

# 与核密度及温度相关的核子 相对论微观光学势<sup>\*</sup>

孙秀泉 张正军 张建树

(西北大学物理系 西安 710069)

韩银录 申庆彪

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

**摘要** 在 Walecka 模型、热场动力学和相对论 Dirac-Bruckner-Hartree-Fock 计算结果基础上,研究了在不同核密度和各种温度情况下的核子相对论微观光学势及其相应的薛定谔等效势和平均自由程。计算结果表明,对于不同的温度,核子的薛定谔等效势与平均自由程随核密度变化较为敏感,而核温度对核子的薛定谔等效势和平均自由程的影响随着核密度的增加变大。

**关键词** 核子相对论微观光学势 核密度 核温度

## 1 引言

Walecka 模型<sup>[1]</sup>( $\sigma - \omega$  模型)认为核子间是通过交换 $\sigma$ 介子和 $\omega$ 介子而相互作用的。这个模型已被成功地用在高能核物理中<sup>[2-4]</sup>。最近,这个模型又被用于研究不同温度下相对论微观光学势,并得到一些很有价值的结果<sup>[5,6]</sup>。然而核物质密度在核理论中是一个重要的参量,研究高温高密状态下核的性质已是一个重要课题。因此,探讨不同密度和不同温度下核物质的性质不但具有理论意义而且具有很强的应用价值。

本文应用 Walecka 模型,相对论 Dirac-Bruckner-Hartree-Fock 近似的结果和热场动力学原理,对不同核密度及不同温度情况下核子-核子的相对论微观光学势及相应的薛定谔等效势和平均自由程进行了研究。

本文第二节给出了在 Walecka 模型基础上的与核密度及温度相关的核子自能;第三节给出与核密度及温度相关的核子相对论微观光学势以及相应的薛定谔等效势和平均自由程,第四节是计算结果和讨论。

1997-10-05收稿

\* 中国核数据中心资助

## 2 与核密度及温度相关的核子自能

应用热场动力学理论及相对论 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock 计算的结果将 Walecka 模型推广到有限温度和不同核密度的情况,有效 Lagrangian 密度为:

$$\mathcal{L} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} P_{\alpha} [ \bar{\psi}^{(\alpha)} (i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m) \psi^{(\alpha)} + \frac{1}{2} (\partial^{\mu} \varphi^{(\alpha)} \partial_{\mu} \varphi^{(\alpha)} - m_{\sigma}^2 \varphi^{(\alpha)2}) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(\alpha)} F^{(\alpha)\mu\nu} + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 V_{\mu}^{(\alpha)2} - g_{\sigma}(\rho) \bar{\psi}^{(\alpha)} \psi^{(\alpha)} \psi^{(\alpha)} - g_{\omega}(\rho) \bar{\psi}^{(\alpha)} \gamma^{\mu} V_{\mu}^{(\alpha)} \psi^{(\alpha)} ], \quad (1)$$

其中:

$$\psi^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \psi \\ i t \psi^+ \end{pmatrix}, \quad \varphi^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \varphi \end{pmatrix}, \quad V_{\mu}^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} V_{\mu} \\ V_{\mu} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$F_{\mu\nu}^{(\alpha)} = \partial_{\mu} V_{\nu}^{(\alpha)} - \partial_{\nu} V_{\mu}^{(\alpha)}$$

$\alpha$  为 1, 2,  $\varepsilon_{\alpha} = \begin{cases} 1 & \alpha = 1 \\ -1 & \alpha = 2 \end{cases}$ ,  $P_{\alpha}$  为顺序算符,

$$P_{\alpha} (A^{(\alpha)} B^{(\alpha)} \dots C^{(\alpha)}) = \begin{cases} A^{(1)} (B)^{(1)} \dots C^{(1)} & \alpha = 1 \\ C^{(2)} \dots B^{(2)} A^{(2)} & \alpha = 2 \end{cases} \quad (3)$$

$\psi^{(\alpha)}$ ,  $\varphi^{(\alpha)}$ ,  $V_{\mu}^{(\alpha)}$  分别表示核子,  $\sigma$  介子和  $\omega$  介子的场算符,  $t$  表示旋量指标的变换.  $g_{\sigma}(\rho)$  和  $g_{\omega}(\rho)$  是核密度相关的耦合常数,  $\rho$  为核密度, 核子质量  $m = 939.0 \text{ MeV}$ , 介子质量分别取为  $m_{\sigma} = 550.0 \text{ MeV}$  和  $m_{\omega} = 783.0 \text{ MeV}$ .

