第 21 卷 第 7 期 高能物理与核物理 Vol.21, No.7
1997年7月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS July, 1997

奇质量超形变带中的 $\Delta I=1$ 颤动*

吴 崇 试[1)]

(北京大学物理系 北京 100871)

1996-06-26收稿

摘 要

系统分析了 $A\sim 190$ 区超形变带的 $\Delta I=1$ 颤动，发现在大多数奇质量超形变核的 signature 伙伴带中存在 $\Delta I=1$ 颤动，并根据通常的集体模型作了解释.

关键词 超形变带，$\Delta I=1$ 颤动，signature 劈裂，集体模型.

超形变带的发现是近年来核物理研究中的一个重要事件，它开辟了核结构研究的一个全新领域．迄今为止，在 $A\sim 80$ 区(Sr、Zr 等核)，130 区(La、Ce、Pr、Nd、Sm 等核)，150 区(Eu、Gd、Tb、Dy、Er 等核)和190 区(Au、Hg、Tl、Pb、Bi、Po 等核)中，已经观测到 100 条以上的超形变带．在不少的超形变带中，测量到多达 20 条以上的带内级联跃迁，从而可以建立起很长的转动带，这就为我们检验各种核模型提供了充分的条件．这里，首先面对的是跃迁能量中表现出来的规律性．在这一方面，已经出现了关于原子核中"全同带"[1,2]和 $\Delta I=2$ 颤动(或称 $\Delta I=4$ 分岔)[3,4]的讨论．本文将讨论另一个颤动现象，即奇质量超形变带中的 $\Delta I=1$ 颤动．

关于 $\Delta I=1$ 颤动，一个著名的例子就是奇 A 核 $K=1/2$ 带的脱耦合现象．在其它转动带中也存在类似的现象：signature 不同的两列(互为 signature 伙伴，每一列也常称作一个带)间存在能量的相对移动(故又称为 signature 劈裂)．产生脱耦合或 signature 劈裂的原因是转动哈密顿量中的 Coriolis 力(或称转动-粒子耦合项)．本文将直观地分析超形变带中的 $\Delta I=1$ 颤动问题，并根据流行的原子核集体模型加以讨论．

显然，应该在一对 signature 伙伴带中来讨论 $\Delta I=1$ 颤动的问题．可以在具有一定 signature 的超形变带中根据相邻跃迁 $I+2\to I\to I-2$ 能量的平均值，计算它相对于其 signature 伙伴带中跃迁 $I+1\to I-1$ 能量的差值

$$\Delta^2 E_\gamma(I)=\frac{1}{2}[E_\gamma(I+2\to I)+E_\gamma(I\to I-2)]-E_\gamma(I+1\to I-1). \tag{1}$$

如果对于一个转动带，其能量均能用

---

* 国家自然科学基金资助．

1) 中国科学院理论物理研究所客座．

$$E(I) = AI(I+1) - B[I(I+1)]^2 + C[I(I+1)]^3 + \cdots \quad (2)$$

描述，其中 A，B，C，…是具有不同 signature 的两个分支的共同常数，则

$$\Delta^2 E_\gamma(I) = 12(2I+1)\{-B + C[5I(I+1)+8]\} + \cdots.$$

对于 $A \sim 190$ 区的超形变带，容易估计到[5]（取自然单位 $\hbar = 1$）

$$A \sim 5.2\text{keV}, \quad B \sim 2.0 \times 10^{-4}\text{keV}, \quad C \sim 2.0 \times 10^{-8}\text{keV}, \cdots\cdots.$$

