

# “全同”超形变核转动带的量子群 $U_{qp}(u_2)$ 模型的理论分析

张新明

周焕强

(曲靖师范高等专科学校物理系 云南 655000) (重庆大学应用物理系 四川 630044)

贺劲松

(渝州大学物理系 重庆 630033)

**摘要** 利用量子群  $U_{qp}(u_2)$  模型计算了  $^{191-192-193-194}\text{Hg}$  超形变 (SD) 带的  $\gamma$  跃迁能  $E_\gamma$ , 运动学转动惯量  $J^{(1)}$  和动力学转动惯量  $J^{(2)}$ , 顺排角动量之差 ( $i = \omega(J^{(1)}(^{191-193-194}\text{Hg}) - J^{(1)}(^{192}\text{Hg}))$ ), 并与实验值进行比较得到了满意的结果. 此外, 还利用  $U_{qp}(u_2)$  模型的形变参量与核软度的关系式, 计算出各 SD 带的核软度参数  $\sigma_1$  与唯象分析给出的组态结构进行了比较分析.

**关键词** 全同超形变转动带 转动惯量 核软度参数  $U_{qp}(u_2)$  模型

## 1 引言

近年来, 在某些相邻核中发现“全同”超形变 (SD) 转动带, 引起了科学家们的极大兴趣. Stephens 等认为<sup>[1,2]</sup>, 此现象唯一可能的解释是引进赝自旋对称性, 这引起了很多争论. 曾谨言等人<sup>[3]</sup>, 根据 Bohr Hamilton 量在适当位势和非对称度不太大的假设下, 考虑了位势中高幂项的一级修正导出的 abc 公式, 对“全同”SD 带的计算给出了一个可靠的唯象分析解释. 文献 [4] 利用三轴粒子转子模型, 对  $^{193}\text{Tl}$  超形变带的计算得到了比较满意的结果. 同时, 也有许多文献 [5—7] 建议采用量子群理论模型来描述核转动谱. 文献 [8] 利用 Kibler 等人<sup>[9]</sup> 提出的双参数量子群  $U_{qp}(u_2)$  理论模型, 系统地研究了铜系、稀土偶偶核的基带转动谱, 结果表明,  $U_{qp}(u_2)$  模型的转动能谱计算值与实验值符合得较好, 明显优于单参数  $SU_q(z)$  模型. Barbier 等人<sup>[10]</sup> 用  $U_{qp}(u_2)$  模型, 计算了超形变核  $^{192-194}\text{Hg}$ 、 $^{192-194-196-198}\text{Pb}$  的  $E_\gamma$  谱, 与实验比较相对误差小于 0.1%. 本文进一步用  $U_{qp}(u_2)$  模型, 系统计算了“全同”SD 带  $^{192}\text{Hg}$ 、 $^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$ 、 $^{191}\text{Hg}(2, 3)$  和  $^{193}\text{Hg}(2, 3)$  的  $E_\gamma$  谱, 并由能谱公式, 按文献 [3] 的方法提取运动学转动惯量  $J^{(1)}$  和动力学转动惯量  $J^{(2)}$ , 作出各 SD 带的  $\hbar\omega \sim$  转动惯量变化图、 $\hbar\omega \sim$  顺排角动量之差的变化图, 理论曲线与实验相符, 与文献 [3] 唯象分析计算的结果一致. 而

且还计算了各形变核的软度参数,与文献 [3]指定的组态结构进行了分析比较.

## 2 理论计算

如文献 [8—10]所述, Kibler 等人考虑非半单纯李代数  $u_2$ , 导出李代数  $u_2$  的双参数形变  $U_{qp}(u_2)$  模型的  $qp$  转子能谱公式为:

表1  $^{192}\text{Hg}$ 与 $^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$ SD带的 $E_\gamma$ 谱计算值与实验值的比较