核子自能在核物质中可写成如下形式:

$$\sum (k_{\mu}, \beta, \rho) = \sum_s (k_{\mu}, \beta, \rho) + \gamma^0 \sum_o (k_{\mu}, \beta, \rho) + \gamma \cdot k \sum_v (k_{\mu}, \beta, \rho) = V(k_{\mu}, \beta, \rho) + i W(k_{\mu}, \beta, \rho) \quad (4)$$

$\sum_s$ ,  $\sum_o$ ,  $\sum_v$  分别为核子自能的标量、矢量和三矢量部分. 核子自能是核子的动量, 温度和核密度的函数.

在 Hartree-Fock 近似下, 仅考虑如图 1(a)、(b) 所示的费曼图的贡献, 同时不考虑介子传播子的极点对核子自能的贡献, 并用核子传播子的第二项取代核子传播子, 可得到与核密度及温度相关的核子自能实部:

$$V_s(k_{\mu}, \beta, \rho) = -\frac{\lambda g_{\sigma}^2(\rho)}{\pi^2 m_{\sigma}^2} \int_0^{\infty} q^2 dq \frac{m^*}{E_q^*} \sin^2 \theta_{E_q} + \frac{1}{16\pi^2 k} \int_0^{\infty} q dq \cdot \frac{m^*}{E_q^*} [g_{\sigma}^2(\rho) \Theta_{\sigma}(k, q) - 4g_{\omega}^2(\rho) \Theta_{\omega}(k, q)] \sin^2 \theta_{E_q}, \quad (5)$$

$$V_0(k_\mu, \beta, \rho) = \frac{\lambda g_\omega^2(\rho)}{\pi^2 m_\omega^2} \int_0^\infty q^2 dq \sin^2 \theta_{E_q} + \frac{1}{16\pi^2 k} \int_0^\infty q dq [g_\sigma^2(\rho) \Theta_\sigma(k, q) + 2g_\omega^2(\rho) \Theta_\omega(k, q)] \sin^2 \theta_{E_q}, \quad (6)$$

$$V_V(k_\mu, \beta, \rho) = -\frac{1}{8\pi^2 k^2} \int_0^\infty q dq \frac{q^*}{E_q^*} [g_\sigma^2(\rho) \varphi_\sigma(k, q) + 2g_\omega^2(\rho) \varphi_\omega(k, q)] \sin^2 \theta_{E_q}, \quad (7)$$

$$\Theta_i(k, q) = \ln \left| \frac{A_i(k, q) + 2kq}{A_i(k, q) - 2kq} \right|,$$

$$\varphi_i(k, q) = \frac{A_i(k, q) \varphi_i(k, q)}{4kq} - 1, \quad A_i(k, q) = k^2 + q^2 + m_i^2 - (k_0 - E_q)^2,$$

$$i = \sigma, \omega,$$

$$\sin^2 \theta_{E_q} = \frac{1}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}}. \quad (8)$$

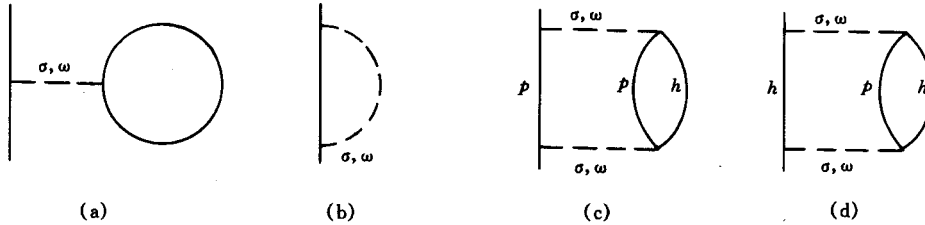


图1 核物质中核子自能的费曼图

核子自能虚部考虑了极化图和关联图的贡献,如图 1(c)、(d)所示,得到核子自能虚部:

