

射频漂移管加速器的电聚焦作用*

张 沐 天

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 利用透镜近似方法,研究新型质子直线加速结构射频漂移管加速器(RFD)的性质,推导出其运动方程、透镜转换矩阵及稳定加速条件.

关键词 射频四极透镜 RFD结构 漂移管结构 聚焦结构

1 引言

在漂移管型质子直线加速器(DTL)出现后不久,加速器理论家即开始设法克服旋转轴对称的射频电场对质子束的散焦作用.在交变梯度电磁四极透镜出现之后,前苏联理论家就提出,通过改变DTL漂移管形状,在加速电场中引入四极分量,形成电四极透镜以取代电磁透镜,并且进行了实验研究^[1].九十年代初,D.A.Swenson等又提出了一种新型的加速结构——射频漂移管加速器RFD(Radio-Frequency Drift Tube Linac)^[2].RFD结构是对DTL结构的改进,在DTL结构中融合进RFQ(射频四极场加速器)的特点,将放置电磁透镜的漂移管改为射频四极透镜,利用腔体内的射频电场在透镜的四杆电极间建立四极射频电场,使射频电场同时实现对质子束的加速和聚焦,加速结构的工作模式仍然是0模.射频四极电场与电磁四极透镜有相同的作用,即在一个方向对质子束聚焦,在另一方向散焦.在RFD中射频透镜的电极取向交替变化,形成FODO聚焦结构,从而产生对质子束的聚焦作用.图1是RFD结构示意图.

与DTL结构相比,RFD结构有以下优点:(1)RFD结构的漂移管尺寸可以尽量缩小,使结构的有效分路阻抗成倍增加,同样加速梯度下单位长度的射频损耗大大降低,加之没有电磁透镜的发热,腔体冷却比DTL结构容易得多;(2)由于结构的尺寸不再受电磁透镜的限制,工作频率可以提高到400—800MHz,减小了加速器的规模;(3)RFD结构取消了电磁透镜及其大量电源,可以大幅度降低中低能质子直线加速器的造价和运行成本,提高加速器运行稳定性.采用RFD结构建造的质子直线加速器,用途将更为广泛.

1997-09-22收稿

* 国家攀登计划-B资助

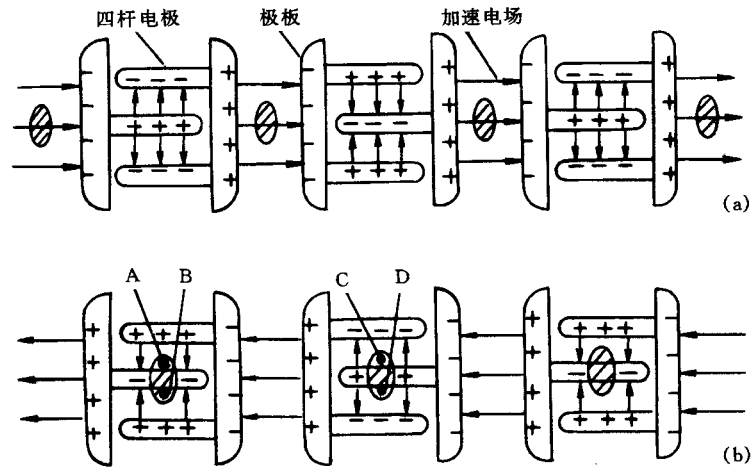


图 1 RFD 结构示意图

(a)束团在加速场中; (b)束团在透镜区中(AB方向聚焦, CD方向散焦).

2 粒子运动方程

在射频四极透镜中, 相对的两根电极与同一侧极板连接, 具有相同的电位. 图 2 为射频四极透镜横截面图, 表示电极尺寸和电位. 坐标原点为束团中心位置, 电极电位是相对于透镜电中心的值.

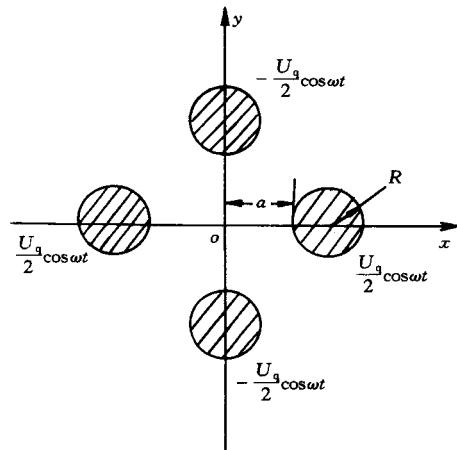


图 2 四杆电极及其电位

设质子通过加速电场中心的相位为 φ , 则通过射频透镜中心的相位为 $\varphi + \pi$. 记透镜的极间电压幅值为 U_q , 束流轴线与电极的距离为 a , ξ 表示横向坐标 x 或 y , 则透镜区内的射频四极场的表达式为

$$E_{\xi} = -h \frac{U_q}{a^2} \cos\left(\varphi + \frac{2\pi z}{\beta\lambda}\right) \cdot \xi,$$

