

# 铅区核的结构

## (I) $^{207-210}\text{Tl}$ 、 $^{207, 208}\text{Hg}$ 的能谱和波函数\*

张长华 顾金南

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1996-07-15收稿

### 摘 要

用壳模型对 $^{207-210}\text{Tl}$ 和 $^{207, 208}\text{Hg}$ 的低激发态进行了系统计算, 利用在铅区广泛使用的各种相互作用的计算结果都与实验符合得很好, 表明这些有效相互作用对 $^{208}\text{Tl}$ 一类核的描述也是有效的.

**关键词** 壳模型, 有效相互作用, 核结构,  $\beta$ 衰变.

### 1 引 言

壳模型可以很好地描述双幻核 $^{208}\text{Pb}$ 区的核的性质. 最近铅区核的性质引起了人们的兴趣. 张立等首先观测到 $^{208}\text{Hg}$ 并测量了它的寿命, 发现其半寿命比 $^{206}\text{Hg}$ 要长得多<sup>[1]</sup>.  $^{208}\text{Hg}$ 的结构特点是价中子填充在 126—184 大壳, 价质子空穴填充在 50—82 大壳, 中间隔了 82—126 大壳. 具有类似结构的还有 $^{208-210}\text{Tl}$ 和 $^{207}\text{Hg}$ 4 个核. 这类核的实验能谱数据很少, 理论上也没有系统地研究过, 因此对这些核进行系统的壳模型计算具有一定的现实意义, 它们也能对铅区核的有效相互作用提供检验. 铅区核对研究低级禁戒 $\beta$ 衰变很有利.  $\beta$ 衰变的矩阵元对波函数十分敏感, 因此它们能对所用的相互作用进行有效的检验, 但是能谱对有效相互作用不敏感.

### 2 组态空间和有效相互作用

在铅区有两种相互作用势特别成功: 一是唯象的表面 $\delta$ 相互作用势(SDI)<sup>[2]</sup>, 它的数学形式非常简单:

$$V^{\text{SDI}}(r_1, r_2) = -4\pi A_T \delta(r_1 - r_2) \delta(r_1 - R), \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金资助.

式中  $R$  为核的半径  $R = r_0 A^{1/3}$ ,  $A_T$  是势的强度, 与两个核子的总同位旋  $T$  有关. 这一个有效的相互作用对  $A < 208$  的 Pb 同位素特别成功 (价核子为同种粒子)<sup>[3]</sup>. 对价核子数不同的核, 可以在 SDI 上加上一个电荷交换项, 这时 SDI 成为修正的表面  $\delta$  相互作用 (MSDI); 另一个有效的相互作用势为现实的 Kuo-Herling 相互作用势 (K-H)<sup>[4]</sup>, 它是用反应矩阵技术从自由核子-核子相互作用重整化后导出来的. 其两体矩阵元可以写成“裸”相互作用项 ( $ME_{\text{bare}}$ ) 加上  $1p-1h$  芯极化项 ( $ME_{1p-1h}$ ), 即

$$TBME(K-H) = ME_{\text{bare}} + K_{ph} ME_{1p-1h}, \quad (2)$$

这里  $K_{ph}$  是一个适当的参数. 在下面的计算中, 将主要用这两种相互作用.

由于描述这个区域的核的组态空间很大, 并且某些单粒子轨道的角动量很高, 因此不像轻核和中重核那样可以对具有很多价核子的核进行计算, 而只限于计算有少数价核子的核. 早在 1964 年, Y. E. Kim 等在一个很小的组态空间用 Gaussian 势作为残余相互作用对  $^{208}\text{Tl}$  进行了计算<sup>[5]</sup>, 1975 年 McGrory 和 Kuo 用  $G$  矩阵计算残余相互作用<sup>[6]</sup>, 计算结果有了改善. 最近, N. Poppelier 和 P. W. M. Glaudemans 使用 SDI 作为残余相互作用, 对  $A = 207-209$  中的部分核进行了系统的计算<sup>[7]</sup>; E. K. Warburton 系统地研究并改进了 Kuo-Herling 相互作用<sup>[8]</sup>, 计算结果与实验符合得都很好. 我们最近对 Kuo-Herling 相互作用和 SDI 进行了系统的比较, 认为 SDI 是一个既简单又实用的相互作用势, 用它对铅同位素和  $^{208}\text{Tl}$  进行了计算<sup>[3,9]</sup>.

