

单事件的间歇分析*

胡源 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 通过研究高能碰撞单事件间歇的分布情况,探讨了单事件间歇与相空间分割数及末态多重数之间的关系,给出了为能尽量消除统计起伏,得到反映单个事件动力学起伏的单事件间歇值所需满足的条件和应采用的方法。

关键词 单事件分析 间歇 相空间分割 多重数

1 引言

高能碰撞末态相空间多重数分布的起伏除了来源于粒子数有限引起的统计起伏以外,还有可能包含动力学起伏。十多年前, A. Bialas 和 R. Peschanski^[1]指出,通过研究间歇可以消除统计起伏从而反映动力学起伏。所谓间歇是指当把末态相空间的一个区域 Δ 分成 M 个子区间时,如(1)式和(2)式所定义的 q 阶几率矩和阶乘矩随子区间大小 $\delta = \Delta / M$ 趋于0(即 M 趋于无穷大)存在如(3)式的反常标度行为。

$$C_q(M) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \langle (Mp_m)^q \rangle, \quad (1)$$

$$F_q(M) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (2)$$

$$\lim_{\substack{M \rightarrow \infty \\ \delta \rightarrow 0}} F(\text{or } C)_q(M) \propto M^{\phi_q}, \quad (3)$$

上面公式中, p_m 是粒子位于第 m 个子区间中的几率, n_m 是第 m 个子区间中的粒子数。 ϕ_q 称为间歇指数。 $\langle \dots \rangle$ 表示对样本中的所有事件进行平均(所谓纵向平均)。上述间歇现象在不同能量的各种类型碰撞实验中都进行了研究。虽然没有发现如(3)式的严格反常标度行为,但在 M 增大时, $F_q(M)$ 都有增长,表明除简单的统计涨落外,存在值得研究的物理。

高能碰撞多重产生中的间歇现象最早是在1983年由日美乳胶协作组(JACEE)在观测超高能宇宙线碰撞时发现的^[2]。在一个高多重数事例(多重数达1015)中,末态赝快度

1997-01-16 收稿

* 国家自然科学基金和武汉市晨光计划资助

子区间内的粒子数密度有异常大的起伏,难以用统计起伏解释,使人们相信在高能碰撞的时空演化过程中存在某种动力学起伏. 对于目前能标下的高能碰撞实验,由于多重数不高,统计起伏相对于动力学起伏在单个事件的末态分布中占主导地位,掩盖了可能存在的动力学起伏. 人们不得不采用(1)、(2)式所示的对所有事件求平均的方法来消除统计起伏. 对所有事件求平均意味着认为所有事件具有相同的动力学机制,这样 ϕ_q 反映的是所有这类事件的共同的动力学特征. 然而,随着碰撞能量的升高,特别在将来的相对论性重离子碰撞实验中,一些特殊的反应机制如 QGP 的形成可能出现在某些事件而不是所有事件中. 怎样找出这些特殊事件? 它们与其它事件之间的动力学机制的差别能否用间歇表现出来? 显然上述的用对所有事件求平均来研究间歇的方法行不通. 它抹杀了每个事件之间的区别. 如果能够得到反映每个事件动力学起伏的“单事件间歇”,或许可以通过研究单事件间歇来区别出那些具有特殊动力学机制的事件.

为了弄清在什么条件下,用什么方法能进行“单事件间歇”的研究,文中从整个事件样本中存在严格的间歇的假定出发,来探讨能够较为可靠地得到“单事件间歇”的条件和方法.

2 模型介绍

采用随机级联 α 模型^[3]来产生具有严格间歇的样本. 这一模型的性质主要体现在随着相空间分辨率的提高而出现的相应动力学量(例如粒子位于某一子区间中的几率)在子区间的逐代分配过程. 在这个模型中,每个事件可描述为一系列代的级联,其中,事先选定的一个相空间区域 Δ 被视为第一代,而在第二代,这一相空间区域被分为两个子区间;在以后各代中,上一代的每个子区间均一分为二. 第 j 代中第 $2m-1$ 和第 $2m$ 个子区间出现粒子的几率为 $p_{j,2m-1}$ 和 $p_{j,2m}$:

$$p_{j,2m-1} = \frac{1-\alpha r}{2} p_{(j-1),m}; \quad p_{j,2m} = \frac{1+\alpha r}{2} p_{(j-1),m}, \quad (4)$$