| $I$                                 | $^{192}\text{Hg}, \alpha=0$         |                       | $^{194}\text{Hg}(1), \alpha=0$      |                       | $^{194}\text{Hg}(2), \alpha=0$      |                       | $^{194}\text{Hg}(3), \alpha=1$        |                       |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------|-----------------------|
|                                     | $E_\gamma(I)$<br>实验 <sup>[12]</sup> | 计算                    | $E_\gamma(I)$<br>实验 <sup>[13]</sup> | 计算                    | $E_\gamma(I)$<br>实验 <sup>[14]</sup> | 计算                    | $E_\gamma(I+1)$<br>实验 <sup>[14]</sup> | 计算                    |
| 2                                   |                                     | 35.5                  |                                     | 35.0                  |                                     | 32.8                  |                                       | 54.4                  |
| 4                                   |                                     | 82.0                  |                                     | 80.8                  |                                     | 76.1                  |                                       | 97.3                  |
| 6                                   |                                     | 127.5                 |                                     | 125.9                 |                                     | 118.9                 |                                       | 139.7                 |
| 8                                   |                                     | 172.1                 |                                     | 170.0                 |                                     | 161.2                 |                                       | 181.6                 |
| 10                                  | 214.6                               | 215.8                 |                                     | 213.3                 | 201.3                               | 202.9                 |                                       | 222.9                 |
| 12                                  | 257.7                               | 258.5                 | 254.3                               | 255.7                 | 242.7                               | 244.0                 | 262.3                                 | 263.5                 |
| 14                                  | 299.9                               | 300.2                 | 296.2                               | 297.2                 | 283.3                               | 284.5                 | 302.5                                 | 303.6                 |
| 16                                  | 341.4                               | 341.1                 | 337.7                               | 337.8                 | 323.8                               | 324.4                 | 342.8                                 | 343.1                 |
| 18                                  | 381.6                               | 381.1                 | 377.8                               | 377.5                 | 363.7                               | 363.6                 | 382.1                                 | 381.9                 |
| 20                                  | 420.8                               | 420.1                 | 417.1                               | 416.4                 | 402.1                               | 402.2                 | 420.4                                 | 420.1                 |
| 22                                  | 459.1                               | 458.3                 | 455.2                               | 454.3                 | 440.7                               | 440.1                 | 458.3                                 | 457.6                 |
| 24                                  | 496.3                               | 495.5                 | 492.3                               | 491.4                 | 477.7                               | 477.3                 | 494.6                                 | 494.4                 |
| 26                                  | 532.4                               | 531.9                 | 528.3                               | 527.5                 | 514.3                               | 513.8                 | 531.6                                 | 530.6                 |
| 28                                  | 567.9                               | 567.5                 | 563.6                               | 562.8                 | 550.3                               | 549.6                 | 566.4                                 | 566.0                 |
| 30                                  | 602.3                               | 602.2                 | 597.3                               | 597.1                 | 585.2                               | 584.6                 | 600.9                                 | 600.7                 |
| 32                                  | 635.8                               | 636.0                 | 630.5                               | 630.6                 | 619.3                               | 618.8                 | 635.1                                 | 634.7                 |
| 34                                  | 668.6                               | 669.0                 | 662.4                               | 663.2                 | 652.2                               | 652.3                 | 668                                   | 668.0                 |
| 36                                  | 700.6                               | 701.2                 | 693.8                               | 694.8                 | 684.5                               | 684.9                 | 700.4                                 | 700.5                 |
| 38                                  | 732.1                               | 732.6                 | 725.4                               | 725.6                 | 716.7                               | 716.8                 | 732.2                                 | 732.2                 |
| 40                                  | 762.8                               | 763.1                 | 754.6                               | 755.5                 | 747.6                               | 747.8                 | 762.7                                 | 763.2                 |
| 42                                  | 793.4                               | 792.9                 | 783.9                               | 784.5                 | 777.7                               | 778.0                 | 793                                   | 793.3                 |
| 44                                  |                                     | 821.8                 | 812.9                               | 812.6                 | 807                                 | 807.4                 |                                       | 822.7                 |
| 46                                  |                                     | 850.0                 | 841                                 | 839.8                 |                                     | 835.9                 |                                       | 851.3                 |
| 48                                  |                                     | 877.4                 |                                     | 866.1                 |                                     | 863.5                 |                                       | 879.1                 |
| $J^{(0)}/(\hbar^2 \text{MeV}^{-1})$ |                                     | 0.0841                |                                     | 0.08542               |                                     | 0.0912                |                                       | 0.09141               |
| $J_0/(\hbar^2 \text{MeV}^{-1})$     |                                     | 0.083956              |                                     | 0.0852892             |                                     | 0.0911166             |                                       | 0.091323              |
| $\beta$                             |                                     | 0.00288               |                                     | 0.004792              |                                     | 0.00622               |                                       | 0.005703              |
| $\gamma$                            |                                     | 126.5°                |                                     | 108.6°                |                                     | 98.4°                 |                                       | 99.55°                |
| 方差 $\sigma/\text{keV}$              |                                     | 0.584                 |                                     | 0.778                 |                                     | 0.685                 |                                       | 0.573                 |
| 软度系数 $\sigma_1$                     |                                     | $3.57 \times 10^{-6}$ |                                     | $1.38 \times 10^{-5}$ |                                     | $2.52 \times 10^{-5}$ |                                       | $2.11 \times 10^{-5}$ |
| 软度系数 $\sigma_2$                     |                                     | $1.92 \times 10^{-4}$ |                                     | $1.62 \times 10^{-4}$ |                                     | $9.93 \times 10^{-5}$ |                                       | $9.82 \times 10^{-5}$ |

表2 “全同”带 $^{191}\text{Hg}(2,3)$ ,  $^{193}\text{Hg}(2,3)$ 与 $^{194}\text{Hg}(2,3)$ 的 $E_\gamma$ 谱计算值与实验值比较

