

弱耦合条件下 g 玻色子效应的重整化*

张战军¹ 桑建平² 杨杰¹ 刘庸¹

1 (华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

2 (武汉大学物理系 武汉 430072)

摘要 基于Druce等人的方法,提出了一种新的g玻色子效应重整化微扰论方法. 对使用此两种方法的前提条件一弱耦合条件,作了考察,并给出了满足前提条件下,两种方法的g玻色子效应的重整化计算结果. 对比分析表明,提出的方法克服了Druce等人方法的局限性,对g玻色子效应的考虑更充分.

关键词 g玻色子效应重整化 弱耦合 相互作用玻色子模型 微扰论

1 引言

相互作用玻色子模型(sdIBM)对原子核集体运动的描述相当成功,但已有一系列的研究工作^[2-4]表明,要对某些核的一些细致现象作出较好的描述,必须引入 $L^\pi = 4^+$ 的g玻色子. g玻色子的引入,使得态空间急剧变大,增大了问题处理的复杂性. Otsuka等人的研究工作表明,在低能激发态中g玻色子的平均占有率小于10%^[5],因此含g玻色子的分量并不是主要分量,大多数的低能激发态仍可近似认为是s-d玻色子空间中的态. 但是g玻色子分量的混入确实又会对低能激发态造成一定的影响,由此提出的问题是,能否通过一定的方法将g玻色子效应纳入s-d子空间加以讨论,即对g玻色子效应进行重整化. 在早期的研究工作中, Druce等人曾基于微扰论提出过一种重整化方法^[1](简记为RH方法). 在此方法基础上,本文提出了一种新的重整化方法(简记为RM方法). 由于这两种重整化方法都是建立在微扰论基础上,应仅对于g玻色子弱耦合体系适用,本文第二节通过计算首先就对体系是否满足弱耦合条件作了考察. 3.2节则给出了在弱耦合条件下利用RM、RH二种重整化方法所作实例计算的结果. 最后就结果作了一些对比分析,并对两种重整化方法进行了评述.

2 弱耦合条件考察

引入g玻色子后,态空间 Σ 可分解成由 n_g 标记的所有子空间的直和,其中 $0 \leq n_g \leq N$,即

1997-03-28收稿

* 湖北省自然科学基金资助

$$\Sigma = \sum_{0 \leq n_g \leq N} \oplus \{(sd)^{N-n_g} g^{n_g}\}. \quad (1)$$

随着 g 玻色子数的增多,态空间会变得很大,通常采用弱耦合图象,实现态空间截断,即认为在 sdg 玻色子空间中,s 玻色子与 d 玻色子之间存在较强的相互作用,形成一核芯,g 玻色子与此核芯之间是弱耦合关系,故只保留 n_g 较小的几个子空间,去除 n_g 较大的一些子空间,对最大 g 玻色子数进行限制,实现态空间截断,并且认为在此截断的态空间中就可以对低能激发态作出较好的描述.

本节以 ^{190}Os 为例通过数值计算对弱耦合条件进行考察,所用的哈密顿量 H_{sdg} 为普遍形式的 sdgIBM-1 哈密顿量:

$$H_{\text{sdg}} = H_{\text{sd}} + H_g + H(\text{sd}; g), \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} H_{\text{sd}} = & h_0 + \epsilon n_d + \sum_{l=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2l+1} C_l [(d^+ d^+)_l (\tilde{d} \tilde{d})_l]_0 + \\ & \sqrt{\frac{5}{2}} v_2 \{[(d^+ d^+)_2 \tilde{d}]_0\} s + \text{h.c.} \} + \\ & \frac{1}{2} v_0 \{[(d^+ d^+)_0 s s]_0 + \text{h.c.}\}, \end{aligned} \quad (3)$$

H_g 仅包含 g 玻色子的单体项与二体项, $H(\text{sd}; g)$ 则包含了 sd 部分与 g 部分所有可能的二体相互作用项^[6]. 本文利用一种以 Dyson 玻色子展开与 MJS 代换为基础的 sdgIBM-2 微观基础研究理论方案^[7], 取全对称近似^[8,9], 导出了哈密顿量 H_{sdg} 的全部系数. 作为微观方案的出发点, 价核子壳模型组态取值见表 1, 价中子(价质子)间的有效相互作用取为对力、四极对力和四极-四极力, 其强度参数(单位: MeV) 依次分别为 $g_0^{(n)} = 0.040$ ($g_0^{(p)} = 0.047$)、 $G_2^{(n)} = 0.043$ ($G_2^{(p)} = 0.063$)、 $\kappa^{(n)} = 0.012$ ($\kappa^{(p)} = 0.024$). 中子-质子间的有效相互作用取为四极-四极力, 其相互作用强度 $\kappa_{\text{np}} = 0.005$ (MeV). 统一计算给出的 H_{sdg} 的三十二个系数, 全部列出较繁琐, 在表 3 中仅给出了 H_{sd} 中所有项的系数以及 $H(\text{sd}; g)$ 中主导项^[6] 的系数.