$$m = 1, 2, \dots, 2^{(j-2)},$$

其中 r 是区间 $[0, 1]$ 中均匀分布的随机数,而 α 是表征动力学起伏的模型参量. 原则上,级联过程应无止境地继续进行下去,但这无法在实际模型中实现,而只能进行到一个足够高的代(j_0 代),而忽略相空间进一步分割时的起伏. 这意味着,分割到 j_0 代得到的,宽度为 $\Delta / 2^{j_0-1}$ 的每个子区间内部的分布被认为是均匀的. 这样就可以对这 2^{j_0-1} 个子区间采用 Bernoulli 分布,得到每一子区间中的粒子数. 利用所得到的这 2^{j_0-1} 个子区间中的几率和粒子数,可以计算出分割到第 j 代($j \leq j_0$)的几率矩 C_q 和阶乘矩 F_q . 在本文的计算中取 $j_0 = 12$.

当作单事件分析时,第 j 代的 q 阶几率矩 C_q 的定义如(5)式所示(即所谓“横向平均”,用下标 h 表示):^[4]

$$C_{qh}^{(j)} = M_j^{(q-1)} \sum_{m=1}^{M_j} p_m^q; \quad (5)$$

而 q 阶阶乘矩 F_q 定义为:

$$F_{qh}^{(j)} = \frac{1}{M_j} \sum_{m=1}^{M_j} \frac{n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1)}{n_m^q}, \quad (6)$$

其中 $M_j = 2^{j-1}$ 是级联第 j 代中的子区间数目. 而对如 (1)、(2) 式所示对所有事件进行所谓纵向平均 (用下标 v 表示) 得到的几率矩和阶乘矩则分别记为 $C_{qv}^{(j)}$ 和 $F_{qv}^{(j)}$.

值得注意的是, 在上述模型中, 由于有随机数 r (见式 (4)), 每次模拟得到的一组 $\{p_m\}$ 对于空间分割并不是严格自相似, 由它得到的几率矩只有按 (1) 式进行纵向平均后才有严格的反常标度性. 在单事件分析中, 随机数 r 的影响只能通过 (5) 式中的横向平均来减弱. 参加横向平均的子区间数 M_j 越多, 随机数 r 的影响越弱, 相应的几率矩 C_q 的反常标度性越好. 因此, 为要得到足够好的反常标度性, 需要适当地选择相空间分割数.

在本文第一部分中先不考虑多重数的影响, 用几率矩 (C 矩) 研究单事件间歇的分布与相空间分割数的关系, 探讨单事件间歇分析中选取相空间分割数的适当方法; 然后加入多重数的影响, 用阶乘矩 (F 矩) 来研究单事件间歇的分布与多重数的关系, 找到能可靠地进行单事件间歇研究的最低多重数.

3 方法与结果

在整个模拟过程中取 $\alpha = 0.5$, 不失普遍性, 讨论 $q = 2$ 阶间歇.

3.1 相空间分割数的选取对单事件间歇的影响

在这一小节里, 用几率矩 (C 矩) 研究单事件间歇的分布与相空间分割数的关系. 对每个单事件, 将整个相空间区间 Δ 进行和构造模型时类似的逐代分割, 每一代都将上一代的各个子区间一分为二. 用 (5) 式分别计算分割第 j 代的 $C_{2h}^{(j)}$. 然后选定起始代 j_{start} 和终止代 j_{end} 对 $\ln C_{2h}^{(j)} - \ln M_j (j_{\text{start}} \leq j \leq j_{\text{end}})$ 作线性拟合, 就可得到单事件间歇指数 ϕ_{2h}^C . 进而得到整个事件样本中单事件间歇指数 ϕ_{2h}^C 的分布.

起始代 j_{start} 的不同选取会对拟合结果有影响. 由 (5)、(6) 式可见, 相空间分割到第 j 代的几率矩 C_q 和阶乘矩 F_q 中包含有对 $M_j = 2^{j-1}$ 个子区间的横向平均. 如前所述, 它有助于消除由模型中的随机数 r 所造成的起伏. 在相空间分割的开始几代, 进行横向平均的子区间数很少, 由随机数 r 产生的起伏影响比较大. 如果将和这几代相应的几率矩 C_q 和阶乘矩 F_q 用到拟合中, 会使结果强烈地受到随机数 r 的影响. 如果去掉开始几代, 选取进行线性拟合的起始代 j_{start} 足够大, 每代参加平均的子区间数足够多, 由随机数 r 造成的起伏就会减小, 所得到的间歇指数也就能更真实地反映事件的动力学起伏.