| $I$                                       | $E_\gamma(I+1/2), \alpha=1/2$ |                      |                      |                       | $E_\gamma(I), \alpha=0$ |                       | $E_\gamma(I-1/2), \alpha=-1/2$ |                       |                      |                       | $E_\gamma(I+1), \alpha=1$ |                       |
|---|-------------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|
|   | $^{191}\text{Hg}(2)$          |                      | $^{193}\text{Hg}(2)$ |                       | $^{194}\text{Hg}(2)$    |                       | $^{191}\text{Hg}(3)$           |                       | $^{193}\text{Hg}(3)$ |                       | $^{194}\text{Hg}(3)$      |                       |
|   | 实验 <sup>[15]</sup>            | 计算                   | 实验 <sup>[14]</sup>   | 计算                    | 实验 <sup>[14]</sup>      | 计算                    | 实验 <sup>[15]</sup>             | 计算                    | 实验 <sup>[14]</sup>   | 计算                    | 实验 <sup>[14]</sup>        | 计算                    |
| 2   |                               | 43.3                 |                      | 43.6                  |                         | 32.8                  |                                | 21.9                  |                      | 21.9                  |                           | 54.4                  |
| 4   |                               | 86.2                 |                      | 86.8                  |                         | 76.1                  |                                | 65.2                  |                      | 65.4                  |                           | 97.3                  |
| 6   |                               | 128.6                |                      | 129.4                 |                         | 118.9                 |                                | 108.1                 |                      | 108.4                 |                           | 139.7                 |
| 8   |                               | 170.6                |                      | 171.6                 |                         | 161.2                 |                                | 150.3                 |                      | 150.7                 |                           | 181.6                 |
| 10  |                               | 212.1                |                      | 213.2                 | 201.3                   | 202.9                 |                                | 192.0                 |                      | 192.5                 |                           | 222.9                 |
| 12  | 252.4                         | 253.1                | 254.3                | 254.3                 | 242.7                   | 244.0                 |                                | 233.2                 | 233.7                | 233.7                 | 262.3                     | 263.5                 |
| 14  | 292.7                         | 293.6                | 294.9                | 294.8                 | 283.3                   | 284.5                 | 272                            | 273.7                 | 274.6                | 274.3                 | 302.5                     | 303.6                 |
| 16  | 333.1                         | 333.6                | 334.2                | 334.6                 | 323.8                   | 324.4                 | 313.1                          | 313.6                 | 314.7                | 314.3                 | 342.8                     | 343.1                 |
| 18  | 372.7                         | 373.0                | 374.2                | 373.9                 | 363.7                   | 363.6                 | 352.5                          | 352.9                 | 353.5                | 353.7                 | 382.1                     | 381.9                 |
| 20  | 411.8                         | 411.9                | 412.9                | 412.4                 | 402.1                   | 402.2                 | 391.5                          | 391.5                 | 392.7                | 392.4                 | 420.4                     | 420.1                 |
| 22  | 450.3                         | 450.1                | 451                  | 450.3                 | 440.7                   | 440.1                 | 429.7                          | 429.5                 | 431.5                | 430.5                 | 458.3                     | 457.6                 |
| 24  | 488.1                         | 487.8                | 488.1                | 487.5                 | 477.7                   | 477.3                 | 467.1                          | 466.8                 | 468.7                | 468.0                 | 494.6                     | 494.4                 |
| 26  | 525.2                         | 524.8                | 524.9                | 523.9                 | 514.3                   | 513.8                 | 503.9                          | 503.5                 | 504.7                | 504.8                 | 531.6                     | 530.6                 |
| 28  | 561.6                         | 561.2                | 559.9                | 559.6                 | 550.3                   | 549.6                 | 539.7                          | 539.4                 | 540.7                | 540.9                 | 566.4                     | 566.0                 |
| 30  | 597.2                         | 596.9                | 595                  | 594.6                 | 585.2                   | 584.6                 | 575                            | 574.7                 | 575.4                | 576.3                 | 600.9                     | 600.7                 |
| 32  | 632.1                         | 631.9                | 628.6                | 628.7                 | 619.3                   | 618.8                 | 609.5                          | 609.2                 | 611                  | 611.1                 | 635.1                     | 634.7                 |
| 34  | 666.2                         | 666.3                | 661.6                | 662.1                 | 652.2                   | 652.3                 | 642.7                          | 643.1                 | 645                  | 645.2                 | 668.0                     | 668.0                 |
| 36  | 699.9                         | 700.0                | 694.5                | 694.6                 | 684.5                   | 684.9                 | 676.1                          | 676.2                 |                      | 678.6                 | 700.4                     | 700.5                 |
| 38  | 732.7                         | 732.9                | 726.3                | 726.3                 | 716.7                   | 716.8                 | 708.5                          | 708.6                 |                      | 711.3                 | 732.2                     | 732.2                 |
| 40  | 765.2                         | 765.1                | 756.6                | 757.1                 | 747.6                   | 747.8                 | 740                            | 740.2                 |                      | 743.3                 | 762.7                     | 763.2                 |
| 42  | 796.5                         | 796.6                |                      | 787.0                 | 777.7                   | 778.0                 | 771.3                          | 771.1                 |                      | 774.5                 | 793.0                     | 793.3                 |
| 44  |                               | 827.3                |                      | 816.1                 | 807                     | 807.4                 | 800.5                          | 801.2                 |                      | 805.1                 |                           | 822.7                 |
| 46  |                               | 857.2                |                      | 844.2                 |                         | 835.9                 |                                | 830.5                 |                      | 834.9                 |                           | 851.3                 |
| 48  |                               | 886.4                |                      | 871.5                 |                         | 863.5                 |                                | 859.1                 |                      | 864.0                 |                           | 879.1                 |
| $J^{(0)}/(\hbar^2$<br>MeV <sup>-1</sup> ) |                               | 0.0921               |                      | 0.0914                |                         | 0.0912                |                                | 0.09131               |                      | 0.091                 |                           | 0.09141               |
| $J_0/(\hbar^2$<br>MeV <sup>-1</sup> )     |                               | 0.0920               |                      | 0.0913                |                         | 0.0911                |                                | 0.0911                |                      | 0.091                 |                           | 0.09132               |
| $\beta$                                   |                               | 0.00592              |                      | 0.00669               |                         | 0.00622               |                                | 0.005433              |                      | 0.00492               |                           | 0.005703              |
| $\gamma$                                  |                               | 97.3°                |                      | 97°                   |                         | 98.4°                 |                                | 100.4°                |                      | 102°                  |                           | 99.55°                |
| 方差<br>$\sigma/\text{keV}$                 |                               | 0.395                |                      | 0.453                 |                         | 0.685                 |                                | 0.526                 |                      | 0.481                 |                           | 0.573                 |
| 软度<br>系数 $\sigma_1$                       |                               | $2.3 \times 10^{-5}$ |                      | $2.94 \times 10^{-5}$ |                         | $2.52 \times 10^{-5}$ |                                | $1.9 \times 10^{-5}$  |                      | $1.54 \times 10^{-5}$ |                           | $2.11 \times 10^{-5}$ |
| 软度<br>系数 $\sigma_2$                       |                               | $6.2 \times 10^{-5}$ |                      | $1.08 \times 10^{-4}$ |                         | $9.93 \times 10^{-5}$ |                                | $1.72 \times 10^{-4}$ |                      | $1.37 \times 10^{-4}$ |                           | $9.82 \times 10^{-5}$ |

