

# 高能重离子碰撞中有 QGP 形成时的 多 $\pi$ 关联信号 \*

张卫宁 霍雷 陈相君 刘亦铭

(哈尔滨工业大学理论物理教研室 哈尔滨 150001)

D. Keane H. Liu

(Department of Physics, Kent State University, Kent, Ohio 44242)

**摘要** 对高能重离子碰撞中有夸克-胶子等离子体(QGP)形成时的多粒子玻色-爱因斯坦关联进行了分析. 通过考查多 $\pi$ 关联平均强度随事件 $\pi$ 多重数的变化表明, 当有 QGP 产生时, 多 $\pi$ 关联平均强度在某一高多重数区域会有明显的上升; 这种信号能够敏感地检测在重离子碰撞中少数有 QGP 形成的高 $\pi$ 多重数事件.

**关键词** 高能重离子碰撞 多 $\pi$ 关联 夸克-胶子等离子体

## 1 引言

高能重离子碰撞的主要目的之一就是探测夸克-胶子等离子体(QGP). 在文献 [1, 2] 中, J. Kapusta, A. Vischer 和 R. Venugopalan 讨论了在 AGS 能量下, 重离子中心碰撞的图像, 以及形成 QGP 核的可能性. 他们认为, 在 AGS 能量下, 重离子中心碰撞有可能在少数事件中会形成夸克-胶子等离子体的种子核, 从而使核物质变为等离子体. 在均匀成核模型下, 这种事件的几率是千分之一到百分之一<sup>[1]</sup>. 在非均匀成核模型下, 这种事件的几率可提高 1—2 个数量级<sup>[2]</sup>. 由于 QGP 源产生的全同 $\pi$ 介子平均事件多重数大于强子气体源产生的全同 $\pi$ 介子平均事件多重数, 因而在末态全同 $\pi$ 介子多重数分布的高多重数区域会出现肩形的结构<sup>[2]</sup>. 本文研究了在重离子碰撞中当少数事件有 QGP 形成时的多 $\pi$ 关联信号. 基于文献 [1, 2] 的讨论, 假定在大多数事件中, 核物质始终处在强子气体状态; 只是在少数事件中, 核物质完全相变为 QGP, 后来在表面迅速强子化, 产生 $\pi$ 介子<sup>[3, 4]</sup>. 在这两种情况下,  $\pi$ 发射源的空间分布分别用高斯分布和球面分布来描述, 它们对时间的分布均取为高斯分布, 其寿命为 $\tau$ . 由于在一级相变下, 核物质在 QGP 相的密度远大于强子气体相的密度<sup>[1]</sup>, 因而两种情况下 $\pi$ 源的空间尺度不同. 在本文中, 称这两种 $\pi$ 源分别为强子

1998-02-24收稿

\* 国家自然科学基金资助

气体相  $\pi$  源和 QGP 相  $\pi$  源, 它们的半径分别取为  $R_G = 5.5\text{fm}$  和  $R_S = 3.0\text{fm}$ , 两种  $\pi$  源的温度  $T$  均取为  $150\text{MeV}$ .

## 2 多 $\pi$ 关联函数的计算

$m$  个全同  $\pi$  介子关联函数的定义为

$$C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m) = \frac{P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m)}{P(\mathbf{p}_1)P(\mathbf{p}_2)\cdots P(\mathbf{p}_m)}, \quad (1)$$

其中,  $P(\mathbf{p}_i)$  是单  $\pi$  谱分布,

$$P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m) = \int d^4 r_1 \int d^4 r_2 \cdots \int d^4 r_m |\psi(\{\mathbf{p}\}; \{r\})|^2 \times g(\mathbf{p}_1, r_1) g(\mathbf{p}_2, r_2) \cdots g(\mathbf{p}_m, r_m), \quad (2)$$

为事件中测量到  $m$  个全同  $\pi$  介子动量分别为  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m$  的几率. (2) 式中,  $\psi(\{\mathbf{p}\}; \{r\})$  为  $m$  个全同  $\pi$  介子的对称末态波函数, 符号  $\{\mathbf{p}\}$  和  $\{r\}$  分别表示所有动量  $\mathbf{p}_i$  和四坐标  $r_i$  的集合 ( $i = 1, 2, \dots, m$ );  $g(\mathbf{p}_i, r_i)$  为在源点  $r_i$  发出动量为  $\mathbf{p}_i$  的  $\pi$  介子的几率, 不考虑粒子发射点坐标与动量的关联,  $g(\mathbf{p}_i, r_i)$  可表示为  $\pi$  源密度分布  $\rho(r_i)$  与单  $\pi$  动量谱分布  $P(\mathbf{p}_i)$  的乘积. 在平面波假定下,  $m$  个全同  $\pi$  介子的对称末态波函数可表示为

$$\psi(\{\mathbf{p}\}; \{r\}) = \frac{1}{\sqrt{m!}} \sum_{\sigma} \prod_{j=1}^m \exp(i\mathbf{p}_j \cdot r_{\sigma(j)}), \quad (3)$$