为了看到不同的始末拟合点对单事件间歇分布情况的影响, 采用如下步骤. 首先, 固定拟合起始点从第一代开始 ($j_{\text{start}} = 1$), 分别改变拟合最末点, $j_{\text{end}} = 5, 6, \dots, 12$, 得到一系列对应的单事件间歇 $\phi_{2h}^C(j_{\text{end}})$ 分布. 如图 1 所示. 表 1 列出了整个事件样本中 $\phi_{2h}^C(j_{\text{end}})$ 的平均值及其分布宽度. 可见, 随着 j_{end} 变大, $\phi_{2h}^C(j_{\text{end}})$ 的平均值越来越接近对整个事件样本纵向平均后得到的间歇值 $\phi_{2v} = 0.1155$ (用式 (1) 作线性拟合可求得). 同时, 其分布宽度越

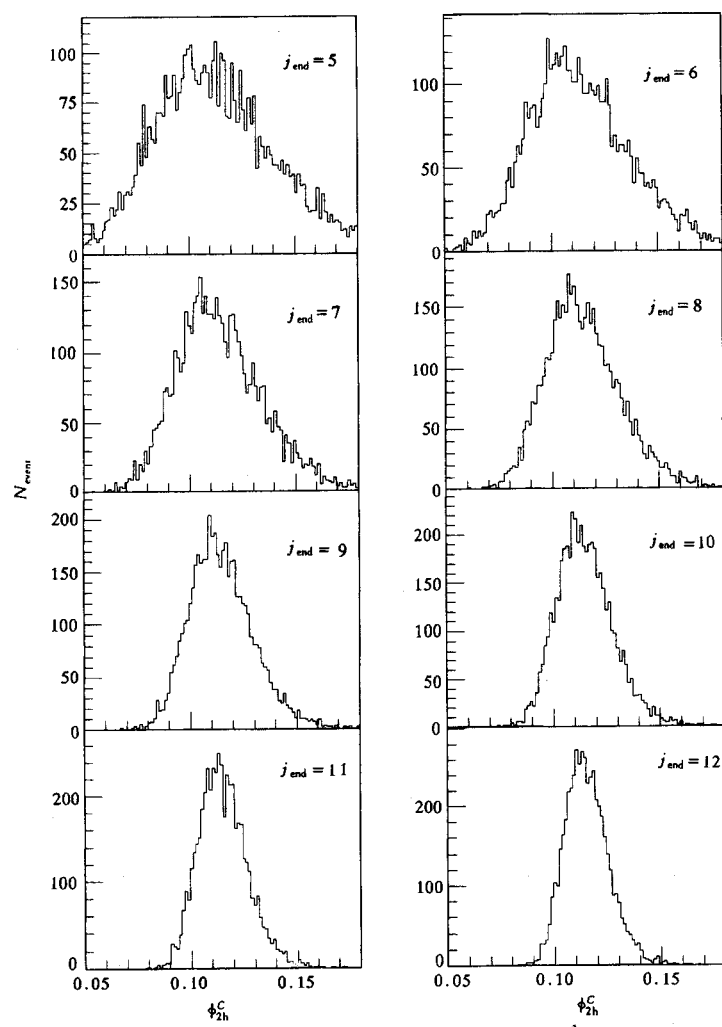


图1 用几率矩得到的单事件间歇 ϕ_{2h}^C 的分布(5000个事件)

各图分别对应相空间分割的最后代数 $j_{end} = 5, 6, \dots, 12$, 而起始代为 $j_{start} = 1$.

表1 单事件间歇 ϕ_{2h}^C 的平均值及其分布(5000个事件)宽度

j_{end}	5	6	7	8	9	10	11	12
$\bar{\phi}_{2h}^C \times 10$	1.1360	1.1140	1.1141	1.1146	1.1147	1.1147	1.1148	1.1148
$\sigma \times 10$	0.2734	0.2316	0.1950	0.1615	0.1403	0.1240	0.1083	0.0995

$j_{start} = 1, j_{end} = 5, 6, \dots, 12$.

来越窄. 也就是说, 这样得到的单事件间歇越来越真实地反映该事件的动力学起伏. 因而, 单事件间歇分析要求尽可能多地进行相空间分割. 但是, 这受到实验中相空间所能达到的分辨率的限制. 在模型计算中则受到构造模型时所取的最大级联代数的限制, $j_{end} \leq j_0$. 在随后的模拟过程中, 取 j_{end} 的最大可能值 $j_{end} = j_0 = 12$.