式中的参数 $h = +1$ 时为聚焦透镜, $h = -1$ 时为散焦透镜. 忽略透镜的边缘场, 得到粒子在透镜区内的横向运动方程

$$\frac{d^2 \xi}{dz^2} + h \frac{eU_q}{m_0 a^2 \gamma} \cos\left(\frac{2\pi z}{\beta\lambda} + \varphi\right) \cdot \xi = 0, \quad (1)$$

其中 β 表示质子束的相对速度, $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}$, z 为粒子的纵向坐标. 计及高频电场的散焦作用, 粒子总的横向运动方程为

$$\frac{d^2 \xi}{dz^2} + \left[\frac{e\pi E_0(0,z) \sin\varphi}{m_0 \beta^3 \gamma^3 c^2 \lambda} + h \frac{eU_q}{m_0 a^2 \beta^2 c^2 \gamma} \cos\left(\frac{2\pi z}{\beta\lambda} + \varphi\right) \right] \cdot \xi = 0, \quad (2)$$

括号中第一项表示加速电场的散焦作用, 第二项表示射频四极透镜的聚焦或散焦作用。

3 射频透镜的转换矩阵

在横向运动方程(1)中, 令 $\theta = 2\pi z / \beta\lambda + \varphi$, 该式化为 $\frac{d^2\xi}{d\theta^2} + q\cos\theta \cdot \xi = 0$, 其中 $q = \frac{h\lambda^2 e U_q}{4\pi^2 m_0 a^2 c^2 \gamma}$, 这是 Mathieu 方程的一个变形, 它的一级近似解为:

$$\xi = A(1 + q\cos\theta) \cdot \cos(\nu\theta + \psi),$$

式中 $\nu = q / \sqrt{2}$, 参数 A 和 ψ 由初始条件决定. 设粒子在透镜入口和出口对应的相位分别为 φ_1, φ_2 , 利用初始条件 ($\xi_1 = 1, \xi_1' = d\xi_1 / dz = 0$) 及 ($\xi_2 = 0, \xi_2' = 1$), 得到一级近似下射频四极透镜的转换矩阵元:

$$M_{11} = A_2 (1 + q\cos\theta_2) \cos(\nu\theta_2 + \psi_2);$$

$$M_{12} = A_1 (1 + q\cos\theta_2) \cos(\nu\theta_2 + \psi_1);$$

$$M_{21} = -A_2 [\nu(1 + q\cos\theta_2) \sin(\nu\theta_2 + \psi_2) + q\sin\theta_2 \cos(\nu\theta_2 + \psi_2)];$$

$$M_{22} = -A_1 [\nu(1 + q\cos\theta_2) \sin(\nu\theta_2 + \psi_1) + q\sin\theta_2 \cos(\nu\theta_2 + \psi_2)],$$

式中的常数 A, ψ 由以下关系式确定

$$A_1 = -\frac{1}{\nu(1 + q\cos\theta_1)}, \cos(\nu\theta_1 + \psi_1) = 0;$$

$$A_2 = \frac{1}{(1 + q\cos\theta_1)\cos(\nu\theta_1 + \psi_2)}, \tan(\nu\theta_1 + \psi_2) = -\frac{q\sin\theta_1}{\nu(1 + q\cos\theta_1)}.$$

4 粒子运动的稳定条件

在粒子横向运动方程(2)中, 设加速单元中 β, ξ 等参数慢变化, 将 ξ 的系数沿加速单元的路径积分, 该式化为如下的近似方程:

$$\frac{d^2\xi}{dz^2} + \left[\frac{e\pi E_0 T \sin\varphi}{m_0 \beta^3 \gamma^3 c^2 \lambda} + \frac{2heU_q \cos\varphi}{m_0 a^2 \gamma \omega \beta c} \sin \frac{\pi l}{\beta\lambda} \right] \cdot \xi = 0, \quad (3)$$

