

重夸克与轻夸克强子事例多重数差别*

刘希明 王群 谢去病

(山东大学物理系 济南 250100)

摘要 利用色偶极子模型计算了 $e^+e^- \rightarrow h's$ 轻夸克与重夸克强子事例多重数差别, 结果与实验在误差范围内一致. 并与微扰 QCD 模型及朴素模型的结果作了比较.

关键词 色偶极子 多重数量度 多重数差别

1 引言

$e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q} \rightarrow h's$ 重夸克碎裂过程的显著特点是多重数比轻夸克事例高, 但在 10 GeV 到 91 GeV 能量范围内两者之差 $\delta_{Qq} = N(Q\bar{Q}; \sqrt{s}) - N(q\bar{q}; \sqrt{s})$ 几乎为一常数. 这一特征引起人们普遍关注, 目前试图解释这一现象的模型主要有“朴素模型”(Naive Model)^[1]与微扰 QCD(PQCD)模型^[2,3]两类.

重夸克事例的平均多重数包括领头重强子衰变和伴随轻粒子多重数的贡献. 基于 PQCD 模型, 给出重夸克与轻夸克事例平均粒子多重数差别是

$$\delta_{Qq} = N(Q\bar{Q}; \sqrt{s}) - N(q\bar{q}; \sqrt{s}) \sim \bar{n}_Q^{\text{th}} - N(q\bar{q}; \sqrt{s} M_Q) \quad (1)$$

这个多重数差别只决定于领头重强子衰变的平均多重数 \bar{n}_Q^{th} 及重夸克质量 M_Q , 而与质心能量 \sqrt{s} 无关. 最后得到的数值结果与实验测量值基本一致. PQCD 模型的关键之处是考虑了因重夸克质量大带来的运动学效应, 抑制了胶子辐射有效相空间, 导致重夸克伴随强子多重数比相同能量下轻夸克强子事例多重数低.

本文尝试用色偶极子模型(CDM)^[4]来解释 δ_{Qq} 的能量关系. 这是因为 CDM 就是一种描述部分子级联过程的 PQCD 模型; 其最大优点是相空间分析简单直观, 用之解释上述相空间问题直截了当. 本文第二节利用 CDM 模型给出轻夸克事例多重数量度, 第三节在分析重夸克质量引起相空间限制后, 给出 δ_{Qq} 的具体表示, 在第四节给出计算结果与简单讨论.

1997-08-01收稿, 1997-11-05收修改稿

* 国家自然科学基金资助

2 轻夸克事例多重数量度

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow h's$ 湮没后的部分子演化过程, 带色与反色的部分子之间的相互作用, 与两个电荷之间构成电偶极子类, 色偶极子模型 (CDM) 等效地处理成色偶极子的级联过程, 初始 $q\bar{q}$ 形成的色偶极子有一定的几率辐射一个胶子 g_1 , 形成两个色偶极子 qg_1 与 $\bar{q}g_1$, 其中 qg_1 由夸克的色荷与胶子 g_1 相应的反色荷构成, $\bar{q}g_1$ 由反夸克的反色荷与胶子 g_1 相应的色荷构成. 这两个色偶极子都有一定的几率辐射第二个胶子 g_2 , 形成三个色偶极子 qg_1g_2 , $\bar{q}g_1g_2$ 其中色偶极子 g_1g_2 由 g_1 的色荷与 g_2 的反色荷构成. 以此类推, 这种重复级联过程直到软胶子的横动量 p_T 小于一个截断 $p_{T_{\text{cut}}}$ 后结束. 从 $q\bar{q}$ 色偶极子辐射的软胶子具有最大横动量 $p_{T_{\text{max}}}$ 开始, 次色偶极子辐射的软胶子的 p_T 依次减小, 直到一截断 $p_{T_{\text{cut}}}$ 结束, 称为 p_T 排序. 这种 p_T 排序的原则是与 PQCD 软胶子干涉要求相一致的. 用 p_T, y 表示胶子的横动量和快度, 在软胶子近似下, 所满足的相空间限制是 $|y| < \ln(M/p_T)$. 这里 M 是色偶极子的不变质量. 引入 $\kappa \equiv \ln \frac{p_{T_{\text{max}}}^2}{\Lambda^2}$, $L \equiv \ln \frac{M^2}{\Lambda^2}$ (Λ 是 QCD 标度), 关于 (p_T, y) 的相空间限制可写成 $2|y| < L - \kappa$. 这是 (κ, y) 平面上的三角形内部区域 (如图 1(a)). 辐射的第一个胶子的快度区间为