另一方面, 拟合起始点 j_{start} 的选取对结果也有很大影响. 在相空间分割的开始几代,

进行横向平均的子区间数很少,由随机数 r 产生的起伏表现得十分强烈. 图 2 给出了四个任意单事件的 $\ln C_{2h}^{\phi} - \ln M_j$ 关系图, 上述论点在图上得到证实——对应于相空间分割的开始几代的点相对于拟合直线有明显的偏离.

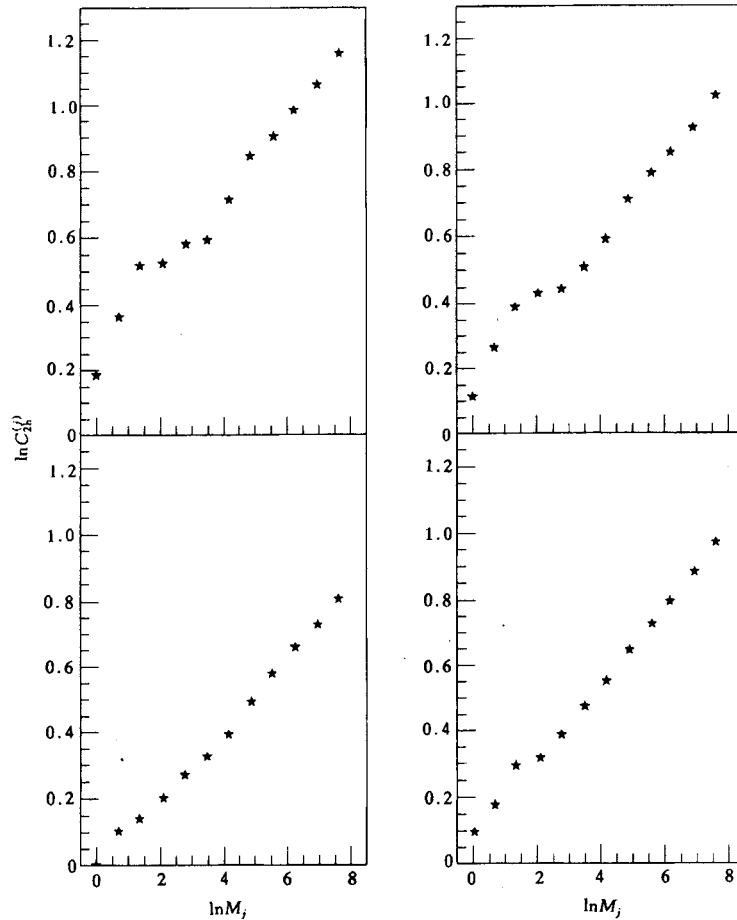


图2 四个随机事件的 $\ln C_{2h}^{\phi} - \ln M_j$ 关系图

为了选取合适的拟合起点, 固定相空间分割的末代 $j_{\text{end}} = 12$, 得到单事件间歇 $\phi_{2h}^C(j_{\text{start}})$ 在 $j_{\text{start}} = 1, 2, \dots, 8$ 时对应的分布及其平均值和分布宽度, 分别如图 3 和表 2 所示. 不难看出, 随着 j_{start} 增大, 对应的单事件间歇分析的结果越来越好, 其真实反映事件动力学起伏的可信度越高. 在随后的分析中, 取 $j_{\text{start}} = 5$, 对应的结果可认为是令人满意的.

表2 单事件间歇 ϕ_{2h}^C 的平均值及其分布 (5000 个事件) 宽度

j_{start}	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{\phi}_{2h}^C \times 10$	1.1145	1.1148	1.1149	1.1150	1.1151	1.1152	1.1153	1.1153
$\sigma \times 10$	0.1002	0.0901	0.0835	0.0749	0.0700	0.0664	0.0628	0.0604