根据所讨论的核的特点, 我们在同一个组态空间做计算. 如果不考虑粒子空穴激发, 计算可在价质子空穴 (以  $^{208}\text{Pb}$  为芯) 的整个 50—82 大壳和价中子的整个 126—184 大壳进行, 这一组态空间用 PBTL208 表示. 如果考虑粒子空穴激发, 问题变为 4 个大壳的计算, 这是目前难以做到的, 因此必须做模型空间截断. 截断后的组态空间包括 14 条单粒子轨道, 即相对  $^{208}\text{Pb}$  芯最近邻的 6 条粒子轨道和 8 条空穴轨道. 这一个组态空间用 PBPOP 表示. 组态空间 PBTL208 的单粒子能量是从  $^{207}\text{Tl}$ 、 $^{207}\text{Pb}$ 、 $^{209}\text{Bi}$  和  $^{209}\text{Pb}$  的单粒子激发态得到 (以  $^{208}\text{Pb}$  为芯) 的.

对于组态空间 PBTL208, 相互作用由 3 个部分组成: (1) 质子空穴相互作用; (2) 中子相互作用; (3) 连接质子空穴和中子的相互作用. (1) 和 (2) 用修正的 Kuo-Herling 相互作用<sup>[8]</sup>, (3) 用  $MSDI + Q \cdot Q$ <sup>[9]</sup>, 也用 KHMSDI 表示. 这一相互作用相当成功地描述了  $^{208}\text{Tl}$  的性质<sup>[9]</sup>. 组态空间 PBPOP 的相互作用选了两种: (1) 单壳部分都为修正的 Kuo-Herling 相互作用, 夸壳部分用势 H7B<sup>[10]</sup> 连接, 这个相互作用用 PKH<sup>[11]</sup> 表示; (2) 使用 Poppelier 和 Glaudemans 定出的 SDI<sup>[7]</sup>, 它是用了 74 个  $A = 207-209$  核的实验数据, 并考虑了  $1p-1h$  激发而定出的, 组态空间的单粒子能量同时也定出来, 这一相互作用对结合能、能谱、光谱因子、 $g$  因子能给出与实验相符合的结果.

### 3 $^{207-210}\text{Tl}$ 、 $^{207,208}\text{Hg}$ 的能谱和波函数

实验和计算的  $^{207-210}\text{Tl}$  和  $^{207,208}\text{Hg}$  的能谱列在图 1—5 中. 下面分别讨论每一个核.

### 3.1 $^{207}\text{Tl}$

$^{207}\text{Tl}$ 的低激发态在文献[7]中用SDI已讨论过, 这些低激发态可以认为是 $3s_{1/2}$ 、 $2d_{3/2}$ 、 $2d_{5/2}$ 和 $1h_{11/2}$ 的质子空穴态。 $^{207}\text{Tl}$ 很适合用来研究 $1p-1h$ 激发对低激发态的影响, 这里仅在PBPOP组态空间进行了计算。 $1/2^+$ 、 $3/2^+$ 、 $5/2^+$ 和 $11/2^-$ 态的波函数的单质子空穴成份用SDI计算的结果分别为91%、93%、85%和84%, 用PKH计算的结果分别为95%、96%、90%和95%。对于正宇称态的波函数, 用SDI和PKH计算得到的结果相近, 这些态可以看作很纯的单质子空穴态,  $1p-1h$ 激发对这些态是不重要的。但是对于 $11/2^-$ 态的波函数, 两种相互作用计算的结果约有11%的差别, 这个问题将在下面进行讨论。