式中 T 为加速电场的渡越因子, l 为透镜的长度. ξ 的系数在加速区内取第一项, 在透镜区内取第二项, 在漂移段取 0. 在透镜区内, 粒子横向运动方程可改写为

$$\frac{d^2\xi}{dz^2} + \left[\frac{he}{m_0 \beta^2 c^2 \gamma} \frac{U_q}{a^2} \frac{\sin(\pi l / \beta\lambda)}{(\pi l / \beta\lambda)} \cos\varphi \right] \cdot \xi = 0, \quad (4)$$

式中 U_q / a^2 是射频透镜四极场电场梯度的幅值, 记为 G_q ; 因子 $\frac{\sin(\pi l / \beta\lambda)}{(\pi l / \beta\lambda)}$ 在形式上与加速电场渡越因子的近似表达式相同, 可视为射频透镜的渡越因子, 记为 T_q , 令 $f_0 =$

$$\frac{e}{m_0 \beta^2 c^2 \gamma} \cdot G_q T_q, \quad (4) \text{式简写为}$$

$$\frac{d^2 \xi}{dz^2} + [h f_0 \cos \varphi] \cdot \xi = 0 .$$

粒子经过透镜时, 有

$$\Delta \frac{d\xi}{dz} = -[h f_0 \cos \varphi] l \xi ,$$

因此得到薄透镜近似下射频四极透镜的转换矩阵

$$M_q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -h f_0 l \cos \varphi & 1 \end{pmatrix} ,$$

$h = 1$ 时, M_q 为聚焦透镜的转换矩阵, 记为 M_{qf} ; $h = -1$ 时, M_q 为散焦透镜的转换矩阵, 记为 M_{qd} . 由转换矩阵可得射频四极透镜的焦距

$$f_q = \frac{h}{f_0 l \cos \varphi} = \frac{h m_0 \beta^2 c^2 \gamma}{e G_q T_q l \cos \varphi} . \quad (5)$$

在横向运动方程(3)中, 令 $\Delta_{rf} = \frac{e \pi E_0 T}{m_0 \beta^3 \gamma^3 c^2 \lambda}$, 该式简写为

$$\frac{d^2 \xi}{dz^2} + [\Delta_{rf} \sin \varphi + h f_0 \cos \varphi] \cdot \xi = 0 .$$

采用薄透镜近似, 加速电场的转换矩阵 $M_{rf} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Delta_{rf} \beta \lambda \sin \varphi & 1 \end{pmatrix}$. 在 FODO 聚焦结构的 RFD

中, 一个聚焦周期的转换矩阵为

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = M_{rf} M_d M_{qd} M_d M_{rf} M_d M_{qf} M_d ,$$

其中 $M_d = \begin{pmatrix} 1 & \beta \lambda / 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 为漂移空间的转换矩阵. 将矩阵 M 展开, 并记 $\Delta = \Delta_{rf} \beta \lambda \sin \varphi$, $f =$

$f_0 l \cos \varphi$, $d = \beta \lambda / 2$, 略去 Δ^2 以上高次项, 得矩阵元

$$M_{11} = 1 - 2fd + 2\Delta d - \Delta f d^2 - 2f^2 d^2 - \Delta f^2 d^3$$

$$M_{22} = 1 + 2fd + 6\Delta d + \Delta f d^2 - 2f^2 d^2 - 3\Delta f^2 d^3 .$$

令 μ 为一个聚焦周期中横向振荡相位的变化量, 则

$$\cos\mu = \frac{1}{2} (M_{11} + M_{22}) = 1 + 2\Delta_{rf} \beta^2 \lambda^2 \sin\varphi - \frac{1}{2} f_0^2 l^2 \beta^2 \lambda^2 \cos^2\varphi - \frac{1}{4} \Delta_{rf} f_0^2 l^2 \beta^4 \lambda^4 \sin\varphi \cos^2\varphi .$$

横向运动的稳定条件为 $|\cos\mu| < 1$, 从而得到限定 f_0 取值的不等式

$$f_0^2 < \frac{8(1 + \Delta_{rf} \beta^2 \lambda^2 \sin\varphi)}{l^2 \beta^2 \lambda^2 \cos^2\varphi \cdot (2 + \Delta_{rf} \beta^2 \lambda^2 \sin\varphi)} , \quad (6)$$

$$f_0^2 > \frac{8 \Delta_{rf} \beta^2 \lambda^2 \sin\varphi}{l^2 \beta^2 \lambda^2 \cos^2\varphi \cdot (2 + \Delta_{rf} \beta^2 \lambda^2 \sin\varphi)} ,$$