$$E(I) = \frac{1}{2J^{(0)}} e^{(2I-1)\beta \cos\gamma} \frac{\sin(I\beta \sin\gamma) \sin[(I+1)\beta \sin\gamma]}{\sin^2(\beta \sin\gamma)} + E_0, \quad (1)$$

式中,  $I$  是原子核角动量子数,  $\beta$  和  $\gamma$  是两个独立的实参量, 通过下式:

$$q = e^{\beta \cos\gamma} e^{i\beta \sin\gamma}, \quad p = e^{\beta \cos\gamma} e^{-i\beta \sin\gamma} \quad (2)$$

定义了参数  $q$  和  $p$ , 且满足  $q = p^*$ . 当  $\gamma = \pi/2$  (即  $p = q^{-1}$ ) 时, (1) 式退化为单参数  $SU_q(2)$  模型的转动谱公式. (1) 式中  $J^{(0)}$  是当  $q = 1, p = 1$  时的转动惯量,  $E_0$  为带首能.

利用 (1) 式分别对  $^{192}\text{Hg}$ 、 $^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$  SD 带的  $E_\gamma$  谱 ( $E_\gamma(I) \equiv E(I) - E(I-2)$ )、和  $^{191}\text{Hg}(2, 3)$ 、 $^{193}\text{Hg}(2, 3)$ 、 $^{194}\text{Hg}(2, 3)$  三对 Signature 对偶带的  $E_\gamma$  谱进行最小二乘法拟合的结果, 由表 1 和表 2 列出. 从表中可看出,  $E_\gamma$  谱的计算值与实验值符合得很好, 均方根偏差最大的是  $\sigma(^{194}\text{Hg}(1)) = 0.778\text{keV}$ , 最小的是  $\sigma(^{191}\text{Hg}(2)) = 0.395\text{keV}$ .

按推转壳模型原子核转动惯量的定义<sup>[11]</sup>:

$$J_I = \frac{\hbar \sqrt{I(I+1)}}{\omega}, \quad (3)$$

其中

$$\omega = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{d\sqrt{I(I+1)}}. \quad (4)$$

由 (1) 式可得:

$$\omega(I) = \frac{\beta \sqrt{I(I+1)} e^{(2I-1)\beta \cos\gamma}}{J^{(0)}(2I+1)\sin^2(\beta \sin\gamma)} \{ -\cos[(2I+1)\beta \sin\gamma + \gamma] + \cos\gamma \cos(\beta \sin\gamma) \}. \quad (5)$$

于是运动学转动惯量为:

$$J^{(1)} = J_0 \frac{(2I+1)\sin\gamma \sin(\beta \sin\gamma)}{e^{2I\beta \cos\gamma} \{ -\cos[(2I+1)\beta \sin\gamma + \gamma] + \cos\gamma \cos(\beta \sin\gamma) \}}, \quad (6)$$

式中  $J_0 = \frac{\hbar^2 \sin(\beta \sin\gamma)}{e^{-\beta \cos\gamma} \beta \sin\gamma}$   $J^{(0)}$  是基态 ( $I=0$ ) 转动惯量. 可见  $J_0$  与  $J^{(0)}$  相差一个由  $qp$  形变引起的减弱因子  $\frac{\hbar^2 \sin(\beta \sin\gamma)}{e^{-\beta \cos\gamma} \beta \sin\gamma} \leq 1$ .

根据可变惯量矩 (VMI) 模型的软度 (Softness) 参数定义式:

$$\sigma = \frac{1}{J_I} \left. \frac{dJ_I}{dI} \right|_{I=0}. \quad (7)$$

由 (6) 式得:

$$\begin{aligned} \sigma &= 2[1 - \beta \sin\gamma \cot(\beta \sin\gamma)] \\ &\approx \frac{2}{3} |\beta \sin\gamma|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

表 1 和表 2 中的  $\sigma_1$  即由上式计算.  $\sigma_2$  是按文献 [3] 的 abc 能谱公式提取的  $J^{(1)}$ , 由 (7) 式导出

$$\sigma = \frac{ab^2}{2(ab + 2c)}, \text{ 代入文献 [3] 的各 } a, b, c \text{ 参数计算所得.}$$

按照文献 [3] 的方法, 动力学转动惯量  $J^{(2)}$  由  $J^{(2)}(I) = \frac{\hbar^2}{d\omega / d\sqrt{I(I+1)}}$  提取, 利用

(5) 式可得:

$$J^{(2)} = J_0(2I+1)^3 \sin\gamma \sin(\beta \sin\gamma) / e^{2i\beta \cos\gamma} \{ (1 + 4I(I+1)(2I+1)\beta \cos\gamma) \\ (-\cos[(2I+1)\beta \sin\gamma + \gamma] + \cos\gamma \cos(\beta \sin\gamma)) + 4I(I+1)(2I+1) \\ \beta \sin\gamma \sin(2I+1)\beta \sin\gamma + \gamma \} . \quad (9)$$

由公式 (5)、(6)、(9), 代入表 1、2 中各 SD 带的参数, 可作出  $qp$  转子的各 SD 带转动惯量随角频率  $\omega$  变化的理论曲线, 如图 1—4 所示.