$$\Delta y = \ln \left(\frac{s}{p_T^2} \right) = L - \kappa \quad (2)$$

再辐射第二个胶子的快度区间则是

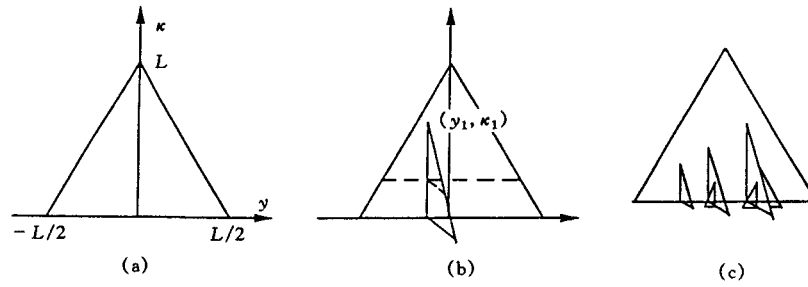
$$\Delta y = \ln \left(\frac{s_{12}}{p_T^2} \right) + \ln \left(\frac{s_{23}}{p_T^2} \right) = \ln \left(\frac{s}{\Lambda^2} \right) + \ln \left(\frac{p_{T_1}^2}{\Lambda^2} \right) - 2 \ln \left(\frac{p_{T_2}^2}{\Lambda^2} \right) = (L - \kappa_1) + (\kappa_1 - \kappa_2) \quad (3)$$

式中 s 为总质心能量平方, s_{12}, s_{23} 分别是 $qg, \bar{q}g$ 色偶极子不变质量平方. 辐射第二个胶子的相空间 (如图 1(b) 所示) 是辐射第一个胶子的三角形 (图 1(a)) 中满足 $\kappa < \ln \frac{p_{T_1}^2}{\Lambda^2}$ 的部分加上一个高为 $\ln \left(\frac{p_{T_1}^2}{\Lambda^2} \right)$ 侧面三角形. 上述过程可以推广到多胶子辐射情况. 如图 1(c) 所示, 每辐射一个胶子, 相空间增加一个折面三角形, 总的相空间是一个多重折面.

按照纵向相空间模型假定, 在运动学允许的快度范围 Δy 内, 强子多重数是快度 Δy 的线性函数. 对于辐射一个胶子的 $q\bar{q}g$ 系统存在 $qg, \bar{q}g$ 两个色偶极子独立碎裂, CDM 定义相应的多重数量度 λ 是

$$\lambda \equiv \Delta y = \ln \left(\frac{s_{12}}{\Lambda^2} \right) + \ln \left(\frac{s_{23}}{\Lambda^2} \right) = \ln \left(\frac{s}{\Lambda^2} \right) + \ln \left(\frac{p_T^2}{\Lambda^2} \right) \quad (4)$$

可见每辐射一个胶子, 相空间的增加导致强子多重数的升高. 这种方法同样可以处理 $q\bar{q}$

图 1 高能 $q\bar{q}$ 系统辐射胶子的相空间区域

- (a) 辐射第一个胶子的相空间是 (y, κ) 平面上的三角形, $y = \ln(\kappa^2 / \Lambda^2)$, $L = (s / \Lambda^2)$;
 (b) 在 (y_1, κ_1) 处辐射第二个软胶子的相空间区域;
 (c) 多胶子辐射的相空间区域为多重折面.

辐射 $n-2$ 个胶子的多色偶极子组成色偶极子链情况, 用“1”标记色偶极子链上的夸克 q , “ n ”标记反夸克 \bar{q} , 则总的多重数量度是

$$\lambda = \Delta y = \sum_{j=1}^{n-1} \ln\left(\frac{s_{jj+1}}{\Lambda^2}\right) = \ln\left(\frac{s}{\Lambda^2}\right) + \sum_{j=1}^{n-1} \ln\left(\frac{p_j^2}{\Lambda^2}\right) \quad (5)$$

