定程度上解决了它的缺点. 但必须指出 IBM 是一种唯象理论, 至今还没有真正阐明它的微观基础.

从球形到变形的过渡区核的集体激发谱比较复杂, 甚至可以出现形状共存. 滴线附近核<sup>[3]</sup>也是一样,  $|N-Z|$  稍稍增大, 原本稳定的核就会变得很不稳定, 象  $^{11}\text{Li}$  这样的晕核<sup>[4]</sup>的奇特性质, 至今还未能从微观理论上加以阐明.

本文不打算具体研究这些问题, 而是选择一个简化模型<sup>[5,6]</sup>, 详细地、深入地研究不同耦合强度, 不同量子效应的情况下, 基态关联效应的表现. 在球形核, 决定基态关联的因素基本上就是决定集体激发谱的因素. 在变形核, 决定基态关联的因素连同另外某些静态性质, 基本上决定了变形核的集体激发谱. 至于对过渡区核, 知道了怎样去改进基态关联的计算, 也就知道了怎样去改进集体激发谱的计算. 因此, 虽然是模型研究, 但是对 IBM 的微观研究是很有帮助的. 同样, 对  $^{11}\text{Li}$  等的轻滴线附近核的微观研究, 也是很有参

考价值的.

本文所采用的模型是双能级 Lipkin 模型, 虽是  $N$  个核子的系统, 但因为不存在集体自由度与单粒子自由度间的耦合, 可以考虑在确定内禀态上的集体运动. 这里只有一种集体的粒子空穴对的激发模式, 所以只需考虑一个集体自由度的子系统, 很容易求出其精确解. 在实际问题中, 由于存在着多个集体自由度之间的耦合, 精确计算是极困难的.

对于这一模型的静态自洽场计算, 也很容易做到. 所以基态关联效应可以明确给出. 基态关联是一种量子效应, 对于不同核子数的系统, 集体运动的惯性不一样. 另一方面, 长程相互作用也与核子数有关, 为了更加清楚地显示基态关联与核子数的关系, 本文中把等效相互作用强度与等效 Planck 常数作为控制参量, 把基态关联强度作为序参量来进行分析, 以便更加清楚地显示出基态关联在不同条件下的表现特征.

## 2 Lipkin 模型和集体运动哈密顿量

双能级 Lipkin 模型在单极力作用下的哈密顿量为

$$H = \frac{\varepsilon}{2} \sum_m (a_{m_+}^+ + a_{m_+} - a_{m_-}^+ - a_{m_-} + 1) - \frac{\kappa}{2} \left[ \sum_m (a_{m_+}^+ a_{m_-} - a_{m_-}^+ a_{m_+}) \right]^2, \quad (2.1)$$

其中  $a_{m_+}^+$  和  $a_{m_-}^+$  分别代表具有同一角动量的上下两个能级上费米子的产生算子,  $a_{m_+}$  和  $a_{m_-}$  分别是与它们相应的消灭算子. 集体算子

$$J_0 = \frac{1}{2} \sum_m (a_{m_+}^+ a_{m_+} - a_{m_-}^+ a_{m_-} + 1), \quad (2.2a)$$

$$J_+ = \sum_m a_{m_+}^+ a_{m_-}, \quad J_- = \sum_m a_{m_-}^+ a_{m_+}, \quad (2.2b)$$

构成封闭的  $SU(2)$  代数, 故集体激发不与单粒子激发耦合, 此系统具有  $SU(2)$  动力学对称性. 设总费米数为  $\Omega = 2j + 1$ ,  $k = 0$  时的基态恰足以填满下能级.  $k \neq 0$  时, 引起粒子空穴对的产生和消灭.  $J_0$  表示粒子空穴对的数目,  $J_+$ 、 $J_-$  表示粒子空穴对的产生、消灭. 故

$$|JM\rangle = C_M (J_+)^{M+\frac{\Omega}{2}} \left| \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \right\rangle$$

$$C_M = \left\langle \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \left| (J_-)^{M+\frac{\Omega}{2}} (J_+)^{M+\frac{\Omega}{2}} \right| \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \right\rangle^{-\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

是用来表述集体激发态的一组正交归一的基矢. 可以通过生成坐标等方法给出这些集体激发态的集体运动哈密顿量的玻色子表示和正则变量表示<sup>[7]</sup>.