$j_{\text{end}}=12, j_{\text{start}}=1, 2, \dots, 8.$

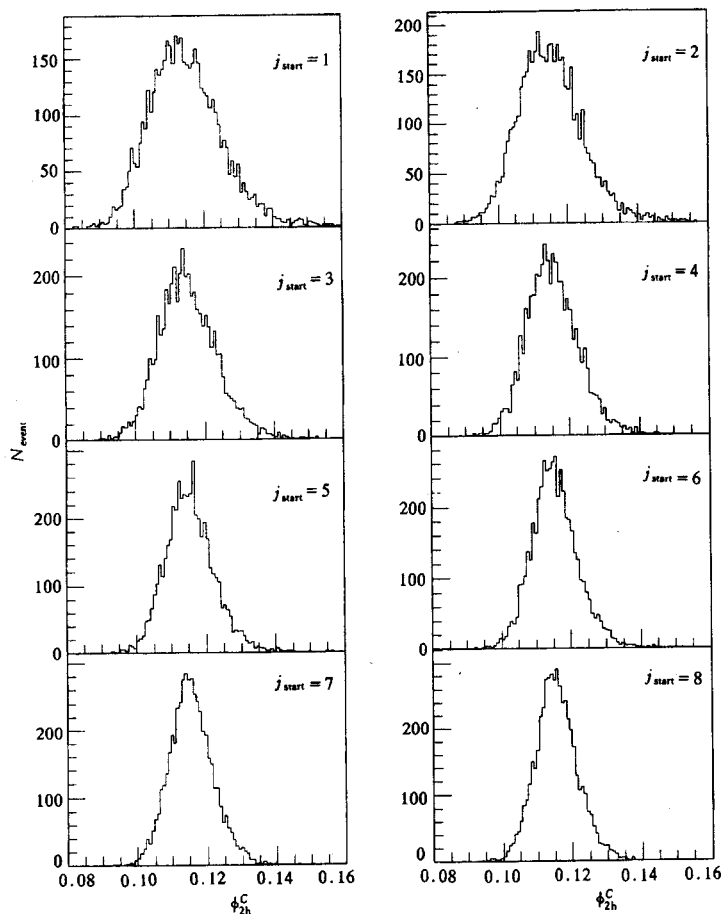


图3 用几率矩得到单事件间歇 ϕ_{2h}^C 的分布(5000个事件)

各图分别对应相空间分割起始代数 $j_{start}=1, 2, \dots, 8$, 而最后代数为 $j_{end}=12$.

3.2 多重数有限对分析单事件间歇的影响

实验上无法得到几率矩(C矩)而只能用末态粒子分布计算阶乘矩(F矩)来研究间歇现象. 然而, 当我们用 α 模型得到一个几率分布以后, 假定统计起伏为 Bernoulli 起伏, 用蒙特卡罗方法模拟末态粒子分布时, 所得到的单个事件的阶乘矩和几率矩并不完全一样. 特别当多重数 N 不是很大时, 这种差别十分明显. 在这一小节里, 我们就来考察这一差别, 探讨在什么条件下能够用阶乘矩近似地研究单事件间歇.

首先, 和前面一样取最大级联代数 $j_0 = 12$, 随机选取一个用 α 模型得到的几率分布 $p_m (m = 1, 2, \dots, 2^{j_0-1})$, 要求用它求出的几率矩(C矩)的单事件间歇指数 ϕ_{2h}^C 满足:

$$|\phi_{2h}^C - \phi_{2v}^C| < \phi_{2v}^C / 100, \quad (7)$$

其中, 利用前面的研究结果取 $\phi_{2v}^C = 0.1155 (\alpha = 0.5)$.

固定这一几率分布 $p_m (m = 1, 2, \dots, 2^{j_0-1})$, 选取固定的多重数 N , 对这不变的 $\{p_m\}$ 和 N , 重复作 2000 次 Bernoulli 分布的模拟, 对应产生一个 2000 事例的样本. 这个样本中的

各个事例间产生差异的唯一原因就是统计起伏 (Bernoulli 起伏). 用 (6) 式计算每个事例的二阶阶乘矩, 对 $\ln F - \ln M$ 在 $j_{\text{start}} = 5, j_{\text{end}} = 12$ 的范围内作线性拟合, 其斜率就是用阶乘矩方法得到的单事件间歇 ϕ_{2h}^F . 对于这 2000 个事件的样本, 就得到一个 ϕ_{2h}^F 的分布. 改变 N 值, 得到相应的另一些 ϕ_{2h}^F 分布. 对应 N 分别为 50, 100, 250, 500, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000 的结果画在图 4 上. 这些分布的平均值和宽度见表 3.