有了 sdg 哈密顿量, 就可以在截断的 sdg 玻色子态空间中求解薛定谔方程, 给出能谱与波函数. 考察分 $n_g = 0$ 、 $n_g \leq 1$ 、 $n_g \leq 2$ 三种截断情况, 所获得的不同角动量态的能量本征值见表 2, 其中 $n_g = 0$ 截断情况对应于不考虑 g 玻色子. 另外, 表 2 中同时还列出了实验值.

从表 2 中可看出, 引进 g 玻色子后计算能谱确实得到了一定的改善, 和实验谱符合得很好, 反应了引进 g 玻色子的重要性与必要性. $n_g \leq 1$ 、 $n_g \leq 2$ 二种截断结果相差很小, 若把这二种截断后计算的能谱与实验谱相比较, 不难发现, 二者都能对低能激发态作出较好描述, 但 $n_g \leq 2$ 截断后计算的能谱与实验谱相比, 偏差更小一些, 更符合实验, 总体上看是一个足够好的近似, 所以本文把 $n_g \leq 2$ 态空间截断作为研究的出发点. 另外, 计算还表明了各能量本征态的 g 玻色子平均占有率全部小于 5%. 至此不难发现, 体系已明显地表现出了弱耦合的特征, 满足弱耦合条件.

表1 计算取用的单粒子态及其能量

单粒子态	中 子						质 子					
	$2f_{7/2}$	$3p_{3/2}$	$1h_{9/2}$	$2f_{5/2}$	$1i_{13/2}$	$3p_{1/2}$	单粒子态	$1g_{7/2}$	$2d_{5/2}$	$1h_{11/2}$	$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$
能量 (MeV)	4.00	4.30	6.20	7.50	7.60	8.60	能量 (MeV)	4.00	4.32	6.32	6.84	7.21

表2 三种截断下的计算能谱及实验谱

(单位: MeV)

J_i^π	$n_g=0$	$n_g \leq 1$	$n_g \leq 2$	Exp.	J_i^π	$n_g=0$	$n_g \leq 1$	$n_g \leq 2$	Exp.
0_1^+	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0_3^+	1.3633	1.3265	1.3242	1.5453
2_1^+	0.3162	0.2819	0.2789	0.1867	0_4^+	2.2005	2.0909	2.0524	1.7328
4_1^+	0.7513	0.6720	0.6666	0.5478	2_2^+	0.7808	0.7386	0.7360	0.5579
6_1^+	1.2914	1.1625	1.1531	1.0504	3_1^+	1.3190	1.2441	1.2377	0.7560
8_1^+	1.9273	1.7489	1.7311	1.6665	4_2^+	1.3243	1.2405	1.2367	0.9553
10_1^+	2.6510	2.4297	2.3973	2.3575	5_1^+	1.9547	1.8371	1.8261	1.2038
12_1^+	3.4567	3.2049	3.1577	3.1265	6_2^+	1.9595	1.8300	1.8210	1.4743
0_2^+	1.0292	0.9500	0.9283	0.9117	8_2^+	2.6812	2.5100	2.4939	3.0883
2_3^+	1.5172	1.4208	1.4008	1.1147	10_2^+	3.4850	3.2813	3.2498	2.7432

3 g 玻色子效应的重整化

3.1 重整化方法

本文提出的方法(RM方法)和 Druce 等人的方法^[1](RH方法)都是基于下面这几式的:

$$A = B + C, \quad (4)$$

$$A = \langle a | \tilde{H}_{sd} | b \rangle, \quad (5)$$

$$B = \langle a | H_{sdg} | b \rangle, \quad (6)$$

$$C = \frac{1}{2} \sum_i \left\{ \frac{\langle a | H_{sdg} | i \rangle \langle i | H_{sdg} | b \rangle}{E_b - E_i} + \frac{\langle b | H_{sdg} | i \rangle \langle i | H_{sdg} | a \rangle}{E_a - E_i} \right\}, \quad (7)$$

$$E_x = \langle x | H_{0sdg} | x \rangle. \quad (8)$$

其中 H_{0sdg} 为 H_{sdg} 中的单体项, $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 是 sd 玻色子空间中的基矢, $|i\rangle$ 是 sdg 玻色子空间中至少含一个 g 玻色子的基矢, \tilde{H}_{sd} 是经过重整化以后的 sd 哈密顿量, 其形式同 H_{sd} . B 代表 H_{sdg} 在 sd 玻色子空间中的矩阵元, A 则代表 \tilde{H}_{sd} 在 sd 玻色子空间中的矩阵元, 联系(7)式, A 又可理解为 B 经过重整化后的标记, 重整化是通过把含 g 玻色子效应的二阶微扰项 C 加入到 B 中实现的.