设  $b^+$ 、 $b$  代表声子的产生和消灭算符, 它们满足对易关系式  $[b, b^+] = 1$ . 声子数为  $n$  的状态可以表示为

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (b^+)^n |0\rangle, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (2.4)$$

由于  $SU(2)$  群是紧致群, 它的表示空间为有限维的, 故将 (2.4) 式表示的声子数截断于  $n = \Omega$  以保证体系在费米子空间的和玻色子空间的状态间的一一对应关系. 因此, 可以找到联

系着这两个空间状态之间的变换关系为

$$\bar{U} = \left\langle \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \left| \exp\{b^+ J_-\} \right| 0 \right\rangle, \quad (2.5a)$$

$$\bar{U}^+ = \langle 0 | \exp\{b J_+\} \left| \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \right\rangle, \quad (2.5b)$$

这里, 分别用  $\left| \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \right\rangle$  和  $|0\rangle$  代表集体的粒子空穴对空间和玻色子空间的真空态.

通过变换 (2.5) 式, 可以求得  $J_0, J_+, J_-$  在声子态空间的 Dyson 表示为

$$\bar{U} \begin{pmatrix} J_- \\ J_0 \\ J_+ \end{pmatrix} \bar{U}^+ = \begin{pmatrix} b \\ b+b \\ b^+(\Omega-b+b) \end{pmatrix} \mathcal{N}. \quad (2.6)$$

$$\text{其中 } \mathcal{N} = \bar{U} = \left\langle \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \left| \exp\{b^+ J_-\} \right| 0 \right\rangle \left( 0 \left| \exp\{b J_+\} \right| \frac{\Omega}{2}, -\frac{\Omega}{2} \right),$$

可以求得

$$\mathcal{N} = \frac{\Omega!}{(\Omega-b+b)!}. \quad (2.7)$$

为了保持哈密顿量的厄米性质, 必须采用 Holstein-Primakoff 表示. 根据上式可以求出它们的 Holstein-Primakoff 表示为

$$\mathcal{N}^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} b \\ b+b \\ b^+(\Omega-b+b) \end{pmatrix} \mathcal{N}^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\Omega-b+b} \\ b+b \\ b^+\sqrt{\Omega-b+b} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

利用 (2.7) 式和 (2.8) 式, 可以求得模型 (2.1) 式在截断的声子态空间的等效哈密顿量为

$$\mathcal{H}^{(\text{HP})} \equiv \mathcal{N}^{-\frac{1}{2}} H \mathcal{N}^{\frac{1}{2}} = \varepsilon \Omega \frac{b^+}{\sqrt{\Omega}} \frac{b}{\sqrt{\Omega}} - \frac{\kappa \Omega^2}{2} \left[ \frac{b^+}{\sqrt{\Omega}} \sqrt{1 - \frac{b^+}{\sqrt{\Omega}} \frac{b}{\sqrt{\Omega}}} + \sqrt{1 - \frac{b^+}{\sqrt{\Omega}} \frac{b}{\sqrt{\Omega}} \frac{b}{\sqrt{\Omega}}} \right]^2, \quad (2.9)$$

使

$$q = \frac{1}{\sqrt{2\Omega}} (b^+ + b), \quad p = \frac{i}{\sqrt{2\Omega}} (b^+ - b), \quad (2.10)$$

$$[q, p] = i \left( \frac{1}{\Omega} \right). \quad (2.11)$$

可以将集体运动哈密顿量 (2.9) 式用正则变量表示为

$$\mathcal{H}^{(\text{HP})} = \frac{\varepsilon \Omega}{2} (q - ip)(q + ip) - \frac{\kappa \Omega^2}{4} \left\{ (q - ip) \left[ 1 - \frac{1}{2} (q - ip)(q + ip) \right]^{\frac{1}{2}} + \text{H.C.} \right\}^2. \quad (2.12)$$

(2.11)和(2.12)式一起决定了具有某一 $\Omega$ 值的系统的运动,只要 $\varepsilon\Omega$ 、 $\kappa\Omega^2$ 保持确定值,不同粒子数的系统的 $\mathcal{H}^{(HP)}$ 完全相同.对于 $\Omega$ 值不同的系统,它们之间的差别只表现在(2.11)式中的等效 Planck 常数上.这样,可以很方便地比较不同 $\Omega$ 值系统的基态关联效应.