其中  $p_j$  是第  $j$  个  $\pi$  介子的四动量,  $\sigma(j)$  表示序列  $\{1, 2, \dots, m\}$  的某种排列中的第  $j$  个元素,  $\sum_{\sigma}$  表示对所有  $m!$  个排列求和. 将 (3) 式代入 (2) 式完成对时空坐标的积分后再代入 (1) 式, 得到  $m$  个全同  $\pi$  介子的关联函数为<sup>[5]</sup>

$$C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m) = \sum_{\sigma} F_{1, \sigma(1)} F_{2, \sigma(2)} \cdots F_{m, \sigma(m)} \equiv \text{per}\{F_{i,j}\}, \quad (4)$$

其中,

$$F_{i,j} = \int \exp[i(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \cdot r] \rho(r) d^4 r. \quad (5)$$

对高斯源<sup>[5]</sup>

$$F_{i,j} = \exp\left(-\frac{1}{4} q_{ij}^2 R_G^2 - \frac{1}{4} q_{i0}^2 \tau^2\right); \quad (6)$$

对以速率  $v$  径向膨胀的球面源<sup>[6]</sup>

$$F_{i,j} = \frac{[\cosh(2y^2 - 2q_{ij}^2 R_S^2 + 2Q^2)^{1/2} - \cos(2q_{ij}^2 R_S^2 - 2y^2 + 2Q^2)^{1/2}]^{1/2}}{\sqrt{2} Q (\sinh y / y)} \exp\left(-\frac{1}{4} q_{i0}^2 \tau^2\right), \quad (7)$$

其中  $q_{ij} = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|$ ,  $q_{ij0} = |E_i - E_j|$  分别是两个  $\pi$  介子的相对动量和相对能量,  $Q^2 = \{(y^2 - q_{ij}^2 R_S^2)^2 + 4[\mathbf{y} \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)]^2 R_S^2\}^{1/2}$ ,  $\mathbf{y} = (\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_j) \gamma v / (2T)$ ,  $\gamma = (1 - v)^{-1/2}$ .

本文的多  $\pi$  关联分析采用如下的多粒子相对动量变量<sup>[7]</sup>

$$Q_m = \left( \prod_{i < j \leq m}^K q_{ij} \right)^{1/K}, \quad m = 2, 3, \dots, M, \quad K = m(m-1)/2, \quad (8)$$

其中  $M$  为事件的全同  $\pi$  介子多重数, 求积号表示对  $m$  个  $\pi$  介子所有的  $K$  个相对动量求积.

以  $Q_m$  为变量,  $m$  个全同  $\pi$  介子关联函数  $C(Q_m)$  的计算步骤如下:

第一步, 按玻尔兹曼分布产生  $m$  个  $\pi$  介子的动量, 并计算  $Q_m$ ;

第二步, 根据不同的源密度分布, 由 (6) 式或 (7) 式计算  $F_{i,j}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ), 并计算  $\text{per}\{F_{i,j}\}(Q_m)$ ;

第三步, 重复第一步, 第二步  $n$  次, 计算

$$C(Q_m) = \frac{1}{n(Q_m)} \sum_{i=1}^n \text{per}\{F_{i,j}\}(Q_m), \quad (9)$$

其中  $n(Q_m)$  为对应  $Q_m$  的小区间内的计数.

在  $Q_m^{(1)} \leq Q_m \leq Q_m^{(2)}$  区间上多  $\pi$  关联的平均强度定义为

$$S_m = \frac{1}{N_{\text{bin}}} \left[ \sum_{Q_m^{(1)} \leq Q_m \leq Q_m^{(2)}} C(Q_m) \right], \quad (10)$$

其中  $N_{\text{bin}}$  为在  $[Q_m^{(1)}, Q_m^{(2)}]$  范围内所划分的  $Q_m$  的小区间数目, 求和号代表对该范围内所有小区间上的  $C(Q_m)$  值求和.