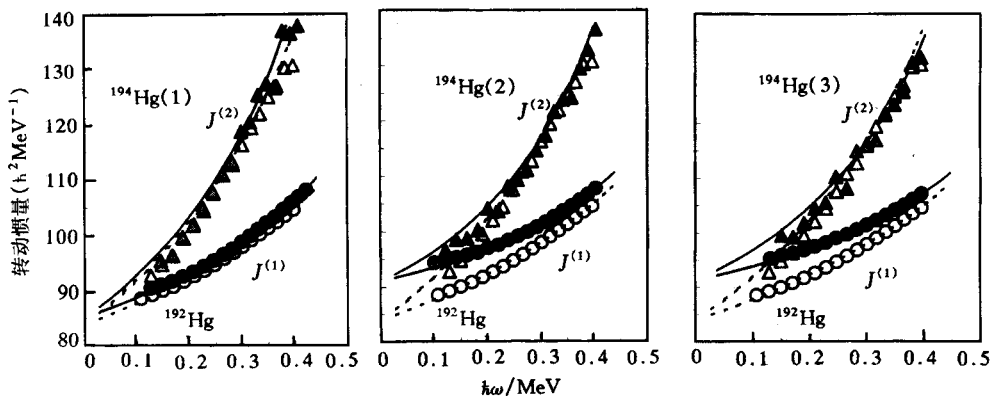


图 1  $^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$  和  $^{192}\text{Hg}$  SD 带的转动惯量随角频率  $\omega$  的变化  
理论曲线分别用实线 ( $^{194}\text{Hg}$ ) 和虚线 ( $^{192}\text{Hg}$ ) 表示. 由观测值提取的转动惯量:  $\blacktriangle$  表示  $^{194}\text{Hg}J^{(2)}$ ,  
 $\bullet$  表示  $^{194}\text{Hg}J^{(1)}$ ,  $\circ$  表示  $^{192}\text{Hg}J^{(1)}$ ,  $\triangle$  表示  $^{192}\text{Hg}J^{(2)}$ .

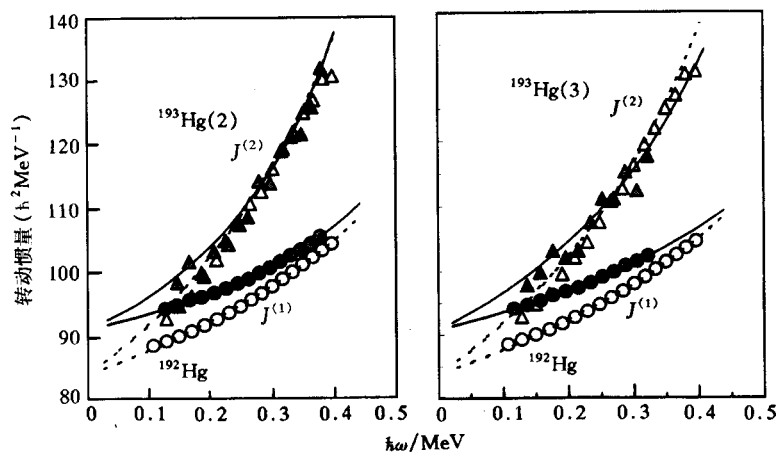


图 2  $^{193}\text{Hg}(2, 3)$  与  $^{192}\text{Hg}$  SD 带转动惯量的比较

说明参图 1.

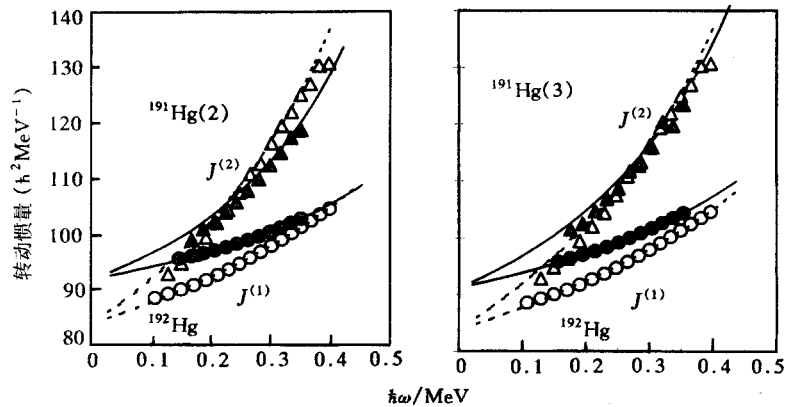


图3  $^{191}\text{Hg}(2,3)$ 与 $^{192}\text{Hg}$  SD带转动惯量的比较  
说明参图1.