(2.9)式和(2.12)式是同一系统的集体运动哈密顿量,它们必然给出同一结果.但(2.9)式更便于精确求解.将本征态用(2.4)式所示的 $|n\rangle$ 展开,即可直接用数值方法求解,并计算出之值.(2.12)式则便于按不同情形求出近似解,这将在下一节中讨论.

### 3 基态关联、数值结果及讨论

基态关联所表示的是精确的包含“零点振动”的近似的基态之间的差异.为了把不同粒子的基态关联放在一处进行比较,我们计算了精确的 $C_{\text{精}} = \langle b^+b \rangle / \Omega$ ,并用它与静止的情形下的 $C_{\text{静}}$ 之差 $\Delta C = C_{\text{精}} - C_{\text{静}}$ 来表述基态关联.

将 $b^+b$ 用(2.11)式所示的正则

变量表示出来:

$$\frac{\langle b^+b \rangle}{\Omega} = \frac{1}{2} \left\langle q^2 + p^2 - \frac{1}{\Omega} \right\rangle. \quad (3.1)$$

在形变平衡点 $q_0$ 附近展开.即令

$$P = p, \quad Q = q - q_0. \quad (3.2)$$

(3.1)式可以写成

$$\frac{\langle b^+b \rangle}{\Omega} - \frac{1}{2} q_0^2 = \frac{1}{2} \left\langle Q^2 + P^2 + 2q_0Q - \frac{1}{\Omega} \right\rangle, \quad (3.3)$$

上式中 $\langle \dots \rangle$ 表示对模型基态求平均.

对于具有稳定基态的核,在 $\Omega$ 足够大的条件下,略去因 $q$ 、 $p$ 不能互易而贡献的与 $1/\Omega$ 有关的项后,(2.12)式可以近似为

$$\mathcal{H}^{(HP)} \doteq \frac{\varepsilon\Omega}{2} (q^2 + p^2) - \kappa\Omega^2 q^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} (q^2 + p^2) \right], \quad (3.4)$$

由(3.4)式可以求出基态的形变平衡点

$$q_0^2 = \begin{cases} 0 & x < \frac{1}{2} \\ 1 - \frac{1}{2x} & x > \frac{1}{2} \end{cases}, \quad (3.5)$$

其中 $x = \frac{\kappa\Omega}{\varepsilon}$ 并对(3.4)式作与(3.2)式相同的平移后,可以求得 $\mathcal{H}^{(HP)}$ 在 $q_0$ 点附近的谐振子近似,由此可以求出 $\Delta C$ 的近似结果 $\Delta C_{\text{近}}$ ,当 $x$ 远离 $1/2$ 且小于 $1/2$ 时, $\Delta C_{\text{近}} \geq 0$ ;当 $x$ 远

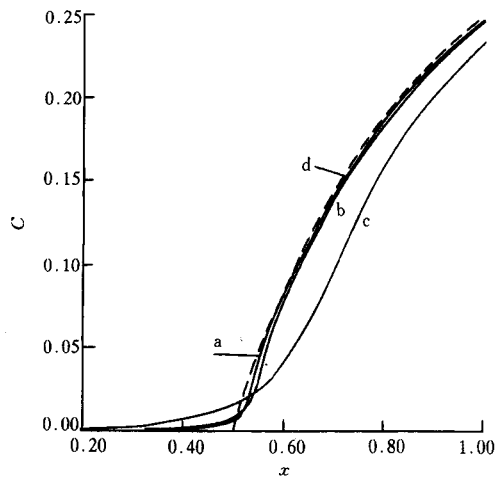


图1  $\Omega = 20$ (曲线c); $120$ (曲线b); $240$ (曲线a)时, $C$ 的精确计算结果和静态结果(虚线d)随 $x$ 的变化曲线

离  $1/2$  且大于  $1/2$  时,  $\Delta C_{\text{近}} \leq 0$ . 在形变临界点附近基态关联效应比较显著. 但在一般情况下, 存在集体激发与单粒子激发间的耦合, 需按自治场理论计算.

因为  $\frac{1}{\Omega} \langle b^+ b \rangle$  表述了核体系的一些主要特征, 而  $x$  与  $\frac{1}{\Omega}$  是决定核体系特征的两个主要因素. 把前者作为序参量, 把后者作为控制参量, 考察  $\frac{1}{\Omega} \langle b^+ b \rangle$  随  $x$  及  $1/\Omega$  的变化. 结果画在图 1 中.  $1/\Omega$  具有确定的结果连成  $\langle b^+ b \rangle / \Omega \sim x$  的曲线,  $1/\Omega \rightarrow 0$  时的曲线用虚线表示.