式中 s_{jj+1} 为色偶极子 j 的不变质量平方, 且 $s_{jj+1} = 2p_j \cdot p_{j+1}$, 而 p_j 是胶子 j 的四动量. 由 (5) 式可知显然多重数量度就是图 1(c) 多重折面底边的长度. 对于给定能量 \sqrt{s} , 也即给定 $L = \ln\left(\frac{s}{\Lambda^2}\right)$ 的初始色偶极子, 由色偶极子级联产生的色偶极子链的平均多重数量度 $\bar{\lambda}(L)$ 及平均劈裂的色偶极子数 $\bar{N}_d(L)$ 是

$$\bar{\lambda}(L) = 2\sqrt{LL_0} \{K_1(2\sqrt{\alpha_0 L_0}) I_1(2\sqrt{\alpha_0 L}) - I_1(2\sqrt{\alpha_0 L_0}) K_1(2\sqrt{\alpha_0 L})\} \quad (6)$$

$$\bar{N}_d(L) = 2\sqrt{\alpha_0 L} \{K_0(2\sqrt{\alpha_0 \kappa_c}) I_1(2\sqrt{\alpha_0 L}) - I_0(2\sqrt{\alpha_0 \kappa_c}) K_1(2\sqrt{\alpha_0 L})\} \quad (7)$$

式中 $L_0 = \ln\left(\frac{s_0}{\Lambda^2}\right)$, $\sqrt{s_0}$ 是色偶极子的最小不变质量; $\kappa_c = \ln\left(\frac{p_{T, \text{cut}}^2}{\Lambda^2}\right)$, I_0, I_1 , 以及 K_0, K_1 分别是贝塞耳函数.

3 重夸克事例多重数量度及多重数差别

以上给出了 $q\bar{q}$ 轻色偶极子的平均多重数量度与平均色偶极子数. 进而研究 $e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q}$ 重夸克事例. 由电弱作用产生的重夸克 Q 与反夸克 \bar{Q} 形成重色偶极子, 由于此时重夸克质量不能忽略, 它辐射胶子的相空间会受到抑制. 用 E_Q 表示重夸克的能量, 存在运动学关系

$$E_Q \approx \sqrt{K_{QT}^2 + M_Q^2} \cdot e^{y_Q} < \sqrt{s} \quad (8)$$

式中 K_{QT}, y_Q 分别是重夸克的横动量与快度 (其辐射胶子的横动量与快度是 K_T, y)。上式取对数给出关系

$$\kappa_Q = \ln \frac{K_{QT}^2}{\Lambda^2} < \ln \frac{se^{-2|y_Q|} - M_Q^2}{\Lambda^2} \quad (9)$$

在软胶子近似下有关系 $|y| < |y_Q|$, 以及 $K_T = K_{QT}$, 则 $Q\bar{Q}$ 色偶极子辐射胶子的相空间由下式给出

$$\kappa = \ln \frac{K_T^2}{\Lambda^2} < \ln \frac{se^{-2|y_Q|} - M_Q^2}{\Lambda^2} < \ln \frac{se^{-2|y|} - M_Q^2}{\Lambda^2} \quad (10)$$

即

$$\kappa < \ln \frac{se^{-2|y|} - M_Q^2}{\Lambda^2} \quad (11)$$

如图 2 所示, 上式所确定相空间区域就是由坐标轴与曲线 CD 所包围的区域, 记为区域 II, 曲线 CD 的方程是

$$\kappa = \ln \frac{se^{-2|y|} - M_Q^2}{\Lambda^2} \quad (12)$$

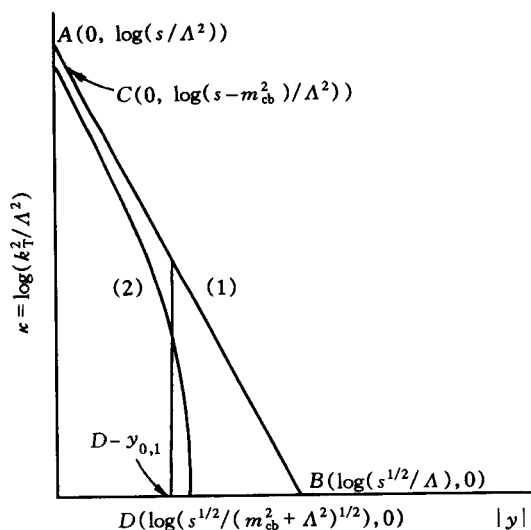


图 2 高能 $Q\bar{Q}$ 色偶极子辐射第一个胶子的相空间

$$(1) \kappa = \log(s/\Lambda^2) - 2|y| \quad (2) \kappa = \log((se^{-2|y|} - m_{cb}^2)/\Lambda^2).$$