$^{207}\text{Hg}$ 的基态( $9/2^+$ )可以通过一级禁戒 $\beta^-$ 衰变到 $^{207}\text{Tl}$ 的 $7/2^-$ 、 $9/2^-$ 或 $11/2^-$ 态<sup>[12]</sup>。图1给出了用SDI和PKH对这些态的计算结果和实验结果, 可以看出两种相互作用给出相近的能级位置, 并与实验结果相近, 但是两种相互作用计算的波函数却有很大的不同。对第一个 $7/2^-$ 态, 用SDI和PKH计算的波函数的主要成份都是 $1p-2h$ 态, 但是用PKH计算的波函数中中子的 $1p-1h$ 成份要比SDI计算的结果大。对于第一个 $9/2^-$ 态, SDI计算的波函数中 $1p-2h$ 和中子的 $1p-1h$ 成份基本上相等, 而PKH计算的波函数主要是 $1p-2h$ 成份。对于 $11/2^-$ 态, SDI计算的波函数中中子的 $1p-1h$ 成份比PKH的计算结果要大。两种相互作用给出的这些负宇称态的波函数差别是由于对库仑能的不同处理造成的。但是这里的计算结果表明,  $1p-1h$ 激发对负宇称态的影响是很大的, 特别是当激发能很高时更是这样。一级禁戒 $\beta^-$ 衰变对波函数非常敏感, 因此可以对有效相互作用提供检验。