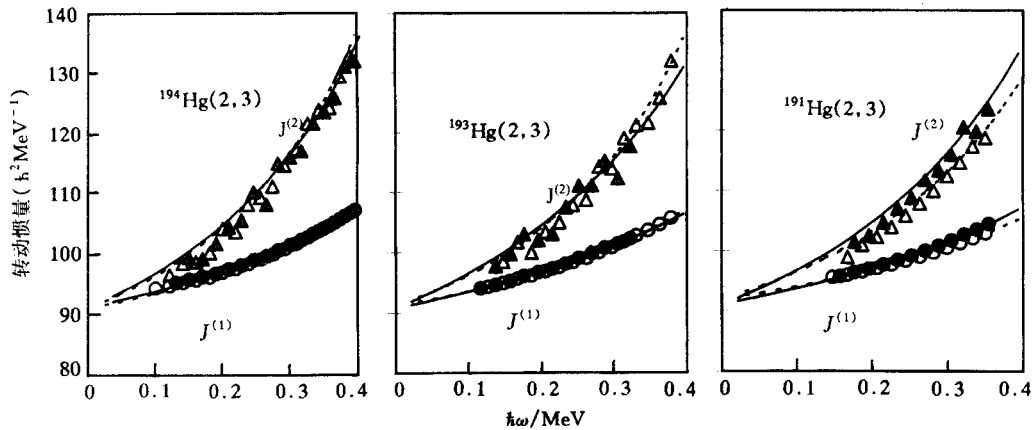


图4 三对 signature 对偶带 $^{194}\text{Hg}(2,3)$ 、 $^{193}\text{Hg}(2,3)$ 、 $^{191}\text{Hg}(2,3)$ 的转动惯量比较  
○、△分别表示 $^{194}\text{Hg}(2)$ 、 $^{193}\text{Hg}(2)$ 、 $^{191}\text{Hg}(2)$ 的 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ ；----表示它们的理论计算曲线；▲、●分别表示 $^{194}\text{Hg}(3)$ 、 $^{193}\text{Hg}(3)$ 、 $^{191}\text{Hg}(3)$ 的 $J^{(2)}$ 和 $J^{(1)}$ ；——表示它们的理论计算曲线。

图中各 SD 带的实验点,由表 1、2 中的实验值按文献 [3] 的公式:  $\omega = \frac{E_\gamma(I)}{2}$ ,  $J^{(1)}(I-1) = (2I-1)\hbar^2 / E_\gamma(I)$ ,  $\Delta E_\gamma(I) = E_\gamma(I+2) - E_\gamma(I) = 4\hbar^2 / J^{(2)}$  提取作图. 由图 1—3 可见,理论曲线均与实验点很好地相符. 与文献 [3] 一样地可观察到:“全同”SD 带的带首转动惯量  $J^{(0)}$  一般相差较大,  $J^{(2)}$  随角频率  $\omega$  的变化比  $J^{(1)}$  快得多; 不同带的转动惯量随  $\omega$  变化的快慢也不同,在一定的  $\omega$  范围 ( $\hbar\omega \sim 0.2-0.4\text{MeV}$ ) 内,表现为“全同”的两个 SD 带的  $J^{(2)}$  (因而  $E_\gamma$ ) 几乎相等,在此范围外则否. 由图 4 可看出: signature 对偶带的带首转动惯量非常接近;  $^{194}\text{Hg}(2,3)$  和  $^{193}\text{Hg}(2,3)$  的  $J^{(1)}$  和  $J^{(2)}$  都几乎没有 signature 分裂,而  $^{191}\text{Hg}(2,3)$  的 signature 分裂相对较大. 另外,在观测值范围 ( $\hbar\omega \sim 0.2-0.4\text{MeV}$ ) 之外的曲线,也与文献 [3] 的基本一致,只是带首转动惯量比文献 [3] 的约为下沉一些 (约  $3\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ ).

图 5 给出了  $^{194}\text{Hg}(1,2,3)$  与  $^{192}\text{Hg}$  的  $\delta E_\gamma (= E_\gamma(^{194}\text{Hg}) - E_\gamma(^{192}\text{Hg})) \sim I$  变化曲线,可看出,与实验值相符,与文献 [3] 的基本一致,只是在  $I > 42$  后,  $E_\gamma(I+1, ^{194}\text{Hg}(3)) >$

$E_\gamma(I, {}^{192}\text{Hg}), E_\gamma(I, {}^{194}\text{Hg}(2)) > E_\gamma(I, {}^{192}\text{Hg})$ , 这与文献 [3] 不同.

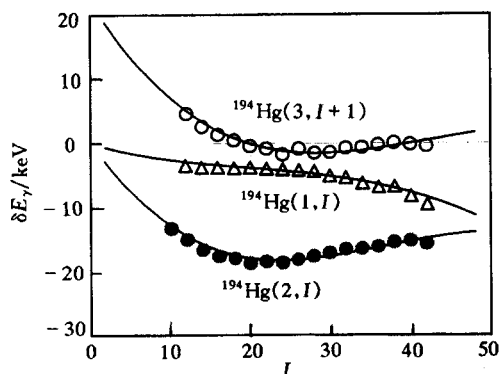


图5  $\delta E_\gamma = E_\gamma({}^{194}\text{Hg}) - E_\gamma({}^{192}\text{Hg}(I))$