RM 方法是从矩阵力学的角度着眼, 利用(7)式对 H_{sdg} 在 sd 玻色子空间中的每一个矩阵元, 即所有的 B , 都进行重整化, 获得 H_{sdg} 在 sd 玻色子空间中经过重整化的哈密顿量矩

阵,然后通过对角化计算给出能量本征值和波函数.

RH方法是通过选择一定数量的sd玻色子空间的基矢,利用(7)式建立七个方程,然后联立求解,定出 \widetilde{H}_{sd} 中的七个参数,再将所得的 \widetilde{H}_{sd} 外推以表征整个体系.

由于对sd玻色子空间中基矢选择存在着任意性,而 \widetilde{H}_{sd} 又依赖于基矢的选择,所以RH方法相对较为粗略,正因为如此,本文提出了RM方法,希望能够更充分地考虑g玻色子分量的耦合效应.

另外,从(7)式可以看出并非所有的基矢 $|i\rangle$ 都对重整化有贡献,由于 H_{sdg} 中只考虑到二体相互作用, n_g 大于2的基在二阶微扰项中的值为零,这也就是说只有 n_g 等于1或2的基才对重整化有贡献,而本文采用的是弱耦合图象下的 $n_g \leq 2$ 态空间截断近似,这种近似对于低能激发态的描述又是足够好的近似,所以可以认为在重整化过程中,事实上已经考虑了绝大多数有影响的含g玻色子分量.

3.2 重整化实例计算

重整化实例计算仍以 ^{190}Os 为例,采用微观sdgIBM-1哈密顿量 H_{sdg} 的主要参数见表3.

表3 H_{sd} 和 \widetilde{H}_{sd} 的系数及 $H(\text{sd};g)$ 中主导项的系数^[6] (单位: MeV)

	E_d	C_0	C_2	C_4	v_0	v_2	U_1	U_6	U_7
H_{sd}	0.2374	0.0336	0.1013	0.0978	-0.1155	-0.0128			
H_{sdg}	0.2374	0.0336	0.1013	0.0978	-0.1155	-0.0128	0.0043	-0.1232	-0.1304
H_{sd}	0.2164	-0.0001	0.0095	0.0714	-0.1152	-0.0145			

利用本文提出的RM方法计算获得的能谱在图1中用RM标记给出.在用RH方法作

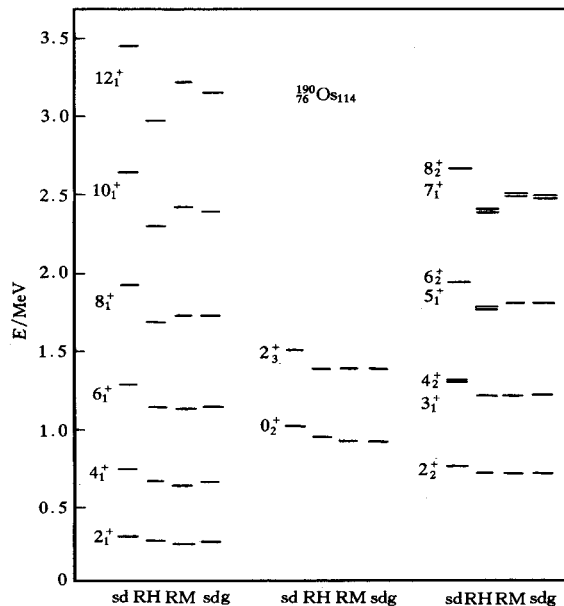


图1 sd谱、RH谱、RM谱及sdg谱

计算时,选取了下面五个基矢:

$$\frac{1}{\sqrt{N!}} (s^+)^N |0\rangle, \quad (9)$$

$$\frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} (s^+)^{N-1} d_\mu^+ |0\rangle, \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sqrt{(N-2)!}} \frac{1}{\sqrt{2}} (s^+)^{N-2} (d^+ d^+)_{b\mu} |0\rangle \quad (b = 0, 2, 4), \quad (11)$$

其中 $N = 9$. 获得的 \widetilde{H}_{sd} 的系数列在表 3 中. 通过数值计算获得的 \widetilde{H}_{sd} 的能量本征值谱在图 1 中用 RH 标记给出. 为对比需要,图 1 中亦给出了对角化 H_{sd} 与 H_{sdg} 获得的能量本征值谱,依次分别标为 sd 与 sdg.