由于  $\Delta C = C_{\text{精}} - C_{\text{普}}$  反映了基态关联, 为了更加清楚地显示出它的复杂行为, 作出  $\Delta C$  随  $1/\Omega$  的变化曲线 (见图 2).

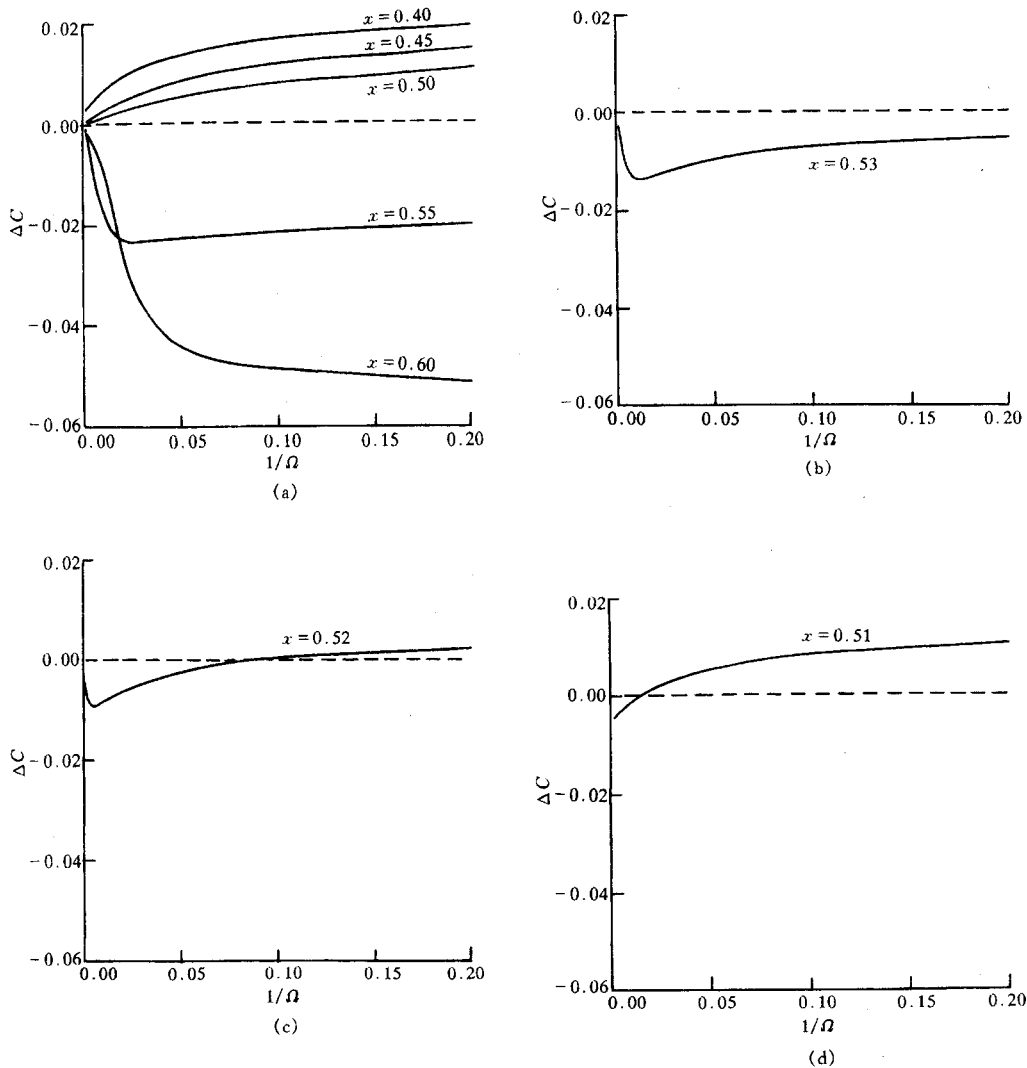


图 2 不同  $x = \frac{\kappa\Omega}{e}$  下, 基态关联  $\Delta C$  随控制参量  $1/\Omega$  的变化曲线