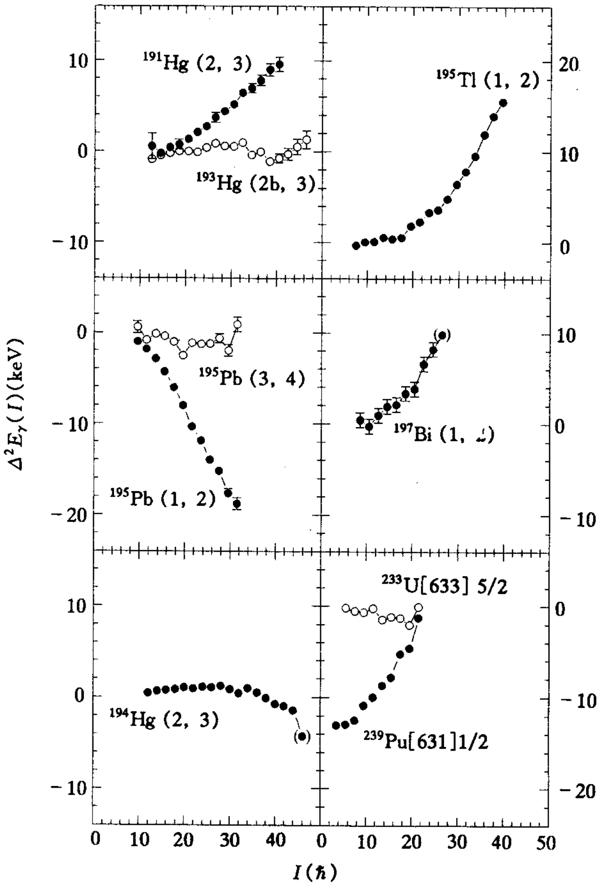

图 1 $A \sim 190$ 区中超形变 signature 伙伴带的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 实验值

实验数据分别为^{194}Hg[3,4]、^{191}Hg[6]、^{193}Hg[7]、^{195}Tl[8]、^{195}Pb[9]和^{197}Bi[10]．为了比较，图中还给出了正常形变带 [633]5 / 2 带（^{233}U[11]）和 [631]1 / 2 带（^{239}Pu[12]）的实验结果．

说明这些带的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值应该很小：基本上随 I 线性增大，当 $I \sim 40$ 时约为 -0.2keV．在 $A \sim 190$ 区中，已有的许多对超形变带，都被公认为构成 signature 伙伴带，在图 1 中给出了它们的各种典型的结果．对于偶偶核，的确有很小的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值，例如，对于^{194}Hg 的第 2 和第 3 两带（下面简写为^{194}Hg(2,3)），有

$$\Delta^2 E_\gamma(I) \sim \pm 1\text{keV}.$$

对于奇奇核，也有类似的结果．唯一的例外是^{192}Tl(1,2)，在低自旋时它的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 的确很小，但在高自旋时突然上弯．对于奇 A 核中的某些 signature 伙伴带，例如 ^{193}Hg(2b，3)和^{195}Pb(3，4)，也有小的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值（见图 1）．^{193}Pb(5，6)的结果也类似．事实上，这三对超形变带都具有相同的高 N 组态（ν [624]9 / 2）结构．

对于奇 A 核中的大多数超形变 signature 伙伴带，情况完全不同．从图 1 可以看出，^{191}Hg(2,3)带的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值随 I 而单调增大．对于迄今为止的奇质量 Tl 核中的几对超形变 signature 伙伴带，它们的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值都表现出同样的变化规律，这也是由于它们具有相同的高 N 组态（π[642]5 / 2)．为了节省篇幅，在图 1 中只给出了^{195}Tl(1,2)的结果．^{197}Bi(1,2)带的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值也随 I 而单调增大．$\Delta^2 E_\gamma(I)$ 随 I 减小的唯一例子是^{195}Pb(1,2)．从以上这些超形变伙伴带中，可以看出 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值随 I 增大（减小）的共同规律：在低自旋时几乎为 0，随着 I 增大而增大（减小），并且变化得越来越快，当 $I \sim 30$—40 时，其大小达到大约 10—20keV.

为了说明$\Delta^2 E_\gamma(I)$(或者说，$\Delta I=1$颤动)的这种变化规律，在奇A核能谱公式中必须增加与 signature 有关的项，首先是脱耦合项

$$(-1)^{I+1/2} Aa\left(I+\frac{1}{2}\right)$$

在$K=1/2$时，显然不可忽略．但是，即使引进了这一项，它在$\Delta^2 E_\gamma(I)$中也只能增加一个常数项

$$(-1)^{\alpha+1/2} 4Aa, \quad I=\alpha \bmod 2,$$

因而并不足以说明上面观测到的$\Delta^2 E_\gamma(I)$的变化规律．这里约定，在计算$\Delta^2 E_\gamma(I)$时，应该在 signature 为α的带中求出平均值$\frac{1}{2}[E_\gamma(I+2\to I)+E_\gamma(I\to I-2)]$，再减去 signature 为$-\alpha$的带中的跃迁能量$E_\gamma(I+1\to I-1)$.事实上，对于$K=1/2$带,其转动能可以写成[13]

$$E(I)=AI(I+1)-B[I(I+1)]^2+C[I(I+1)]^3+\cdots$$
$$+(-1)^{I+1/2}\left(I+\frac{1}{2}\right)A[a_1-b_1 I(I+1)+\cdots]. \tag{3}$$