在图 2 中由坐标轴与直线 AB 包围的三角形区域就是轻色偶极子辐射第一个胶子的相空间区域, 记为区域 I, $q\bar{q}$ 轻色偶极子事例 (区域 I) 的 $\bar{\lambda}$ 和 \bar{N} 与 $Q\bar{Q}$ 重色偶极子事例 (区域 II) 的 $\bar{\lambda}$ 和 \bar{N} 的差别相当于在区域 I-II 辐射一个胶子的贡献 (这个区域就是由曲线 CD ,

直线 AB 以及两个坐标轴所包围的曲边四边形区域). 因此重夸克事例的伴随粒子(即非领头粒子)多重数是

$$\Delta N(Q\bar{Q}; W, \text{region II}) = N(q\bar{q}; W, \text{region I}) - N(q\bar{q}; W, \text{region I} - \text{II}).$$

所以重夸克与轻夸克事例多重数的差别是

$$\delta_{Qq} = N(Q\bar{Q}; \sqrt{s}) - N(q\bar{q}; \sqrt{s}) = \bar{n}_Q^{\text{dk}} - N(q\bar{q}; \sqrt{s}, \text{region I} - \text{II})$$

事实上在区间 $\text{I} - \text{II}$ 的点 (y_1, κ_1) 处辐射第一个胶子后, 再次辐射软胶子增加的相空间是在点 (y_1, κ_1) 处的折叠三角形, 计及所有折叠与次级折叠三角形, 引起多重数量度的增加对应一个独立色偶极子的 $\bar{\lambda}(L = \kappa_1)$, 这样区域 I 与区域 II $\bar{\lambda}, \bar{N}_d$ 的差别是

$$\Delta \bar{\lambda} = \alpha_0 \left[\int_0^D dy \int_{\kappa_2(y)}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \cdot \bar{\lambda}(\kappa) / (\kappa) + \int_D^B dy \int_{\kappa_c}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \cdot \bar{\lambda}(\kappa) / \kappa \right] \quad (13)$$

$$\Delta \bar{N}_d = \alpha_0 \left[\int_0^D dy \int_{\kappa_2(y)}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \cdot \bar{N}_d(\kappa) / (\kappa) + \int_D^B dy \int_{\kappa_c}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \cdot \bar{N}_d(\kappa) / \kappa \right] \quad (14)$$

利用关系

$$\frac{N_c \alpha_0}{2\pi} = \alpha_0 / \kappa, (\alpha_0 = 16 / (33 - 6N_f / N_c)),$$

注意到上两式中 $\kappa_{\text{max}} = L$, 积分的上限 $\kappa_1(y) = L - 2|y|$ 为直线 AB 的方程, 积分下限 $\kappa_2(y) = \ln[(\text{se}^{-2|y|} - m_{\text{cb}}^2) / \Lambda^2]$ 是曲线 CD 的方程. 不辐射胶子的几率为

$$P_{\text{no-emission}}(L, \kappa) = \exp\left(-\alpha_0 \int_{\kappa}^L d\kappa' \cdot \frac{1}{\kappa'} \int_{y_{\text{min}}(\kappa')}^{y_{\text{max}}(\kappa')} dy'\right) = \exp\left(-\alpha_0 (L \ln \frac{L}{\kappa} + \kappa - L)\right)$$

把式子(6)与(7)式代入上面(13)与(14)中, 进而把 $\Delta \bar{\lambda}, \Delta \bar{N}_d$ 的表示为

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\lambda} &\sim \int_0^D dy \int_{\kappa_2(y)}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \bar{\lambda}(\kappa) / \kappa + \\ &\int_D^B dy \int_{\kappa_c}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \bar{\lambda}(\kappa) / \kappa = \\ &\int_{D-\gamma_0}^B dy \int_{\kappa_c}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\text{max}}, \kappa) \bar{\lambda}(\kappa) / \kappa \end{aligned} \quad (15)$$

以及

$$\begin{aligned} \Delta \bar{N}_d &\sim \int_0^D dy \int_{\kappa_2(y)}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\max}, \kappa) \bar{N}_d(\kappa) / \kappa + \\ &\int_D^B dy \int_{\kappa_{c2}}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\max}, \kappa) \bar{N}_d(\kappa) / \kappa = \\ &\int_{D-y_1}^B dy \int_{\kappa_c}^{\kappa_1(y)} d\kappa \cdot P_{\text{no-emission}}(\kappa_{\max}, \kappa) \bar{N}_d(\kappa) / \kappa \end{aligned} \quad (16)$$