$\Delta, \bullet, \circ$  分别表示  ${}^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$  的观测值;  
 ~~~~~ 表示它们的理论曲线.

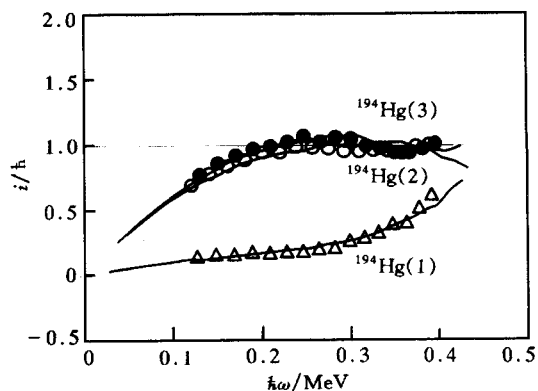


图6  ${}^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$  与  ${}^{192}\text{Hg}$  SD 带的顺排角动量之差

$\Delta, \circ, \bullet$  分别表示  ${}^{194}\text{Hg}(1), {}^{194}\text{Hg}(2)$  和  ${}^{194}\text{Hg}(3)$ ; ~~~~~  
 - - - - - 是相应的理论计算曲线.

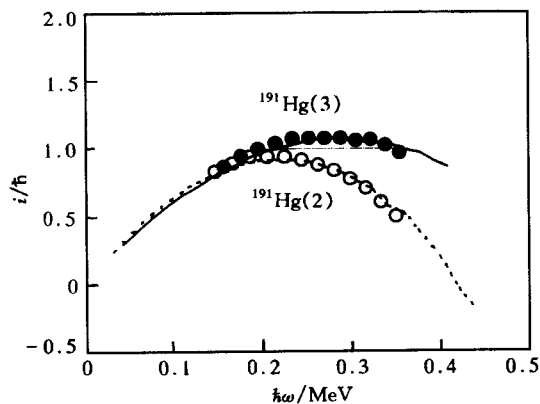


图7  ${}^{191}\text{Hg}(2, 3)$  的顺排角动量

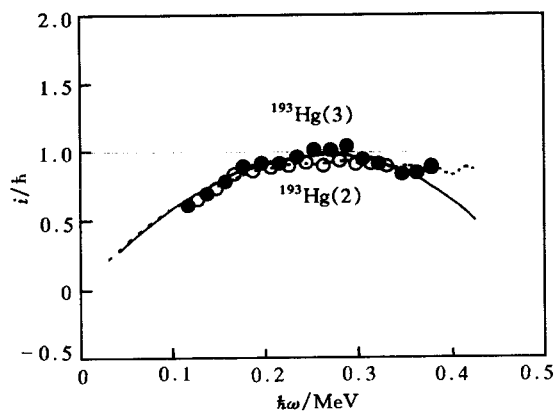


图8  ${}^{193}\text{Hg}(2, 3)$  的顺排角动量

$\circ$  表示  ${}^{193}\text{Hg}(2)$ ,  $\bullet$  表示  ${}^{193}\text{Hg}(3)$ , —, — 是相应的理论计算曲线.

图 6—图 8 分别给出了 $^{194}\text{Hg}(1, 2, 3)$ 、 $^{191}\text{Hg}(2, 3)$ 、 $^{193}\text{Hg}(2, 3)$ 与 $^{192}\text{Hg}$  SD 带的顺排角动量  $I_x(I_x = J^{(1)}\omega)$  之差  $i$  (如:  $i = I_x(\omega, ^{194}\text{Hg}(3)) - I_x(\omega, ^{192}\text{Hg})$ ) 随  $\hbar\omega$  的变化曲线. 可看出,  $^{194}\text{Hg}(2, 3)$ 、 $^{191}\text{Hg}(2, 3)$ 、 $^{193}\text{Hg}(2, 3)$  在  $\hbar\omega \sim 0.2-0.4\text{MeV}$  范围内, 顺排角动量之差近似是“量子化的 ( $i \approx 1$ ), 而当  $\hbar\omega < 0.2\text{MeV}$  和  $\hbar\omega > 0.4\text{MeV}$  时, 顺排角动量之差系统地偏离  $i = 1$ . 这与文献 [3] 结果一致.

### 3 结束语

实验上在某些相邻核中, 发现具有几乎相同的  $E_\gamma$  谱的“全同”SD 带后, Stephens 等认为<sup>[1,2]</sup>: “全同”的 SD 带的特征是它们具有相同的转动惯量, 但具有不同的顺排角动量, 顺排角动量之差是量子化的 ( $\hbar/2$  的整数倍). 对此, 本文用量子群  $U_{qp}(u_2)$  模型所作的系统计算和作图分析结果, 与之不完全一致, 而与文献 [3] 的可靠的唯象分析结果基本上完全一致. 而且, 用  $U_{qp}(u_2)$  模型的形式复杂的公式计算得出的结果与实验如此惊人地相符, 说明在超形变带的分析中, 双参数量子群  $U_{qp}(u_2)$  模型是一种可以采用的方法.

值得注意的是, 将文献 [3] 指定的组态结构与本文计算的软度参数  $\sigma_1$  作如下比较:

| Hg核各SD带              | 文献[3]指定的组态结构                                                    | $\alpha$ | $\sigma_1$            |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------|----------|-----------------------|
| $^{192}\text{Hg}$    | 高 $N$ 组态为 $\pi 6^4 v 7^4$                                       | 0        | $3.57 \times 10^{-6}$ |
| $^{194}\text{Hg}(1)$ | 高 $N$ 组态为 $\pi 6^4 v 7^4$                                       | 0        | $1.38 \times 10^{-5}$ |
| $^{194}\text{Hg}(2)$ | “ $^{192}\text{Hg}$ 核心” $\otimes [v624 9/2] \otimes [v512 5/2]$ | 0        | $2.52 \times 10^{-5}$ |
| $^{194}\text{Hg}(3)$ | “ $^{192}\text{Hg}$ 核心” $\otimes [v624 9/2] \otimes [v512 5/2]$ | 1        | $2.11 \times 10^{-5}$ |
| $^{193}\text{Hg}(2)$ | “ $^{192}\text{Hg}$ 核心” $\otimes [v624 9/2]$                    | 1/2      | $2.94 \times 10^{-5}$ |
| $^{193}\text{Hg}(3)$ | “ $^{192}\text{Hg}$ 核心” $\otimes [v624 9/2]$                    | -1/2     | $1.54 \times 10^{-5}$ |
| $^{191}\text{Hg}(2)$ | “ $^{192}\text{Hg}$ 核心” $\otimes [v624 3/2]$                    | 1/2      | $2.3 \times 10^{-5}$  |
| $^{191}\text{Hg}(3)$ | “ $^{192}\text{Hg}$ 核心” $\otimes [v624 3/2]$                    | -1/2     | $1.9 \times 10^{-5}$  |