### 3.2 $^{208}\text{Tl}$

$^{208}\text{Tl}$ 是本文所讨论的核中最典型的一个, 它在50—82壳中有一个价质子空穴, 在

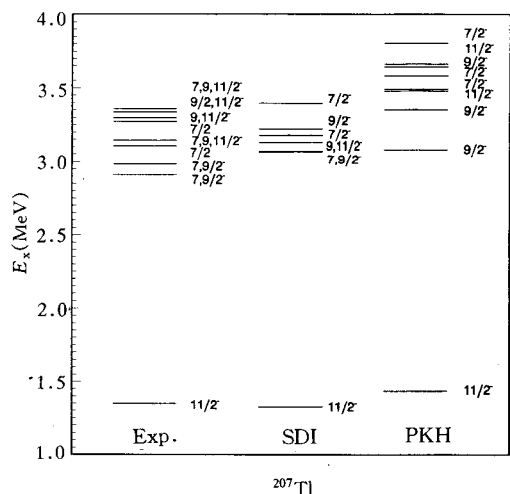


图1  $^{207}\text{Tl}$ 的能级

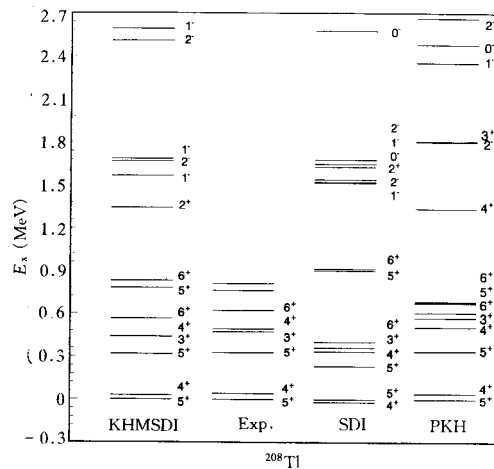


图2  $^{208}\text{Tl}$ 的能级

126—184 壳中有一个价中子. 图 2 给出了  $^{208}\text{Tl}$  在组态空间 PBTL208 和 PBPOP 用 KHMSDI、SDI 和 PKH 计算的能谱和实验结果<sup>[13]</sup>. 对于低位态能级, 各种相互作用的计算都与实验符合得很好, 特别是 KHMSDI 和 PKH, 它们不仅在能谱上是相近的, 而且所计算的波函数的结构也很相似. 例如对于基态  $5^+$  和第一个激发态  $4^+$ , 主要成份是  $\pi 3s_{1/2}^{-1} \nu 2g_{9/2}$ , 但是 SDI 计算的波函数组态混杂比 KHMSDI 和 PKH 要强烈得多. 根据 KHMSDI 和 PKH 的计算结构,  $3^+$  和  $6^+$  态是  $\pi d_{3/2}^{-1} \nu g_{9/2}$  的拉长态. 同样 SDI 计算的波函数组态混杂强烈. 所有的计算结果都表明,  $^{208}\text{Tl}$  中两个实验上未指定自旋宇称的态 (0.759MeV 和 0.807MeV) 分别为  $5^+$  和  $6^+$ . 计算结果表明对于这些态,  $1p-1h$  激发是不重要的.

实验上  $^{208}\text{Tl}$  的能级中没有观测到负宇称态<sup>[13]</sup>, 我们将看到  $^{208}\text{Tl}$  的负宇称态对于  $^{208}\text{Hg}$  的  $\beta$  衰变是很重要的. 计算结果表明粒子空穴激发对负宇称态的影响要比正宇称低位态大得多. 图 2 给出了最低的  $0^-$ 、 $1^-$  和  $2^-$  态,  $^{208}\text{Hg}$  的基态 ( $0^+$ ) 可通过一级禁戒  $\beta$  跃迁衰变到这些态.

### 3.3 $^{209-210}\text{Tl}$

价核子数的增加使得考虑  $1p-1h$  激发对  $^{209,210}\text{Tl}$  的计算非常困难. 在讨论  $^{207,208}\text{Tl}$  的低激发态的波函数时已经看到,  $1p-1h$  激发对低激发态的波函数影响不大. 在这里仅讨论  $^{209,210}\text{Tl}$  的低激发态的性质, 并只讨论 KHMSDI 计算的结构, 因此不考虑  $1p-1h$  激发的影响.

图 3 给出了  $^{209}\text{Tl}$  的计算结果和实验能谱. 实验上  $^{209}\text{Tl}$  的能级与  $^{207}\text{Tl}$  的相似. 因此这些态可能是质子空穴的激发态. 根据计算的波函数,  $1/2^+$  态  $\pi s_{1/2}^{-1}$  的强度为 97%,  $3/2^+$  态  $\pi d_{3/2}^{-1}$  的强度为 82%,  $11/2^-$  态是  $\pi h_{11/2}$  的侵入态, 这些态都是很纯的单质子空穴激发态. 对于  $5/2^+$  态, 情况复杂得多. 第一个计算的  $5/2^+$  态是由于  $\pi s_{1/2}^{-1}$  与  $^{208}\text{Hg}$  的  $2^+$  的耦合而成. 因此中子-质子空穴的相互作用已经改变了波函数的结构. 实验上位于