利用以上不等式可以确定极间电压的取值范围. 为与传统的 DTL 结构相比较, 设 RFD 的工作频率为 200MHz, 加速电场梯度 $E_0 T = 2.5 \text{ MV/m}$, 束流孔半径为 1cm, 射频透镜长度 $l = \beta\lambda/3$, 同步相位 φ_s 为 -30° . 根据这些参数可计算出, 在纵向运动的稳定区 $2\varphi_s < \varphi < -\varphi_s$ 内, 射频四极透镜电场梯度 G_q 的取值范围 (单位 kV/cm^2):

$$\begin{array}{ll} \beta = 0.05, & 120 < G_q < 303; \\ \beta = 0.1, & 86 < G_q < 304; \\ \beta = 0.15, & 70 < G_q < 306; \\ \beta = 0.2, & 61 < G_q < 308; \\ \beta = 0.25, & 54 < G_q < 312; \\ \beta = 0.3, & 49 < G_q < 317; \\ \beta = 0.35, & 45 < G_q < 323; \\ \beta = 0.4, & 42 < G_q < 330. \end{array}$$

5 RFD 结构的适用性

在 RFD 结构中, 电透镜的电容与加速间隙的电容是串联的, 因此两者的电压与它们的电容成反比. 为估算四杆电极间的电压, 忽略电透镜中数量级较小的极板的电容量, 认为电透镜的电容等于四杆电极的电容. 通过推算, 得到四杆电极电容的近似表达式

$$C_q \approx 2\pi \epsilon_0 l / \ln \frac{R+a}{R} ,$$

其中 R 为电极的半径, 与 a 应满足一定的关系 (在静电透镜中, 为减少电场的高次分量, R 的取值约为 $1.15a$). 加速间隙的电容约为 $C_g = \epsilon_0 \pi r^2 / g$, 其中 r 为透镜极板的半径, g 为加速间隙的长度. 因此四杆电极的极间电压近似为

$$U_q = U_g \frac{C_g}{C_q} \approx \frac{E_0 r^2 \beta \lambda}{2gl} \ln \left(\frac{R+a}{R} \right) . \quad (7)$$

从式中可见, 由于 g 和 l 基本与 β 成正比, 故 $U_q \propto \beta^{-1}$, 在 β 较大时, 射频四极透镜的聚焦能力要比电磁四极透镜差.

RFD 结构可与 RFQ 结构组合, 制成性能良好的中低能质子直线加速器. 早先的理论认为, RFD 结构适用于 $\beta < 0.3$ 的能量范围. 由于 RFD 结构具有较大的分路阻抗, 可以在较高的频率下工作, 这样规模较小, 投资和运行费用较低, 所以在某些场合用它来替代 DTL 结构是很吸引人的设想. 例如, 在医用方面, 可以采用 RFQ-RFD-SCL (边耦合腔) 的

组合, 建造 200MeV 的弱流质子直线加速器, 进行质子治癌; 在加速器驱动的洁净核能系统中, 可以采用 RFQ-RFD-超导腔的组合, 建造能量为 1GeV 以上, 流强 20—30mA 的质子直线加速器, 作为次临界反应堆的外中子源. 这些应用涉及到 RFD 的实用能量上限. 通过结合使用多种方法, 有可能使 RFD 结构的能量上限提高到 50MeV 以上, 其中包括: (1) 尽可能提高注入器 RFQ 的能量; (2) 在 RFD 入口端使用较低的加速电场, 使电场梯度随 β 值的增大逐渐“爬坡”; (3) 在质子能量较高的主加速段, 采用技术条件许可的最大加速电场; (4) 限制束流孔径 (因此极限流强也会受限).

郁庆长研究员对 Mathieu 方程的近似解法和射频透镜的转换矩阵提出了有益的建议, 特此感谢.

参 考 文 献

- [1] Kapchinskiy I M. Theory of Resonance Linear Accelerators. Harwood Academic Publishers, 1985. 199—214
- [2] Swenson D A. RF-Focused Drift Tube Linac Structure. Proc. of 1994 Linac Conference. 804—806

The RF Quadrupoles in the RFD Structure *

Zhang Mutian

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract The character of the newly developed RFD structure is studied by means of lens approximation. The equations of particle motion functions, transfer matrices of RF lens and stability conditions of particle acceleration are presented.

Key words RF quadrupole, RFD structure, drift tube linac, focusing structure

Received 22 September 1997

* Supported by National Climb-B Plan