以上两式等式右边积分区域是由直线 $\kappa_1(y) = L - 2|y|$, $|y| = D - y_{0,1}$ 以及坐标轴 y 围成的三角形区域, 定义

$$\frac{1}{2} L' = \ln(\sqrt{s'} / \Lambda) \equiv \ln(\sqrt{s} / \Lambda) - (D - y_{0,1}) \sim \ln[e^{y_{0,1}} M_Q / \Lambda]$$

这个区域就是具有不变质量 $\sqrt{s'} = e^{y_{0,1}} M_Q$ 的初始重夸克色偶极子辐射胶子的相空间. 因此一个初始重夸克色偶极子贡献的平均多重数及平均色偶极子数是

$$\begin{aligned} N(Q\bar{Q}; \sqrt{s}) &= \bar{n}_Q^{\text{dk}} + N(q\bar{q}; \sqrt{s}) - N(q\bar{q}; e^{y_0} M_Q), \\ N_d(Q\bar{Q}; \sqrt{s}) &= N_d(q\bar{q}; \sqrt{s}) - N_d(q\bar{q}; e^{y_1} M_Q). \end{aligned} \quad (17)$$

由此给出多重数差别是

$$\delta_{Qq} = \bar{n}_Q^{\text{dk}} - N(q\bar{q}; e^{y_0} M_Q) \quad (18)$$

另外由图 2 知, 显然区域 I-II 大于由 y 轴、 AB 直线, 以及过 D 点 y 轴垂线围成的三角形区域 (记为区域 III). 因为存在关系 $\ln \frac{\sqrt{s}}{\Lambda} = L = |BD| \sim \ln \frac{M_Q}{\Lambda}$, 所以区域 III 是一个不变质量为 $\sqrt{s} = M_Q$ 的色偶极子辐射胶子的相空间范围, 而且有

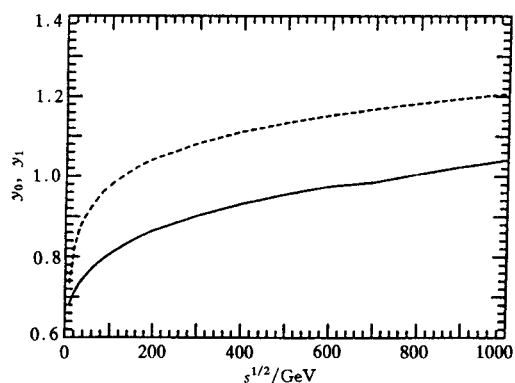
$$N(q\bar{q}; W, \text{region I-II}) > N(q\bar{q}; W, \text{region III}) = N(q\bar{q}; M_Q),$$

所以重夸克与轻夸克事例多重数差别 $\delta_{Qq} = N(Q\bar{Q}; \sqrt{s}) - N(q\bar{q}; \sqrt{s}) < \bar{n}_Q^{\text{dk}} - N(q\bar{q}; M_Q)$.

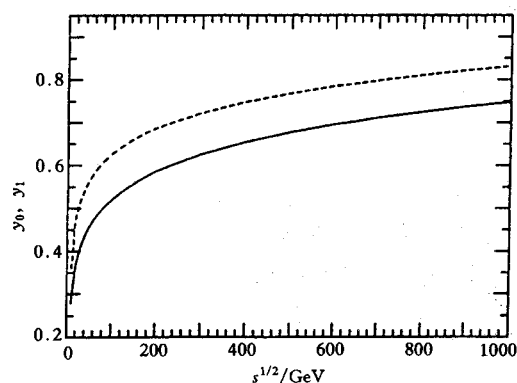
4 小结与讨论

我们得到的重、轻夸克多重数差别 (18) 式与 PQCD 的预言 (1) 式具有完全相同的形式. 在图 3 与图 4 中分别画出了 c 夸克与 b 夸克事例中 y_0, y_1 随能量的变化. 可以看出 y_0, y_1 随能量非常缓慢的升高, 在极限能量趋于饱和. 注意到 (18) 式中由于 $e^{y_0} \sim \sqrt{e}$, 所以 y_0, y_1 的值非常接近文献 [2, 3] 的结果, 这揭示了纵向相空间机制的特点.