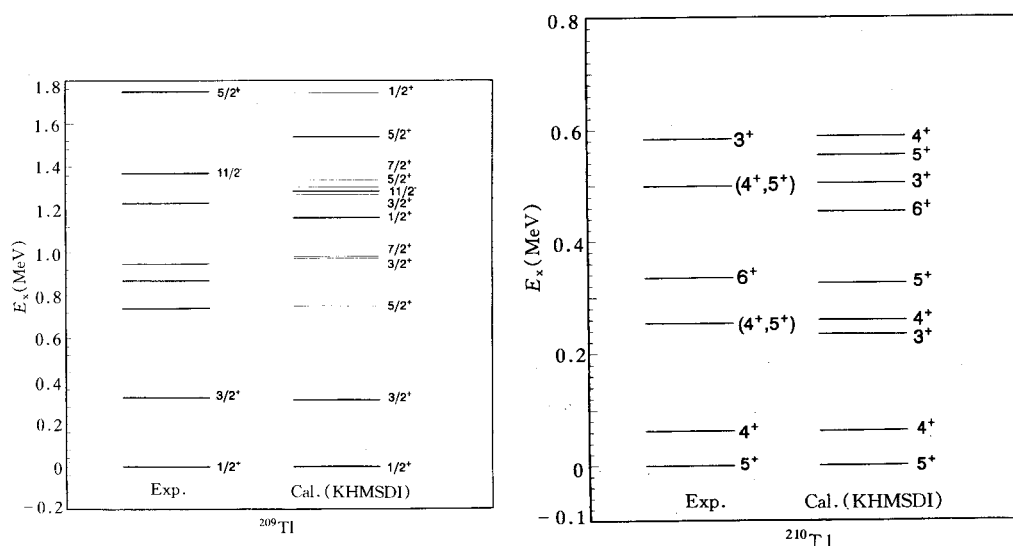


图 3  $^{209}\text{Tl}$  的能级

图 4  $^{210}\text{Tl}$  的能级

0.739、0.868、0.947、1.247MeV的态，没有确定它们的自旋和宇称。根据计算的波函数，在这个能量区得到了一系列 $\pi s_{1/2}$ 、 $\pi d_{3/2}$ 和 $\pi d_{5/2}$ 与 $^{208}\text{Hg}$ 的 $2^+$ 态的耦合态。因此上述这些态可能的自旋宇称为 $1/2^+$ 、 $3/2^+$ 、 $5/2^+$ 或 $7/2^+$ 。

图4给出了 $^{210}\text{Tl}$ 的能级，可以看到最低的两个态( $5^+$ 、 $4^+$ )与实验符合得很好。这两个态的波函数的主要成份为 $\pi s_{1/2}^{-1} \nu g_{9/2}^3$ ，强度分别为61%和56%。

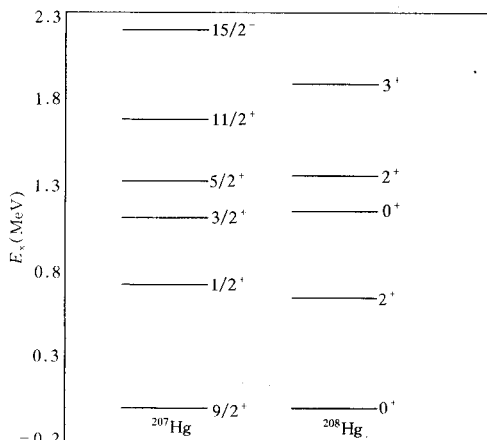


图5  $^{207,208}\text{Hg}$ 的能级

$^{208}\text{Hg}$ 的基态波函数对于确定其半寿命是很重要的。强的质子(空穴)-中子相互作用，使得 $^{208}\text{Hg}$ 中最低的 $2^+$ 态只有0.64MeV，比 $^{206}\text{Hg}$ 的 $2^+$ 态1.06MeV低得多。

以上讨论了 $^{207-210}\text{Tl}$ 和 $^{207,208}\text{Hg}$ 的低激发态和它们的波函数。对 $^{207,208}\text{Tl}$ 的计算表明了粒子-空穴激发对于低激发态(这些态一般是正宇称态)的影响是不重要的，但是对于激发能较高的负宇称态，则粒子-空穴激发有重要的影响，而这些态对于 $^{207,208}\text{Hg}$ 的一级禁戒 $\beta$ 衰变是很重要的。PKH和KHMSDI计算所得到的波函数是相似的，但与SDI所计算的波函数有差别，特别是对于粒子-空穴激发影响重要的负宇称态，这些差别是由于对库仑能的处理不同引起的。SDI对库仑能的处理是不自洽的， $^{207}\text{Tl}$ 和 $^{208}\text{Tl}$ 的负宇称态中的粒子-空穴激发成份非常敏感地依赖于质子和中子的相对激发能，因此SDI不适合用来描述这些负宇称态和 $^{208}\text{Tl}$ 、 $^{207,208}\text{Hg}$ 的一级禁戒 $\beta$ 衰变。