### 3 多 $\pi$ 关联信号

在 高能重离子碰撞中, 当少数事件有 QGP 产生时,  $\pi^-$  介子的多重数分布可表示为<sup>[2]</sup>

$$P_M = (1 - q) P_M^{\text{had}}(M_{\text{had}}) + q P_M^{\text{qg}}(M_{\text{qg}}), \quad (11)$$

其中  $q$  是有 QGP 形成事件的几率,  $P_M^{\text{had}}(M_{\text{had}})$  是平均值为  $M_{\text{had}}$  的纯强子气体相事件的  $\pi^-$  多重数分布,  $P_M^{\text{qg}}(M_{\text{qg}})$  是平均值为  $M_{\text{qg}}$  的 QGP 事件的  $\pi^-$  多重数分布. 根据文献 [2], 取  $P_M^{\text{had}}(M_{\text{had}})$  和  $P_M^{\text{qg}}(M_{\text{qg}})$  分别为平均值  $M_{\text{had}} = 145$  和  $M_{\text{qg}} = 193$  的泊松分布.

以  $S_m^{\text{qg}}$  和  $S_m^{\text{had}}$  分别表示对应 QGP 相  $\pi$  源和强子气体相  $\pi$  源的多  $\pi$  关联平均强度, 则多重数为  $M$  事件的多  $\pi$  关联的平均强度为

$$S_m(M) = A [S_m^{\text{had}} (1 - q) P_M^{\text{had}} + S_m^{\text{qg}} q P_M^{\text{qg}}], \quad (12)$$

其中

$$A = (1 - q) P_M^{\text{had}} + q P_M^{\text{qg}}. \quad (13)$$

图 1(a) 和 (a') 分别显示的是总数  $N = 5 \times 10^5$  和  $N = 1 \times 10^5$  个事件的  $\pi$  多重数分布  $NP_M$ , 图中的误差表示的是统计误差  $\sqrt{NP_M}$ . 图 1(b) — (d) 和 (b') — (d') 分别显示的是对应事件总数  $N = 5 \times 10^5$  和  $N = 1 \times 10^5$  情况下, 多 $\pi$ 关联的平均强度  $S_m$  随多重数的变化. 在图 1(b') 对应的情况下, 多重数  $M$  大于 210 的事件数为零. 由于多 $\pi$ 关联函数在小  $Q_m$  区间的统计太低<sup>[7]</sup>, 故对应于  $m = 2, 4, 6$ , 计算  $S_m$  时的  $Q_m$  区间分别取为  $[100\text{MeV}/c, 500\text{MeV}/c]$ ,  $[200\text{MeV}/c, 600\text{MeV}/c]$ ,  $[300\text{MeV}/c, 700\text{MeV}/c]$ . 在图 1(b) — (d) 和 (b') — (d') 中所表示的误差是对相应多重数的所有事件  $NP_M$ , 计算多 $\pi$ 关联平均强度的统计误差. 从多重数为  $M$  的一个事件中选取  $m$  个关联  $\pi$  介子的抽样数为  $C_M^m$ , 因而在 (9) 式的计算中,  $n = NP_M C_M^m$ . 为简单起见, 在上述的  $S_m$  计算中已将两种  $\pi$  源的寿命  $\tau$  均取为 0, QGP 相  $\pi$  源的膨胀速率  $v$  也取为 0. 有关源寿命和 QGP 相  $\pi$  源膨胀速率的影响将在第四节中讨论.