$$W_S(k_\mu, \beta, \rho) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty q^2 dq \int_{-1}^1 d\chi \frac{m^*}{E_{k-q}^*} \left\{ g_\sigma^2(\rho) \Delta_0^2(q) \text{Im} \Pi_\sigma(q, \beta, \rho) + g_\omega^2(\rho) D_0^2(q) \text{Im} \Pi_{\mu\mu}(q, \beta, \rho) - 2g_\sigma(\rho) g_\omega(\rho) \frac{\Delta_0(q) D_0(q)}{m^* q} \cdot [kx(k_0^* - E_{k-q}^*) - k_0^* q] \text{Im} \Pi_0^m(q, \rho) \right\} \cdot \cos^2 \theta_{E_{k-q}}, \quad (9)$$

$$W_0(k_\mu, \beta, \rho) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty q^2 dq \int_{-1}^1 d\chi \left\{ g_\sigma^2(\rho) \Delta_0^2(q) \text{Im} \Pi_\sigma(q, \beta, \rho) + g_\omega^2(\rho) \frac{D_0^2(q)}{E_{k-q}^*} \left[ 2 \left( \frac{kx}{q} (k_0^* - E_{k-q}^*) - k_0^* \right) \text{Im} \Pi_{00}(q, \beta, \rho) + \right. \right.$$

$$E_{k-q}^* \operatorname{Im} \left[ \prod_{\mu\mu} (q, \beta, \rho) \right] + 2g_\sigma(\rho) g_\omega(\rho) \cdot \left. \frac{m^*}{E_{k-q}^*} \Delta_0(q) D_0(q) \operatorname{Im} \left[ \prod_0^m (q, \beta, \rho) \right] \right\} \cdot \cos^2 \theta_{E_{k-q}}, \quad (10)$$

$$W_V(k_\mu, \beta, \rho) = -\frac{1}{8\pi^2 k} \int_0^\infty q^2 dq \int_{-1}^1 d\chi \frac{1}{E_{k-q}^*} g_\sigma^2(\rho) \Delta_0^2(q) (k - qx) \cdot$$

$$\operatorname{Im} \left[ \prod_\sigma (q, \beta, \rho) - g_\omega^2(\rho) D_0^2(q) \left[ \frac{2x}{q} (k_0^* - E_{k-q}^*) \cdot \left( \frac{kx}{q} (k_0^* - E_{k-q}^*) \operatorname{Im} \left[ \prod_{00} (q, \beta, \rho) + (k - qx) \operatorname{Im} \left[ \prod_{\mu\mu} (q, \beta, \rho) \right] \right) \right] + 2g_\sigma(\rho) g_\omega(\rho) \cdot m^* \Delta_0(q) x (k_0 - E_{k-q}^*) \operatorname{Im} \left[ \prod_0^m (q, \beta, \rho) \cos^2 \theta_{E_{k-q}} \right] \right] + 2g_\sigma(\rho) g_\omega(\rho) \cdot \Delta_0(q) = \frac{1}{q_\mu^2 - m_\sigma^2}, D_0(q) = \frac{1}{q_\mu^2 - m_\omega^2}, \quad (11)$$

$$\operatorname{Im} \left[ \prod_\sigma (q, \beta, \rho) \right] = -\frac{\lambda g_\sigma^2(\rho)}{2\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (m^{*2} - \frac{1}{4} q_\mu^{*2}) \sin^2 \theta_{E_p^*} \cdot \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} \cdot dE_p^*,$$

$$\operatorname{Im} \left[ \prod_{\mu\mu} (q, \beta, \rho) \right] = -\frac{\lambda g_\omega^2(\rho)}{2\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (m^{*2} + \frac{1}{2} q_\mu^{*2}) \sin^2 \theta_{E_p^*} \cdot \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} \cdot dE_p^*,$$

$$\operatorname{Im} \left[ \prod_{00} (q, \beta, \rho) \right] = -\frac{\lambda g_\omega^2(\rho)}{2\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (E_p^{*2} + q_0^* E_p^* + \frac{1}{4} q_\mu^{*2}) \cdot$$

$$\sin^2 \theta_{E_p^*} \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} \cdot dE_p^*,$$

$$\operatorname{Im} \left[ \prod_0^m (q, \beta, \rho) \right] = \frac{\lambda g_\sigma(\rho) g_\omega(\rho)}{4\pi q} \int_{|E_1|}^\infty (2E_p^{*2} + q_0^*) m^* \sin^2 \theta_{E_p^*} \cos^2 \theta_{E_p^* + q_0^*} \cdot dE_p^*,$$