## 4 总 结

详细讨论了 $^{208}\text{Tl}$ 一类核的低激发能级。这些核的低激发态可以用价质子空穴和价质子的激发很好地描述。计算结果表明SDI(或MSDI)和K-H相互作用都能很好地描述这些态。对于激发能比较高的态，粒子-空穴激发对这些态有重要的影响，这将反映在 $^{208}\text{Tl}$ 、 $^{207,208}\text{Hg}$ 的 $\beta$ 衰变上。我们将在文献[14]中讨论这些核的一级禁戒 $\beta$ 衰变。

### 3.4 $^{207,208}\text{Hg}$

实验上几乎没有测定 $^{207}\text{Hg}$ 和 $^{208}\text{Hg}$ 的能级，在这里仅给出和讨论用KHMSDI计算得到的结果。图5给出了计算的能级。 $^{209}\text{Hg}$ 的 $9/2^+$ 和 $15/2^-$ 态是很好的单中子态 $\nu g_{9/2}$ 和 $\nu j_{15/2}$ ，强度分别为88%和80%，但是对于 $1/2^+$ 、 $3/2^+$ 、 $5/2^+$ 和 $11/2^+$ 态，波函数的组态混杂较强烈。

在 $^{208}\text{Hg}$ 核中，质子(空穴)-中子的相互作用比其它核要强，因此即使对于基态波函数，其组态混杂也十分强烈。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang Li *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A553**(1993)489c.  
 [2] P. J. Brussaard, P. W. M. Glaudemans, *Shell-Model Application in Nuclear Spectroscopy* (1977).  
 [3] 顾金南, 高能物理与核物理, **19**(1995)64.  
 [4] T. T. S. Kuo, G. H. Herling, US Naval Research Laboratory Report No. 2258, 1971(unpublished).  
 [5] Y. E. Kim, J. O. Rasmussen, *Phys. Rev.*, **B44**(1964)135.  
 [6] J. B. McGrory, T. T. S. Kuo, *Nucl. Phys.*, **A247**(1975)283.  
 [7] N. A. F. M. Poppelier, P. W. M. Glaudemans, *Z. Phys.*, **A329**(1988)275.  
 [8] E. K. Warburton, B. A. Brown, *Phys. Rev.*, **C43**(1991)602.  
 [9] 顾金南, 高能物理与核物理, **18**(1994)75.  
 [10] A. Hosaka, K. I. Kubo, H. Toki, *Nucl. Phys.*, **A244**(1985)761.  
 [11] E. K. Warburton, *Phys. Rev.*, **C44**(1991)233.  
 [12] M. J. Martin, *Nucl. Data Sheets*, **70**(1993)315.  
 [13] M. J. Martin, *Nucl. Data Sheets*, **47**(1986)797.  
 [14] 张长华、顾金南, 铅区核的结构 (II)  $^{208}\text{Tl}$ 、 $^{208}\text{Pb}$  和  $^{206-208}\text{Hg}$  的一级禁戒 $\beta$ 衰变, 高能物理与核物理, 待发表.

**Nuclear Structure in Lead Region**  
**(I) Energy Spectra and Wavefunctions of  $^{207-210}\text{Tl}$  and  $^{207,208}\text{Hg}$**

Zhang Changhua    Gu Jinnan

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Received 15 July 1996

Abstract

The energy spectra and wavefunctions of  $^{207-210}\text{Tl}$  and  $^{207,208}\text{Hg}$  are calculated in terms of shell model. The calculated results using different effective interactions are similar and agree well with experimental data, which shows that those effective interactions widely used in lead region are still valid to describe the energy levels for nuclei such as  $^{208}\text{Tl}$  etc.

**Key words** shell model, effective interaction, nuclear structure, beta decay.