只不过在正常形变下，一般认为b_1项以及更高级项的影响可以忽略．但是，在超形变带的情况下，角动量可以高达 50 甚至更高，因此，b_1项的影响有可能不能忽略．事实正是如此．根据(3)式，可以求得

$$\begin{aligned}\Delta^2 E_\gamma(I)=&12(2I+1)\{-B+C[5I(I+1)+8]+\cdots\}\\&+(-1)^{\alpha+1/2}4A\{a_1-3b_1[I(I+1)+1]+\cdots\},\end{aligned} \tag{4}$$

它正好可以正确地再现出$\Delta^2 E_\gamma(I)$的变化趋势．而且，即使$b_1\sim 10^{-4}$，则当$I\sim 40$时，有(取$A\sim 5.2$keV)

$$12Ab_1[I(I+1)+1]\sim 10\text{keV}.$$

这正是观测到的$\Delta^2 E_\gamma(I)$值的量级．不仅如此，(3)式对于其它$K\neq 1/2$带也应该成立．例如，根据文献[13]，对于$K=3/2$带，

$$\begin{aligned}E(I)=&AI(I+1)-B[I(I+1)]^2+C[I(I+1)]^3+\cdots\\&+(-1)^{I+3/2}\left(I-\frac{1}{2}\right)\left(I+\frac{1}{2}\right)\left(I+\frac{3}{2}\right)[A_3+B_3 I(I+1)+\cdots]\\=&AI(I+1)-B[I(I+1)]^2+C[I(I+1)]^3+\cdots\\&+(-1)^{I+1/2}\left(I+\frac{1}{2}\right)A[a_1'-b_1' I(I+1)+\cdots].\end{aligned} \tag{5}$$

为了证实上述观点，可以根据(3)式去拟合测得的超形变带的跃迁能量．应该说明，这不同于我们过去所用的 ab 拟合的办法[5]，也不同于现有的其它方案[14,15]．不同之处在于，现在对于一对 signature 伙伴带，要采用一套共同的拟合参数．出乎意料的是，拟合的结果仍然非常敏感地依赖于自旋值的指定，尽管现在使用了更多的拟合参数(当然拟合的数据也增多了)．考虑到 ab 公式在描写正常形变带和超形变带方面已取得的成就，不妨采用改进的 ab 公式

$$E(I) = a\left[\sqrt{1+bI(I+1)} - 1\right] + (-1)^{I+1/2}\left(I+\frac{1}{2}\right)A[a_1 - b_1 I(I+1)] \tag{6}$$

去拟合测得的超形变带的跃迁能量，其中 $A = ab/2$. 这样做的优点是使用少数几个参数，却包含了 $I(I+1)$ 展开中的相当一部分高级项的影响. 表 1 给出了 ^{191}Hg(2,3)的计算结果，可以看出它和实验观测值非常一致. 而且计算表明,如果指定的自旋值改变 $\pm\hbar$，计算值与实验值之间的方均根偏差就会增大 3—5 倍. 因此，这个方案可以看成是 ab 拟合方法[5]的一个重要改进，可以成功地用于奇 A 核超形变带自旋值的指定，我们将在另文中详细讨论这一问题. 表 2 列出了这样定出的 a_1 和 b_1 值. 可以看到，除了 ^{193}Pb(3,4)的 a_1 值略大 ($a_1 \approx 0.24$) 以外，其它超形变 signature 伙伴带的 a_1 值都很小 ($|a_1| \leqslant 0.1$)，这正是为什么它们的 $\Delta^2 E_\gamma(I)$ 值在低自旋时都很小的原因. 对于参数 b_1 值，却有两种情况.