用文献 [5] 给出的 \bar{n}_{uds} 与能量的关系计算出 $N(q\bar{q}; e^{y_0} M_Q)$, 并取实验提供的 $\bar{n}_c^{\text{dk}} = 5.2 \pm 0.3$, $\bar{n}_b^{\text{dk}} = 11.0 \pm 0.2$, 在图 5 与图 6 中分别给出重夸克 c, b 与轻夸克 q 强子事例多重数差别 δ_{cq}, δ_{bq} 的预言与实验 [5] 符合得很好. 但与文献 [2, 3] 的预言的 δ_{cq}, δ_{bq} 与能量无关的

图3 c夸克事例的 y_0, y_1 随能量变化关系

----- y_1 ; ——— y_0 .

图4 b夸克事例的 y_0, y_1 随能量变化关系

----- y_1 ; ——— y_0 .

常数稍有差别.

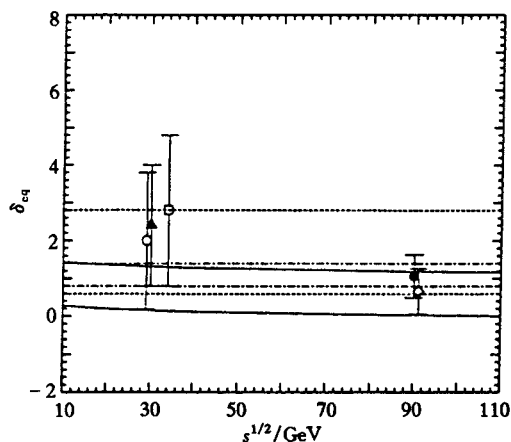


图5 我们预言的c夸克与轻夸克多重数差别

δ_{cq} 与实验[5]的比较

实线为本文结果,虚线及点线分别是文献[3]与[2]的 PQCD预言.

○ MARKII; ▲ TPC; □ TASSO; ● SLD; ◇ OPAL.

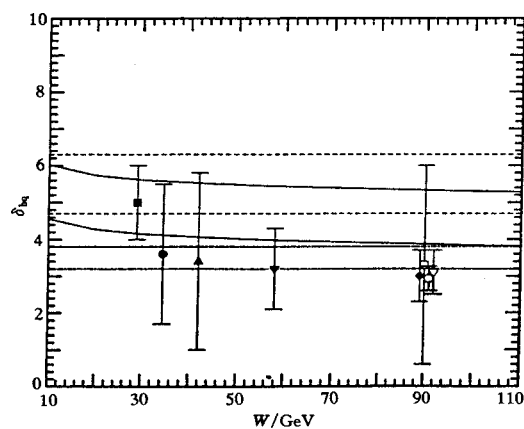


图6 我们预言的b夸克与轻夸克多重数差别

δ_{bq} 与实验[5]的比较

实线为本文结果,虚线及点线分别是文献[3]与[2]的 PQCD预言.

■ DELCO. MARKII. TPC; ●▲ TASSO; ▼ TOPAZ; ◆ OPAL; □ MARKII; ○ SLD; ▽ DELPHI.

另外在计算中,仅考虑了第一个胶子的辐射贡献,由于色偶极子级联辐射的 P_T 排序,次级辐射受到强烈抑制,辐射第一个胶子的贡献占主要地位,我们的 Monte-Carlon 模拟说明了这一点.

参 考 文 献

- [1] Rowson P C, Trilling G H, Abrams G S et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 54(24):2580—2583; Kisselev A V, Petrov V A, Yushchenko O P. Z. Phys., 1988, C41(3):521—525
- [2] Schumm B A, Dokshitzer Y L, Khoze V A. Phys. Rev. Lett., 1992, 69(21):3025—3028

- [3] Petrov V A, Kisselev A V. *Z. Phys.*, 1995, **C66**(2):453—457
- [4] Gustafson G. *Phys. Lett.*, 1986, **B175**(4):453—456; Gustafson G. *Nucl. Phys.*, 1993, **B392**(1):251—278; Andersson B, Dahqvist P, Gustafson G. *Phys. Lett.*, 1988, **B214**(4):604—608; Gustafson G, Petterson U. *Nucl. Phys.*, 1988, **B306**(4):746—758
- [5] SLD Collab., Abe K, Abt I et al. *Phys. Lett.*, 1996, **B386**(2):475—485

Multiplicity Difference Between Heavy Quark events and Light Quark One*

Liu Ximing Wang Qun Xie Qubing

(*Physics Department of Shandong University, Jinan 250100*)

Abstract The particle multiplicity difference between heavy quark hadronic events and light quark ones is calculated by color dipole model. The results agree well with experiments. The comparison of the results with PQCD model and naive model is presented.

Key words color dipole, measure of multiplicity, multiplicity difference