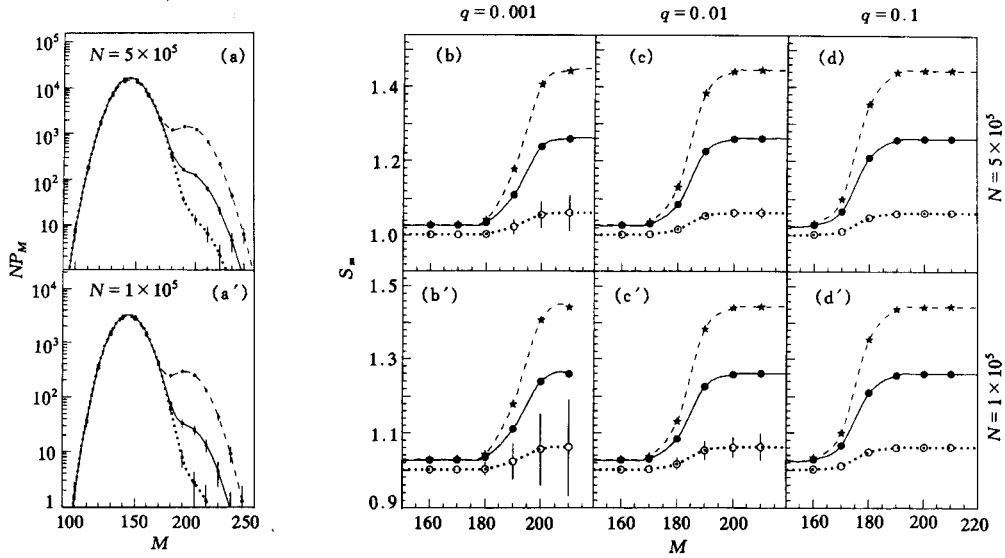


图 1 有 QGP 产生时的  $\pi$  多重数分布 ((a), (a')) 和多 $\pi$ 关联平均强度 ((b) — (d), (b') — (d'))  
在 (a), (a') 中, 虚线, 实线和点线分别对应  $q = 0.1, q = 0.01$  和  $q = 0.001$ ; 在 (b) — (d) 和 (b') — (d') 中,  $\circ, \bullet$  和  $\star$  分别  
对应  $m = 2, m = 4$  和  $m = 6$ ; 点线, 实线和虚线是相应的平滑连接曲线.

当有夸克-胶子等离子体产生时, 事件的  $\pi$  多重数分布在高多重数区域会形成肩形结构. 与此相应, 多 $\pi$ 关联平均强度在此多重数区间上随  $M$  有明显的上升. 但是当产生夸克-胶子等离子体事件的几率非常小时, 如  $q = 0.001$ , 由于统计的限制, 由多重数分布确定是否有夸克-胶子等离子体的产生很困难. 而另一方面, 在高多重数事件中,  $m$  个粒子的统计抽样数当  $m = 2, 3, 4, 5, 6, \dots, m \leq M/2$  时随  $m$  迅速增加, 多 $\pi$ 关联平均强度在此多重数区间的上升亦随  $m$  的增加而更加显著. 因而多 $\pi$ 关联的平均强度能够用来敏感地探测在极少数高 $\pi$ 多重数事件中是否有夸克-胶子等离子体产生. 当有夸克-胶子等离子体产生时, 多 $\pi$ 关联平均强度在高多重数区间有明显的上升, 而如果没有夸克-胶子等离子体产生时, 由  $S_m$  的计算公式 (12) 可看出, 当  $q = 0$  时, 多 $\pi$ 关联平均强度不会随  $M$  而变化.

在实验数据分析中,由于高 $\pi$ 多重数事件对应的碰撞对心程度高, $\pi$ 源的半径大<sup>[8,9]</sup>,因而在这种情况下,多 $\pi$ 关联平均强度也不会随 $\pi$ 多重数的增加而增加.

#### 4 源寿命及 QGP 相 $\pi$ 源膨胀速率的影响

本节讨论源寿命及 QGP 相 $\pi$ 源的膨胀速率对多 $\pi$ 关联信号的影响. 由第二节可知,无论是对强子气体相的 $\pi$ 源还是对 QGP 相的 $\pi$ 源,多 $\pi$ 关联的平均强度都会随源寿命的增加而下降. 但是由于强子气体相源的半径较大,多 $\pi$ 关联的平均强度接近于 1,源寿命的变化对其影响不大. 而 QGP 相源的半径较小,多 $\pi$ 关联平均强度较大,源寿命对其的影响也较大. 因而,源寿命对多 $\pi$ 关联信号的影响主要是由于使得对应 QGP 相源的多 $\pi$ 关联平均强度下降,导致多 $\pi$ 关联信号减弱. 一般地,当 QGP 相表面发生强子化时会产生沿径向的膨胀速度<sup>[3]</sup>. 根据文献 [6] 的讨论,在  $2\pi$  干涉学中,从膨胀的表面源发出的 $\pi$ 对对应于