从图 1 可见,根据核体系的特征,大体上可以把核分为三类:(1) $x$ 比 0.5 小得多时,没有静态单极形变的区域,其时 $\Delta C < 0$ ,但较小,随 $1/\Omega$ 增大而增大.这一结果大体上可以从基于静态上的零点振动来解释.(2) $x$ 比 0.5 大得较多时,有明确的静态单极形变的区域,其时 $\Delta C < 0$ ,随 $1/\Omega$ 增大而增大.静态形变愈大, $\langle b^+ b \rangle_{\text{静}}/\Omega$ 也愈大,但 $\Delta C$ 与之相比,仍是一个较小的量,故这一结果仍可以用基于静态上的零点振动来解释.因为静态形变愈大惯性参量倒数愈小,零点振动对 $\langle q^2 + p^2 \rangle/2$ 的贡献愈小,故 $\Delta C < 0$ ,这是与前一结果不同之处.(3) $x$ 在 0.5 附近没有稳定静态形变的区域,其时, $\Delta C$ 相对于 $C_{\text{静}}$ 而言比较大.随 $x$ 和 $1/\Omega$ 的变化比较复杂.从图 2(a)可见,当 $x$ 略小于 0.5 时,除 $\Delta C$ 较大外,仍随 $1/\Omega$ 的增大而增大,还比较简单,与区域(1)的特征相衔接. $x$ 略大于 0.5 时, $\Delta C$ 的变化特别复杂. $1/\Omega$ 很小时 $\Delta C < 0$ ,很快地随 $1/\Omega$ 增大而下降,增至一定值后,又转变为随 $1/\Omega$ 增大而上升.从 $x = 0.51, 0.52, 0.53$ 诸图可见, $\Delta C$ 这种量子效应随 $1/\Omega$ 变化的复杂性逐渐减弱. $x$ 增大到 0.55 时,已逐渐变成区域(2)的核体系的特征.

由此可见,无形变时的基矢系不适合于表述变形核的全部主要性质.幸而对于变形核的集体激发谱来说,最主要的性质只是依赖于静态形变的转动惯量以及它作振动时的惯性参量和恢复力等性质<sup>[8]</sup>.为了反映这些性质,可将原来的比较复杂的描述作重整化处理,使得虽取 IBM 这样较为简单的形式,却仍能包括其它项目所给出的效应.但这样作后, $S, D$ 对已不再是直观意义下的核子对. Arima 本人曾用单能级模型作过这样的研究工作,但还可以进一步深入.

但是,在 $x > 0.5$ 附近,由于不稳定的静态势场,涨落效应就特别重要,特别是轻滴线附近的核,不仅要注意考虑本文所述的基态关联,在实际问题中还应考虑本文没有讨论的对于平均势场的涨落等.

### 参 考 文 献

- [1] 王顺金,左维,郭华,物理学进展,16(1996)99.
- [2] A. Arima, F. Iachello, *Ann. Phys. (N. Y)* **99**(1976)253; **111**(1978)201; **115**(1978)325; **123**(1979)569.
- [3] P. G. Hansen, *Nature*, **328**(1987)476; **334**(1988)194.
- [4] I. Tanihata *et al*, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985)2676; P. G. Hansen, *Nature* **361**(1993)504.
- [5] H. J. Lipkin, N. Meshkob, A. J. Glick, *Nucl. Phys.*, **62**(1965)188; 199; 211.
- [6] G. O. Xu, F. L. Li, *Comm. Theo. Phys.*, **4**(1985)39
- [7] G. O. Xu, S. J. Wang, Y. T. Yang, *Phys. Rev.*, **C36**(1987)2085
- [8] A. Arima, in *Nuclear Structure*, ed. by R. Broglia, G. Hagemann and B. Heuskind, (North Holland, Amsterdam, 1985)P.147.

## On Ground State Correlations in Nuclear Many-Body Systems

Xing Yongzhong    Xu Gongou

*(Physics Department, Nanjing University, Nanjing 210093)*

Received 2 December 1996

### Abstract

The ground state correlation in model systems with different interaction strength and particle numbers has been studied. Numerical results tell us that if the ground state shape is quite stable, the ground state correlation can be approximately explained by the zero-point vibration based on the static ground state. It is rather important to carry out first the static self consistent field calculation. But around the critical point where the monopole deformation begins to occur, behaviors of the ground state correlation become very complicate and sensitive to the variation of controlling parameters. It seems to indicate that particular attentions should be paid to ground state correlations in further studies of light nuclei near the drip line

**Key words** ground state correlation, ground state shape, critical point.