表1　超形变signature伙伴带^{191}Hg(2,3)跃迁能量的拟合结果

第 2 带			第 3 带		
$E_\gamma(I\to I-2)$ (keV)		自旋 I	$E_\gamma(I\to I-2)$ (keV)		自旋 I
实验值	计算值	指定值	实验值	计算值	指定值
	882.3	97/2		881.6	99/2
	854.1	93/2		855.1	95/2
	825.1	89/2		827.7	91/2
796.5	795.2	85/2	800.5	799.4	87/2
765.2	764.5	81/2	771.3	770.2	83/2
732.7	732.9	77/2	740.0	740.0	79/2
699.9	700.4	73/2	708.5	709.0	75/2
666.2	667.1	69/2	676.1	677.0	71/2
632.1	632.9	65/2	642.7	644.1	67/2
597.2	598.0	61/2	609.5	610.4	63/2
561.6	562.2	57/2	575.0	575.8	59/2
525.2	525.6	53/2	539.7	540.3	55/2
488.1	488.3	49/2	503.9	504.0	51/2
450.3	450.3	45/2	467.1	467.0	47/2
411.8	411.6	41/2	429.7	429.2	43/2
372.7	372.2	37/2	391.5	390.7	39/2
333.1	332.3	33/2	352.5	351.5	35/2
292.7	291.9	29/2	313.1	311.8	31/2
252.4	251.0	25/2	272.0	271.4	27/2
	209.7	21/2		230.6	23/2
	168.0	17/2		189.4	19/2
	126.1	13/2		147.8	15/2

实验数据取自文献[6]. 拟合所得的参数为 a=7.0757×10^{4}keV, b=1.4943×10^{-4}, a_1=0.0489, b_1=1.0163×10^{-4}.

一是在^{193}Hg(2b, 3), ^{193}Pb(5,6)和^{195}Pb(3, 4)诸带中，$|b_1|$的取值在10^{-6}与10^{-5}之间．这时b_1项对$\Delta^2E_\gamma(I)$的贡献当然很小．这就解释了为什么这几对 signature 伙伴带的$\Delta^2E_\gamma(I)$值在大范围内都接近于 0．另一种情况是，对于其它的 signature 伙伴带，$|b_1|\sim(1—3)\times 10^{-4}$．这样就导致了$\Delta^2E_\gamma(I)$值随$I$而单调上升或下降．

表2　A～190区奇质量核超形变signature伙伴带的拟合参数

超形变带	组　态	a (keV)	b	a_1	b_1
$^{191}Hg(2,3)$	ν [642] 3/2	7.0757×10^4	1.4943×10^{-4}	0.0489	1.016×10^{-4}
$^{193}Hg(2b,3)$	ν [624] 9/2	6.0600×10^4	1.7622×10^{-4}	0.0074	1.551×10^{-5}
$^{193}Pb(3,4)$	ν [512] 5/2	7.5170×10^4	1.4047×10^{-4}	0.2356	2.302×10^{-4}
$^{193}Pb(5,6)$	ν [624] 9/2	6.1262×10^4	1.7476×10^{-4}	−0.0126	-1.349×10^{-5}
$^{195}Pb(1,2)$	ν [752] 5/2	4.1036×10^5	2.4370×10^{-5}	0.0240	3.269×10^{-4}
$^{195}Pb(3,4)$	ν [624] 9/2	5.6680×10^4	1.9055×10^{-4}	−0.0338	-2.238×10^{-6}
$^{191}Tl(1,2)$	π [642] 5/2	5.9833×10^4	1.8093×10^{-4}	−0.0811	-1.190×10^{-4}
$^{193}Tl(1,2)$	π [642] 5/2	7.7607×10^4	1.3403×10^{-4}	−0.0917	-1.399×10^{-4}
$^{195}Tl(1,2)$	π [642] 5/2	6.8590×10^4	1.5326×10^{-4}	−0.0857	-1.574×10^{-4}
$^{197}Bi(1,2)$	π [651] 1/2	1.4609×10^5	7.1552×10^{-5}	0.0912	2.515×10^{-4}