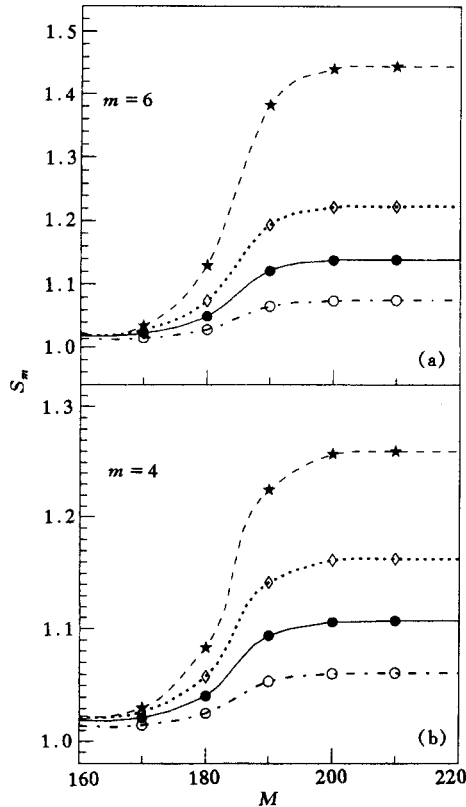


图 2 对应不同源寿命的  $S_m$  随 $\pi$ 多重数  $M$  的变化在 (a) 和 (b) 中, \*,  $\diamond$ ,  $\bullet$  和  $\circ$  分别对应源寿命  $\tau = 0, 10, 20, 40 \text{ fm}/c$ ; 虚线, 点线, 实线和点划线是相应的平滑连接曲线.

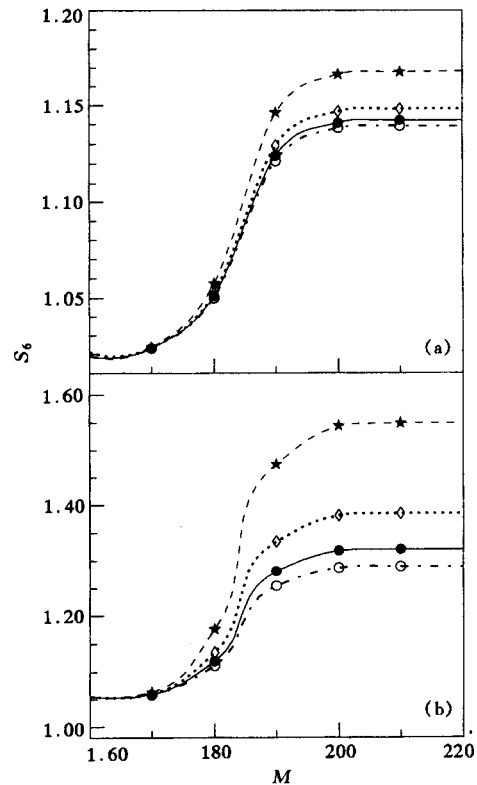


图 3 对应不同源膨胀速率  $v$  的  $S_6$  随 $\pi$ 多重数  $M$  的变化 (a) 是对所有 $\pi$ 介子计算的结果; (b) 是对大动量截断  $p \geq 500 \text{ MeV}/c$  的计算结果. 在 (a) 和 (b) 中,  $\circ, \bullet, \diamond, *$  分别对应  $v/c = 0, 0.4, 0.6, 0.8$ ; 点划线, 实线, 点线和虚线是相应的平滑连接曲线.

较小的表观半径, 特别是当  $\pi$  对的总动量较大时. 对 Bevalac 能量下高能重离子碰撞的实验分析也表明<sup>[8]</sup>, 当  $\pi$  介子的动量较大时, 对应的半径较小. 因而, 对由径向膨胀的 QGP 相  $\pi$  源产生的  $\pi$  介子, 其多  $\pi$  关联平均强度可能会增加, 从而导致多  $\pi$  关联信号增强.

图 2 是对不同源寿命计算的多  $\pi$  关联平均强度  $S_m$  随事件多重数  $M$  变化的比较. 其中,  $N = 1 \times 10^5$ ,  $q = 0.01$ ,  $Q_m$  的区间与图 1 所取的相同. 对纯的强子气体相  $\pi$  源和纯的 QGP 相  $\pi$  源,  $\tau \sim 10 \text{fm} / c$ <sup>[10]</sup>, 这时有 QGP 存在的多  $\pi$  关联信号依然很明显. 而如果有强子气体与 QGP 混合相存在时, 在静态初始条件下, 源寿命会变长 ( $\tau \sim 40\text{--}70 \text{fm} / c$ )<sup>[10]</sup>, 这时的多  $\pi$  关联信号会有所减弱.