4 分析讨论与评述

将二组重整化谱 RH、RM 与 sd 谱相比,可见二者都体现出了 g 玻色子效应的影响,但用 RM、RH 两种方法对 g 玻色子效应作重整化效果不同. 若以 sdg 谱为参考基准, RM 谱的平均绝对偏差约为 12.9keV, RH 谱的平均绝对偏差约为 42.0keV. 虽然二者的平均绝对偏差都较小,表明两种重整化方法的重整化效果都较好,但前者的平均绝对偏差不到后者的 1/3,说明 RM 谱较 RH 谱更接近 sdg 谱. RH 谱偏差大,主要是由于几个高角动量态(如 10_1^+ 、 12_1^+ 、 7_1^+ 、 8_2^+)被压得过低造成的. 选择含 d 玻色子较少的基矢确定 \widetilde{H}_{sd} ,会造成 d 玻色子能量的减少(见表 3),这对于 $\langle n_d \rangle$ 较小的低角动量态的能量影响并不大,但对那些 $\langle n_d \rangle$ 较大的高角动量态能量的影响将是不可忽略的. 由此可以推断,若选择含 d 玻色子较多的基矢,则确定的 \widetilde{H}_{sd} 将能对 $\langle n_d \rangle$ 较大的高角动量态作出较好的描述,那么偏差较大的就将会是一些 $\langle n_d \rangle$ 较小的低角动量态了. 这种不同基矢选择会造成能谱变化的特性,反映了 RH 方法的局限,即对 g 玻色子效应的考虑并不很充分. RM 方法正好克服了这种局限性,可将该方法的思想推广应用于其它的模型研究工作. 另外,就 RH 谱、RM 谱、sdg 谱的基带,我们发现了一个非常有趣的现象,仍以 sdg 谱基带为参考基准, RM 谱中能级呈现的规律是低角动量态被压低、高角动量态被抬高, RH 谱中能级呈现的规律正好相反,这样 sdg 谱基带中每一条能级基本上都位于 RM、RH 谱中相应角动量的二条能级中间. 这种现象对微观上作定性研究非常有用,因为 RM、RH 方法计算量很小,根据 RM、RH 谱就可以大致估计出 sdg 谱,定下几个可适度调节的核子-核子有效相互作用参数,节约大量时间.

参 考 文 献

- [1] Druce C H, Pittel S, Barrett B R et al. Ann. Phys. (N. Y.), 1987, **176**:114—139
- [2] Todd Baker, F Sethi A., Penumetcha V et al. Phys. Rev., 1985, **C32**:2212—2214
- [3] Sethi A, Todd Baker F, Emery G T et al. Nucl. Phys., 1990, **A518**:536—560
- [4] Lac V S, Kuyucak S. Nucl. Phys., 1992, **A539**:418—440
- [5] Otsuka T, Arima A, Yoshinaga N. Phys. Rev. Lett., 1982, **48**:387—390

- [6] Zhang Z J, Liu Y, Sang J P. Chin. j. Nucl. Phys., 1995, 17:318—321
- [7] Zhang Z J, Shi Z Y, Liu Y et al. High Energ. Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, 22:169—175
(张战军, 石筑一, 刘庸等. 高能物理与核物理, 1998, 22:169—175)
- [8] Otsuka T, Arima A, Iachello F et al. Phys. Lett., 1978, 76B:139—143
- [9] Zhang H M, Liu Y. Journal of Central China Normal University (Nat. Sci, in Chinese), 1987, 21:348—352
(章慧敏, 刘庸. 华中师范大学学报(自然科学版), 1987, 21:348—352)

Renormalization of g -Boson Effects Under Weak Coupling Condition *

Zhang Zhanjun¹ Sang Jianping² Yang Jie¹ Liu Yong¹

1 (Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079)

2 (Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072)

Abstract An approach based on perturbation theory is proposed to renormalize g -boson effects for sdgIBM system, which modifies that presented earlier by Druce et al. The weak coupling condition as the usage premise of the two approaches is proved to be satisfied. Two renormalization spectra are calculated for comparison and analyses. Results show that the g -boson effects are renormalized more completely by the approach proposed in this paper.

Key words renormalization of g -boson effects, weak coupling, interacting boson model, perturbation theory