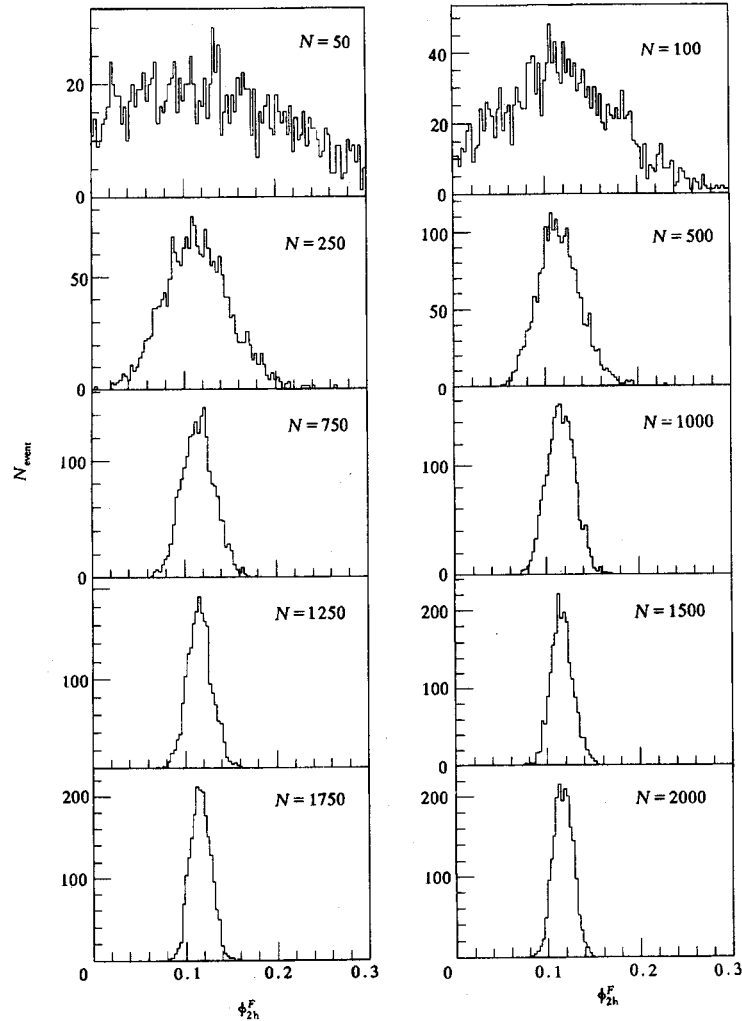


图4 用阶乘矩得到的单事件间歇 ϕ_{2h}^F 的分布 (2000 个事件)

所有事件都由满足 (9) 式的一个固定的几率分布由蒙特卡洛方法按 Bernoulli 分布产生.

由图 4 和表 3 可见, 虽说每个样本中所有事件均有相同的几率分布 (因而 ϕ_{2h}^C 相同), 但它们的 ϕ_{2h}^F 不同, 存在着一个分布. 随着多重数 N 的增加, ϕ_{2h}^F 分布的平均值越来越靠近对整个事件样本纵向平均后得到的间歇值 $\phi_{2v}^F = 0.1155$, 且分布宽度越来越窄. 在多重数 N 高到一定程度 (如 $N \geq 500$), 可近似认为单事件间歇 ϕ_{2h}^F 能够反映该事件的动力学起伏.

表3 单事件间歇 ϕ_{2h}^f 的平均值及其分布(2000个事件)宽度

N	50	100	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000
$\bar{\phi}_{2h}^f \times 10$	1.1627	1.1769	1.1243	1.1504	1.1468	1.1485	1.1490	1.1455	1.1496	1.1520
$\sigma \times 10$	1.0993	0.69694	0.32422	0.20789	0.16516	0.14521	0.12471	0.11555	0.11051	0.09402

$j_{start} = 5, j_{end} = 12$. 所有事件由一个固定的几率分布用蒙特卡洛方法按Bernoulli分布产生. N 为总多重数.

以上结论不依赖于所用的具体的几率分布 $\{p_m\}$. 对满足(7)式的其它几率分布 $\{p_m\}$, 仿照上面的过程进行讨论, 都得到同样的结论.

以上结论也可从另一角度得到. 我们有:

$$C_{qh}^{(j)} = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_m} B(n_1, n_2, \dots, n_m) F_{qh}^{(j)}, \quad (8)$$