$$m^* = m + V_s(k, \beta, \rho), \quad k^* = k(1 + V_v(k, \beta, \rho)),$$

$$k_0^* = k_0 - V_0(k, \beta, \rho) = \sqrt{k^{*2} + m^{*2}},$$

$$\sin^2 \theta_{E_q} = \frac{1}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}}, \quad \cos^2 \theta_{E_q} = \frac{1}{1 + e^{-\beta(E_q - \mu)}},$$

$$\beta = \frac{1}{KT}, \quad X = \frac{k \cdot q}{|k||q|},$$

$$E_1 = \frac{1}{2} (q_0^* - q \sqrt{1 - 4m^{*2}/q_\mu^{*2}}) \cdot \quad (12)$$

### 3 与核密度及温度相关的核子微观光学势以及薛定谔等效势和平均自由程

在核物质中,核子的自能等价于核子的相对论微观光学势. 因此与核密度及温度相关的相对论微观光学势是四动量、核温度和核密度的函数. 在核物质中, Dirac 方程为:

$$\left[ \left( 1 + \sum_{\nu} \right) \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \gamma_0 \left( m + \sum_{\text{s}} \right) + \sum_{\text{o}} \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}), \quad (13)$$

这里,核子的自能是复数,并且是与能量、核温度有关的,而且很容易写成标量和矢量势的形式,得到:

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \gamma_0(m + U_{\text{s}}) + U_{\text{o}}] \psi = E \psi, \quad (14)$$

其中:

$$U_{\text{s}}(k_{\mu}, \beta, \rho) = \frac{\sum_{\text{s}}(k_{\mu}, \beta, \rho) - m \sum_{\nu}(k_{\mu}, \beta, \rho)}{1 + \sum_{\nu}(k_{\mu}, \beta, \rho)} = V_{\text{s}}(k_{\mu}, \beta, \rho) + i W_{\text{s}}(k_{\mu}, \beta, \rho),$$

$$U_{\text{o}}(k_{\mu}, \beta, \rho) = \frac{\sum_{\text{o}}(k_{\mu}, \beta, \rho) - E \sum_{\nu}(k_{\mu}, \beta, \rho)}{1 + \sum_{\nu}(k_{\mu}, \beta, \rho)} = V_{\text{o}}(k_{\mu}, \beta, \rho) + i W_{\text{o}}(k_{\mu}, \beta, \rho), \quad (15)$$

作适应变换和近似,可得到如下与薛定谔方程很相似的方程:

$$\left[ \frac{k^2}{2E} + U_{\text{eff}} + U_{\text{so}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \right] \varphi = \frac{E^2 - m^2}{2E} \varphi, \quad (16)$$

其中  $U_{\text{eff}}$  为薛定谔等效中心势,  $U_{\text{so}}$  为自旋-轨道耦合势,其形式为:

$$U_{\text{eff}}(r) = U_{\text{o}} + \frac{1}{2E} [U_{\text{s}}(2m + U_{\text{s}}) - U_{\text{o}}^2],$$

$$U_{\text{so}}(r) = -\frac{1}{2ErD(r)} \frac{dD(r)}{dr}, \quad D(r) = m + U_{\text{s}}(r) + E - U_{\text{o}}(r), \quad (17)$$

核子在均匀核物质中传播时,其动量  $k$  与入射动能  $\varepsilon = E - m$  满足

$$\varepsilon = \frac{k^2}{2m} + U_{\text{eff}}(k, \varepsilon, \beta, \rho). \quad (18)$$

核子平均自由程可表示为:

$$\lambda = -\frac{\sqrt{2m(\varepsilon - \text{Re}U_{\text{eff}})}}{2m \cdot \text{Im}U_{\text{eff}}} =$$

$$-\frac{\{4mE[2E(\varepsilon - V_{\text{o}}) - V_{\text{s}}(2m + V_{\text{s}}) + V_{\text{o}}^2 + W_{\text{s}}^2 - W_{\text{o}}^2]\}^{1/2}}{2m \cdot [W_{\text{o}} + W_{\text{s}}(2m + V_{\text{s}}) + V_{\text{s}}W_{\text{s}} - 2V_{\text{o}}W_{\text{o}}]} \quad (19)$$