发现,  $^{192}\text{Hg}$  的软度系数  $\sigma_1$  最小, 意味着  $^{192}\text{Hg}$  最“硬”, 这与文献 [3] 等将  $^{192}\text{Hg}$  视为转动核心是协调的.  $\sigma_1(^{194}\text{Hg}(2)) \approx \sigma_1(^{194}\text{Hg}(3)) > \sigma_1(^{194}\text{Hg}(1))$ , 这意味着,  $^{194}\text{Hg}(2, 3)$  的“软度”一样, 而且比  $^{194}\text{Hg}(1)$  “软”, 再结合图 4 显示  $^{194}\text{Hg}(2, 3)$  几乎没有 signature 分裂, 它们应具有相同的组态结构, 而  $^{194}\text{Hg}(1)$  的组态应与  $^{194}\text{Hg}(2, 3)$  不同.  $\sigma_1(^{193}\text{Hg}(2))$  与  $\sigma_1(^{193}\text{Hg}(3))$  差别很小, 图 4 显示也几乎没有 signature 分裂, 所以, 它们也应有相同的组态结构. 这与文献 [3] 的指定是协调的. 而  $^{191}\text{Hg}(2, 3)$  的软度参数差别虽然较小, 但图 4 显示的 signature 分裂却相对较大, 这意味着它们的组态结构相近而不相同.

总之, 本文的研究说明了  $U_{qp}(u_2)$  模型对超形变带的描述是有效的, 且进一步显示了形变参数  $\beta, \gamma$  的物理意义. 但  $U_{qp}(u_2)$  模型不能与 VMI 模型直接比较<sup>[8]</sup>, 这里的  $\sigma_1$  与 VMI 的软度参数也不能直接比较.

### 参 考 文 献

- [1] Stephens F S, Deleplanque M A, Draper J E et al. Phys. Rev. Lett., 1990, 64(22):2623—2626
- [2] Stephens F S. Nucl. Phys., 1990, A520:91C—104C
- [3] Zeng Jinyan, Lei Yian. Science in China (Series A)(in Chinese), 1993, 23(6):597—605



- (曾谨言, 雷奕安. 中国科学(A辑), 1993, **23**(6): 597—605)
- [4] Chen Xingqu, Xing Zheng. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1994, **18**(5): 448—453  
(陈星渠, 邢正. 高能物理与核物理, 1994, **18**(5): 448—453)
- [5] Raychev P P, Roussev R P, Smirnov Yu F. J. Phys. G, 1990, **62**(2): 131—160
- [6] Syurei Iwao. Prog. Theor. Phys., 1990, **83**: 363—367
- [7] Meng Jie, Wu Chongshi, Zeng Jinyan. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1992, **16**(1): 90—94  
(孟杰, 吴崇试, 曾谨言. 高能物理与核物理, 1992, **16**(1): 90—94)
- [8] Zhang Xinming, Zhou Huanqiang. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1996, **20**(2): 165—174  
(张新明, 周焕强. 高能物理与核物理, 1996, **20**(2): 165—174)
- [9] Kibler M. 1993 Symmetry and Structural Properties of Condensed Matter, In: Florek W, Lipinski D, Lulek T, ed. Singapore: World Scientific, 445
- [10] Barbier R, Meyer J, Kibler M. J. Phys., 1994, **G20**: L13—L19
- [11] Bengtsson R, Frauendorf S, Rossendorf DDR. Nucl. Phys., 1979, **A327** (1): 139—171
- [12] Becker J A, Roy N, Henry E A et al. Phys. Rev., 1990, **C41**: R9
- [13] Beausang C W, Henry E A, Becker J A et al. Z. Phys., 1990, **A335**: 325
- [14] Cullen D M, Riley M A, Alderson et al. Nucl. Phys., 1990, **A520**: 105C—113C
- [15] Carpenter M P, Janssens R V F, Cederwall B et al. Phys. Rev., 1995, **C51**(5): 2400—2405

## Theoretical Analysis of an $U_{qp}(u_2)$ Model for the Congruent Superdeformed Rotational Bands

Zhang Xinming

(Department of Physics, Qujing Teacher's College, Yunnan 655000)

Zhou Huanqiang

(Department of Applied Physics, Chongqing University, Chongqing 630044)

He Jinsong

(Department of Physics, Yuzhou University, Chongqing 630033)

**Abstract** Superdeformed rotational bands in  $^{191-192-193-194}\text{Hg}$  are analyzed by means of the  $U_{qp}(u_2)$  model. An overall and excellent agreement between the calculated and observed spectra  $E_\gamma$ , kinematic moment of inertia  $J^{(1)}$  and dynamic moment of inertia  $J^{(2)}$ , the aligned angular momentum ( $i = \omega (J^{(1)}(^{191-193-194}\text{Hg}) - J^{(1)}(^{192}\text{Hg}))$ ) is obtained. Further more, the nuclear softness in  $^{191-192-193-194}\text{Hg}$  are calculated by means of the  $U_{qp}(u_2)$  model and drawn into the nuclear configuration analysis.

**Key words** congruent superdeformed rotational band, moment of inertia, nuclear softness,  $U_{qp}(u_2)$  model