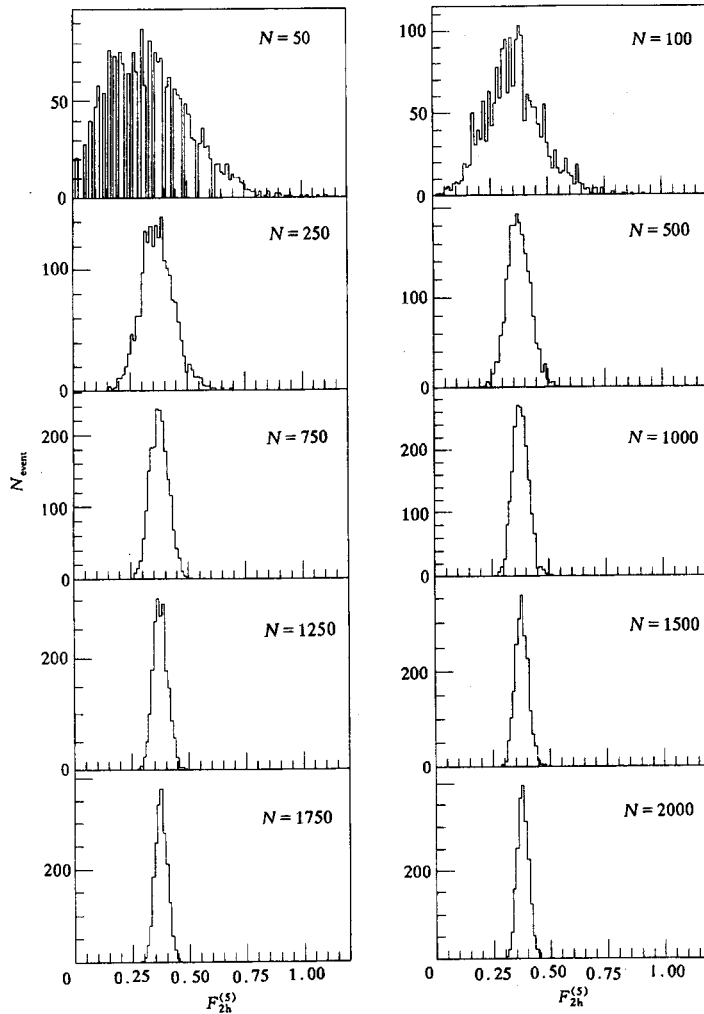


图5 单事件级联第五代二阶乘矩 $F_{2h}^{(5)}$ 的分布

事件样本的特征同图4.

其中 B 是 Bernoulli 分布函数. 图 5 中画出了分割到第 5 代的二阶阶乘矩 $F_{2h}^{(5)}$ 的分布. 由图可以看到, 当多重数 N 足够大, 分割代数足够多时, $F_{2h}^{(j)}$ 的分布足够窄, 可以近似认为 $F_{2h}^{(j)} \approx \bar{F}_q$, 如有:

$$C_{2h}^{(j)} \approx \bar{F}_q \approx F_{2h}^{(j)}. \quad (9)$$

这意味着此时统计起伏的影响可以忽略, 由 F 矩得到的单事件间歇 ϕ_{2h}^F 近似等于由 C 矩得到的单事件间歇 ϕ_{2h}^C .

3.3 用阶乘矩方法分析单事件间歇

以上分别讨论了相空间分布代数及由于粒子数有限产生的统计起伏 (Bernoulli 起伏) 对单事件间歇的影响. 现在把两个因素综合起来考察, 因为在实际的实验分析中, 面对的就是上述影响的综合作用.

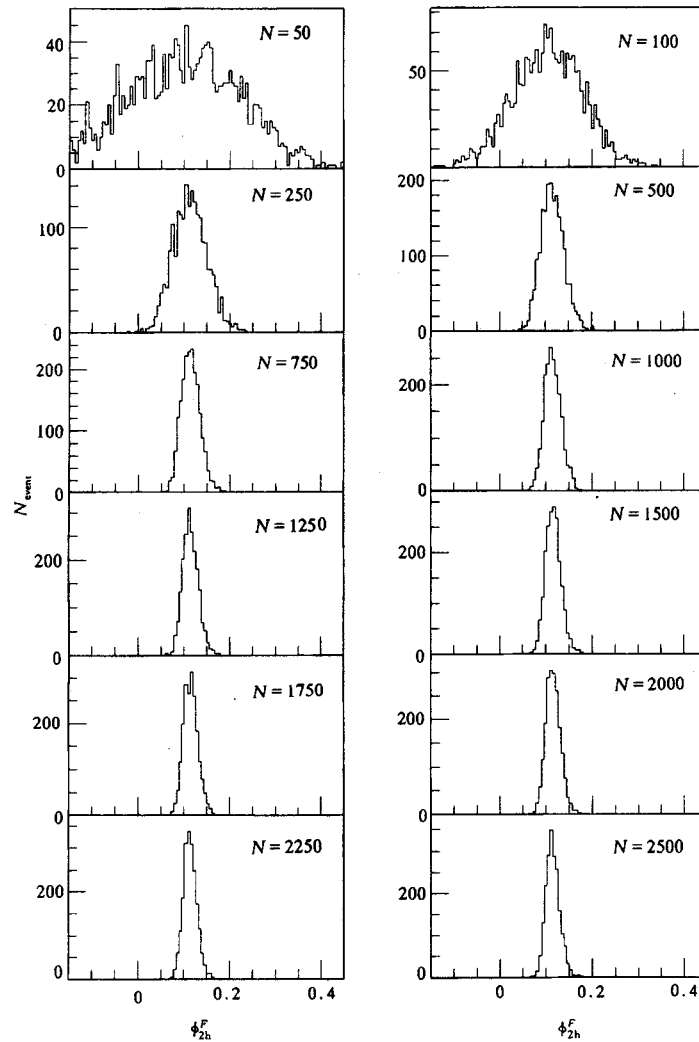


图6 用阶乘矩得到的单事件间歇 ϕ_{2h}^F 的分布 (2000 个事件)