## 4 计算结果及讨论

在计算中核物质密度相关的耦合常数  $g_\sigma(\rho)$  和  $g_\omega(\rho)$ , 从相对论 Dirac-Bruckner-Hartree-Fock 计算的结果中, 获得并参数化, 因此, 密度相关的耦合常数  $g_\sigma(\rho)$  和  $g_\omega(\rho)$  由下式给出:

$$g_\sigma^2(\rho) = \frac{g_\sigma^2(\rho_0)}{0.7941 + 0.2121(\rho/\rho_0) - 0.0062(\rho/\rho_0)^2},$$

$$g_\omega^2(\rho) = \frac{g_\omega^2(\rho_0)}{0.6150 + 0.4347(\rho/\rho_0) - 0.0497(\rho/\rho_0)^2}, \quad (20)$$

其中  $g_\sigma(\rho_0)$  和  $g_\omega(\rho_0)$  分别是  $\sigma$  介子和  $\omega$  介子在常态下的耦合常数,  $g_\sigma^2(\rho_0)/4\pi = 6.6137$ ,  $g_\omega^2(\rho_0)/4\pi = 8.59835$ . 同时假定核物质密度不随温度变化. 所以由下式看出, 当核密度  $\rho$  和温度  $T$  确定后, 化学势  $\mu$  也就唯一被确定. 即:

$$\rho = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{1 + e^{\beta(E_q - \mu)}} \quad (21)$$

所以在计算中将核物质密度  $\rho$  和核温度相关的化学势  $\mu$  作为输入量.

图 2 是相对论微观光学势的薛定谔等效势的实部和虚部随核子动能  $\varepsilon$ 、核温度  $T$  和核

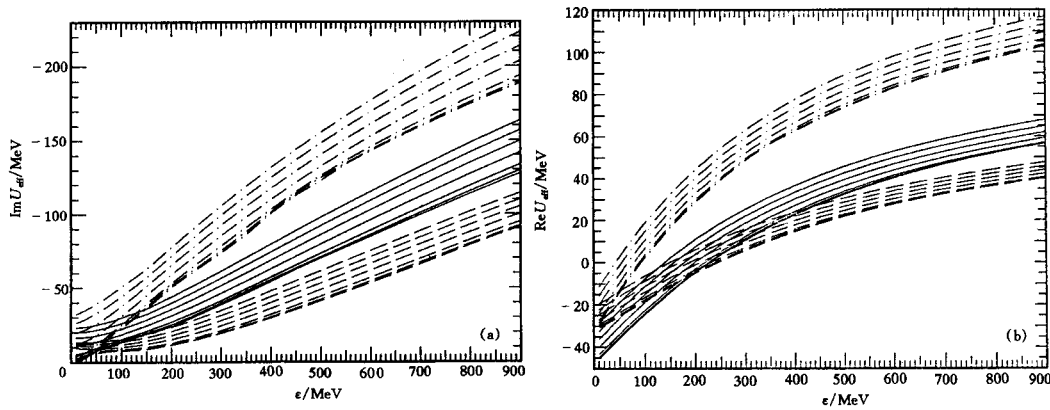


图 2 薛定谔等效势的实部和虚部

---  $\rho = 0.5\rho_0$ ; —  $\rho = \rho_0$ ; - · -  $\rho = 2\rho_0$ .

物质密度  $\rho$  的变化. 图中给出了核物质密度分别为  $\rho = 0.5\rho_0, \rho_0$  和高密度态  $2\rho_0$  三种情况以及在不同的核物质密度时核温度分别为  $T = 1, 5, 10, 20, 30, 40$  和  $50\text{MeV}$ . 从图中可以看出, 随着温度的增加, 薛定谔等效势的实部变浅, 虚部变深, 并且温度愈高, 这种变化愈加明显, 其变化趋势与文献 [3,5,6] 相同; 而薛定谔等效势随核物质密度的变化很敏感, 随着能量的增加, 薛定谔等效势随密度的变化变大. 当能量  $\varepsilon > 200\text{MeV}$  时, 薛定谔等效势的实部随核密度的增加变浅, 虚部变深. 同时从图中也可以看出, 随着核物质密度的增加, 薛