作为比较，图 1 还给出了两个正常形变带的$\Delta^2E_\gamma(I)$值．同样也可以看到两种变化趋势：对于^{233}U的 [633]5 / 2 带，$\Delta^2E_\gamma(I)$值很小，而^{239}Pu的 [631]1 / 2 带的$\Delta^2E_\gamma(I)$值从很大的负值(−13keV)出发，逐渐上升，到$I=43/2$时达到 −1keV．这种变化趋势和速度，与超形变带中观测到的完全相同．不同之处是 [631]1 / 2 带有明显不为 0 的a_1值，因此，在带首处的Δ^2E_γ值也明显地不为 0．

这里存在一个问题，即如何去判定 signature 伙伴带．分析表明，signature 伙伴带应该具有非常接近的第二类转动惯量$\mathscr{J}^{(2)}$．我们将在另文中讨论这一判据的正确性．按照这一判据，文献 [6] 中提到的^{191}Hg的第 1 带和第 4 带，看来就不可能是一对 signature 伙伴带，因为它们具有明显不同的$\mathscr{J}^{(2)}$．对于超形变带$^{193}Pb(1,2)$，有人也认为是一对 signature 伙伴带[16]，实际上恐非如此，因为它们也具有明显不同的$\mathscr{J}^{(2)}$.这一看法可从实际计算中得到证实．如果像上面那样，也采用一组参数去拟合这两个带，就不能得到满意的结果．而如果单独地一一拟合这两个带，定出的自旋值却对应于相同的 signature.我们希望能有更多、更准确的数据，以便能作进一步的研究．

最后还应当说明，本文中提到的^{197}Bi的第 1 带，最近该实验组又认为它应该属于^{196}Bi[17]．我们也期待更多的实验证据．

参 考 文 献

[1] T. Byrski, F. A. Beck, D. Curien *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990)1650.

[2] F. S. Stephens, M. A. Deleplanque, J. E. Draper *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **65** (1990)301.

[3] S. Flibotte, H. R. Andrews, G. C. Ball *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993)4299.

[4] B. Cederwall, R. V. F. Janssens, M. J. Brinkman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 72(1994)3150.

[5] C. S. Wu, J. Y. Zeng, Z. Xing *et al.*, *Phys. Rev.*, **C45**(1992)261.

[6] M. P. Carpenter, R. V. F. Janssens, B. Cederwall *et al.*, *Phys. Rev.*, **C51**(1995)2400.

[7] M. J. Joyce, J. F. Sharpey-Schafer, M. A. Riley *et al.*, *Phys. Lett.*, **B340**(1994)150.

[8] J. Duprat, F. Azaiez, C. Bourgeois *et al.*, *Phys. Lett.*, **B341**(1994)6.

[9] L. P. Farris, E. A. Henry, J. A. Becker *et al.*, *Phys. Rev.*, **C51**(1995)R2288.

[10] R. M. Clark, S. Bouneau, F. Azaiez *et al.*, *Phys. Rev.*, **C51**(1995)R1052.

[11] K. Jain, A. K. Jain, *At. Data Nucl. Data Tables*, **50**(1992)269.

[12] M. R. Schmorak, *Nuclear Data Sheets*, **66**(1992)839.

[13] A. Bohr, B. R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol.II, Nuclear Deformations (Benjamin, New York, 1973).

[14] J. A. Becker, E. A. Henry, A. Kuhnert *et al.*, *Phys. Rev.*, **C46**(1992)889.

[15] J. E. Draper, F. S. Stephens, M. A. Deleplanque *et al.*, *Phys. Rev.*, C42(1990)R1791.

[16] J. R. Hughes, J. A. Becker, L. A. Bernstein *et al.*, *Phys. Rev.*, **C51**(1995)R447.

[17] R. M. Clark, S. Bouneau, A. N. Wilson *et al.*, *Phys. Rev.*, **C53**(1996)117.

$\Delta I = 1$ Staggering in Odd Superdeformed Nuclei

Wu Chongshi

(*Department of Physics, Peking University, Beijing* 100871)

Received 26 June 1996

Abstract

The $\Delta I = 1$ staggering in superdeformed nuclei in $A \sim 190$ region is systematically investigated. Large staggerings are seen for most of the signature partners in odd superdeformed nuclei of this region. The behavior is analyzed in the conventional collective model.

Key words superdeformed band, $\Delta I = 1$ staggering, signature splitting, collective model.