每个事件的几率分布不同, 由 α 模型产生; 粒子数由蒙特卡罗方法按 Bernoulli 分布产生.

为了对这种情况进行模拟研究,对每一事件,先用 α 模型产生级联到 $j_0 = 12$ 代的各代的几率分布,然后用事先选定的一个多重数 N 作 Bernoulli 分布,得到相应的粒子数分布. 进而对相空间进行分割,计算每一代的 $C_{qh}^{(j)}$ 和 $F_{qh}^{(j)}$. 选取 $j_{\text{start}} = 5$ 和 $j_{\text{end}} = 12$, 分别对上述两种矩进行线性拟合,其斜率就是所求的单事件间歇 ϕ_{qh}^C 和 ϕ_{qh}^F . 对所有事件重复进行上述过程,可以分别得到 ϕ_{qh}^C 和 ϕ_{qh}^F 的分布. 取 $q = 2$, 对于不同的 N 值,得到一系列这样的分布,如图 6. 在表 4 上列出了有关单事件间歇分布的特征量随 N 变化的情况.

上述结果表明,对于足够高多重数的事件,只要正确地选取相空间分割代数进行拟合,就能够较好地用所得到的单事件间歇来反映该事件的动力学起伏.

表 4 单事件间歇 ϕ_{qh}^F 的平均值及其分布 (2000 个事件) 宽度

N	50	100	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500
$\bar{\phi}_{qh}^F \times 10$	0.989	1.031	1.129	1.143	1.146	1.145	1.145	1.154	1.152	1.149	1.140	1.139
$\sigma \times 10$	1.213	0.7470	0.3601	0.2403	0.1938	0.1804	0.1677	0.1610	0.1548	0.1499	0.1457	0.1430

$j_{\text{start}}=5, j_{\text{end}}=12$. 所有事件的粒子几率分布不同, 由 α 模型产生; 各子区间中的粒子数由蒙特卡罗方法按 Bernoulli 分布产生. N 为总多重数.

3.4 结论

(a) 单事件间歇由于或多或少包含有统计起伏,与传统的垂直平均得到的整个事件样本的间歇有差别,呈现为一个近似的高斯分布.

(b) 相空间分割的子区间数 M 对获得满意的单事件间歇有很大的影响,应该在实验精度允许的条件下尽可能多地对相空间进行分割. 同时,对于相空间分割的开始几代,由于横向起伏较大,应予丢掉.

(c) 由于多重数 N 有限产生的统计起伏对单事件间歇有显著影响. 这种影响随着多重数的增加而变弱. 当 $N \geq 500$ 时,统计起伏的影响近似地可以忽略.

综上所述可见,当多重数足够高,且动力学变量的精度足够好以至于可将末态相空间分得很细时,由阶乘矩得到的单事件间歇能够较满意地反映该事件的动力学起伏. 在建造中的新一代对撞机 RHIC 和 LHC 上能够实现上述条件. 本文的结果为在这些对撞机实验中进行单事件间歇分析提供了参考数据.

参 考 文 献

- [1] Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B273**: 703; 1988, **B308**: 851
- [2] JACEE Coll., Burnett T H et al. Phys. Rev. Lett., 1983, **50**: 2062
- [3] Wu Yuanfang, Liu Lianshou. Chinese Science Bulletin, 1991, **36**: 21
(吴元芳, 刘连寿. 科学通报, 1991, **36**: 21)
- [4] Bialas A, Ziaja B. Phys. Lett., 1996, **B378**: 319

Analysis of Intermittency in a Single Event

Hu Yuan Liu Lianshou

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079)

Abstract We study the distribution of intermittency exponents of a single event in high energy collisions. The relations between intermittency and the number of phase space intervals and multiplicity are obtained. A proper requirement is obtained for correctly studying the dynamical fluctuation of a single event with negligible influence of statistical fluctuations.

Key words single event analysis, intermittency, phase space division, multiplicity