定谔等效势随温度的变化越明显。

图 3 是核子的平均自由程随核物质密度  $\rho$ 、核温度  $T$  及核子动能  $\varepsilon$  的变化。可以看出核

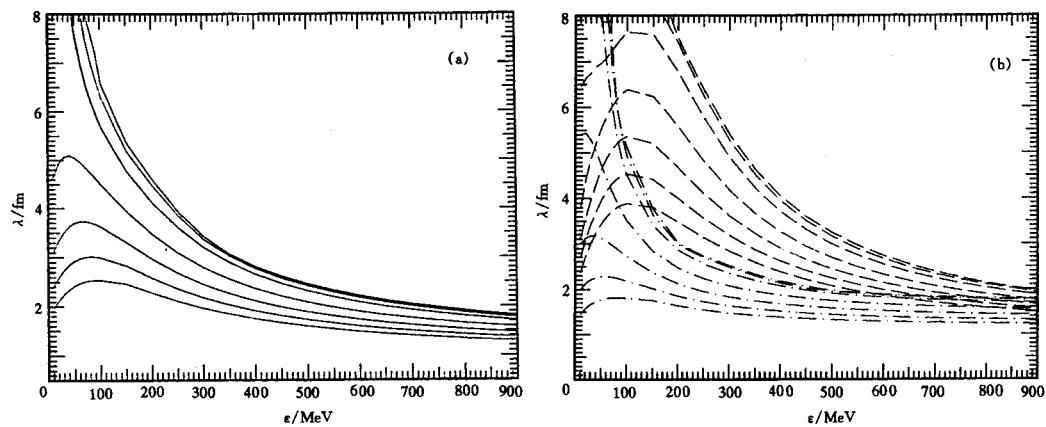


图 3 核子的平均自由程

(a)  $\rho = \rho_0$ ; (b)  $- - - \rho = 0.5\rho_0$ ;  $- \cdot - \rho = 2\rho_0$ .

子的平均自由程随核物质密度与核温度的变化都很敏感，特别是在核子动能  $\varepsilon > 500\text{MeV}$ 。而对于  $\varepsilon > 500\text{MeV}$  时，核子的平均自由程随核温度的变化比随核密度的变化更敏感。在高温和高密的情况下，核子的平均自由程随能量的变化很小。在低能情况下，由于在我们的研究中考虑了关联图的贡献，核子平均自由程达到最大值后降低。

### 参 考 文 献

- [1] Walecka J D. Ann. Phys., 1974, **83** (2):491—529
- [2] Ma Zhongyu, Zhu Ping, Gu Yingqi et al. Nucl. Phys., 1988, **A490**:619—623
- [3] Shen Qingbiao, Feng Dachun, Zhuo Yizhong. Phys. Rev., 1991, **C43**(6):2773—2782
- [4] Han Yinlu, Shen Qingbiao, Zhuo Yizhong. High Energy Physics and Nuclear Physics(in Chinese), 1993, **17** (8):751—756  
(韩银录, 申庆彪, 卓益忠. 高能物理与核物理, 1993, **17** (8): 751—756)
- [5] Han Yinlu, Shen Qingbiao, Zhuo Yizhong. High Energy Physics and Nuclear Physics( in Chinese), 1993, **17** (6):568—576  
(韩银录, 申庆彪, 卓益忠. 高能物理与核物理, 1993, **17** (6): 568—576)
- [6] Han Yinlu, Shen Qingbiao, Zhuo Yizhong et al Nucl. Phys., 1994, **A569**:732—738
- [7] Han Yinlu, Sheng Qingbiao, Zhuo Yizhong. High Energy Physics and Nuclear Physics( in Chinese) 1988, **12** (2):257—268  
(韩银录, 申庆彪, 卓益忠. 高能物理与核物理, 1988, **12** (2): 257—268)

## Dependence of the Nucleon Mean Free Path and Relativistic Microscopic Optical Potential on Temperature and Density in the Relativistic Model \*

Sun Xiuquan Zhang Zhengjun Zhang Jianshu

(Physics Department, Northwest University, Shaanxi 710069)

Han Yinlu Shen Qingbiao

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

**Abstract** The relativistic microscopic optical potential, the Schrödinger equivalent potential and mean free paths of a nucleon at finite temperature in nuclear matter with different nuclear density are initially studied on the basis of Walecka's model, the thermo-field dynamics and the relativistic Dirac-Brueckner-Hartree-Fock approach. The calculated results show that the dependences of the Schrödinger equivalent potential and mean free path of a nucleon on nuclear density are fairly sensitive and the dependences on nuclear temperature become more sensitive when nuclear density is larger.

**Key words** nucleon relativistic microscopic potential, nuclear density, nuclear temperature

---

Received 5 October 1997

\* Supported by Chinese Nuclear Data Center