图 3 是对不同 QGP 相  $\pi$  源的膨胀速率  $v$  计算的多  $\pi$  关联平均强度  $S_m$  随事件多重数  $M$  变化的比较. 其中,  $N = 1 \times 10^5$ ,  $q = 0.01$ ,  $\tau = 20 \text{fm} / c$ . 图 3 的结果表明, 对膨胀的 QGP 相  $\pi$  源, 其多  $\pi$  关联的平均强度随膨胀速率的增加而有所增强, 特别是在大动量截断下. 因而 QGP 相  $\pi$  源的膨胀会使得多  $\pi$  关联的信号更加明显.

最近, 有人提出未来在 NBL 的相对论重离子对撞机 (RHIC) 和在 CERN 的大型强子对撞机 (LHC) 能量下, 重离子碰撞中产生的夸克-胶子等离子体的强子化过程会非常迅速<sup>[11]</sup>. 在这种情况下, 粒子发射源的寿命只有几个 fm, 而其膨胀的速率可能较大, 多粒子玻色-爱因斯坦关联的分析能够给出明显的信号.

最后, 需要说明的是, 在本文的分析中没有考虑末态库仑相互作用的影响. 这是因为这种影响只对小相对动量的  $\pi$  介子对有作用 ( $q_{ij} \sim m_\pi \alpha^{1/2} = 12 \text{MeV} / c$ )<sup>[12,13]</sup>. 模拟研究的结果表明, 在本文所选择的  $Q_m$  区间上, 末态库仑相互作用对计算多  $\pi$  关联平均强度的影响可以忽略不计<sup>[7]</sup>.

## 5 结论

本文对高能重离子碰撞中少数事件有 QGP 产生时的多  $\pi$  关联进行了分析. 由于核物质在纯强子气体相和在纯 QGP 相的密度相差很大, 因而当有 QGP 产生时会形成两种空间尺度不同的  $\pi$  源, 其多  $\pi$  关联的平均强度不同. 这时在  $\pi$  多重数分布的肩形区域, 多  $\pi$  关联平均强度随  $\pi$  多重数  $M$  增加而上升, 并且其升幅随抽样  $\pi$  介子数的增加而增加. 由于有 QGP 相变发生事件的平均  $\pi$  多重数较高, 而在高多重数事件中, 多粒子关联的分析有很好的统计, 因而能够对单个的事件做逐一的研究. 这样即使有 QGP 产生的事件数很少, 多  $\pi$  关联平均强度的分析也能给出明显的判定信号. 这种信号在有强子气体和 QGP 混合相存在的情况下, 由于源的寿命变长会有所减弱. 在未来 RHIC 和 LHC 能量的重离子碰撞实验分析中, 多粒子玻色-爱因斯坦关联是研究 QGP 形成及其强子化过程的有效手段.

## 参 考 文 献

- 1 Kapusta J I, Vischer A P, Venugopalan R. Phys. Rev., 1995, C51:901
- 2 Kapusta J I, Vischer A P Phys. Rev., 1995, C52:2725
- 3 Hove L V Z. Phys., 1985, C27:135
- 4 Hüfner J, Klevansky S P, Quack E et al. Phys. Lett., 1994, B337:30
- 5 Zajc W A. Phys. Rev., 1987, D35:3396

- 6 Pratt S. Phys. Rev. Lett., 1984, **53**:1219
- 7 Zhang W N, Liu Y M, Huo L et al. Phys. Rev., 1995, **C51**:922
- 8 Beavis D, Chu S Y, Fung S Y et al. Phys. Rev., 1986, **C34**:757
- 9 Zhang W N, Liu Y M, Wang S et al., Phys. Rev., 1993, **C47**:795
- 10 Pratt S. Phys. Rev., 1986, **D33**:1314
- 11 Csernai L P, Mishustin I N. Phys. Rev. Lett., 1995, **74**:5005
- 12 Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W. Phys. Rev., 1979, **C20**:2267.
- 13 Pratt S. Phys. Rev., 1986, **D33**:72

## Multipion Correlation Signal for OGP Formation in High Energy Heavy Ion Collisions \*

Zhang Weining Huo Lei Chen Xiangjun Liu Yiming

*(Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)*

D. Keane H. Liu

*(Department of Physics, Kent State University, Kent, Ohio 44242)*

**Abstract** The multiparticle Bose-Einstein correlations for formation of quark-gluon plasma (QGP) in high energy heavy ion collisions are analysed. Investigating the average correlation intensities of multipions as a function of pion multiplicity indicates that they have obvious enhancements in the high multiplicity region. This signature can be used to detect the existence of QGP in rare high-pion-multiplicity events sensitively in high energy heavy ion collisions.

**Key words** high energy heavy ion collisions, multipion correlations, quark-gluon plasma