

# 高温下夸克场真空图中的红外发散\*

陈相君 张卫宁 王 为

(哈尔滨工业大学物理系 哈尔滨 150001)

**摘要** 用热传播子的实时形式对高温条件下夸克(忽略质量)场三圈真空图进行了详细地计算,找出了其中和费米-狄拉克统计因子有关的红外发散积分的类型,并对这种发散积分进行了正规化,进一步把真空图中的红外发散全部孤立出来了.

**关键词** 高温 夸克场 真空图 红外发散 正规化

## 1 引言

在有限温度场的微扰计算中,无质量玻色子场真空图中存在着严重的红外发散<sup>[1-4]</sup>. 文献[1-3]分别讨论了无质量标量场和胶子场真空图中的红外发散,指出了有限温度下无质量玻色子场红外发散积分的类型,并对它们进行了正规化,从而把三圈真空图中的红外发散全部孤立出来,为进一步消除红外发散打下了基础. 有限温度下无质量玻色子场真空图中红外发散的主要原因是场的无质量性,另外也和场热传播子(实时形式)中有限温度部分的函数形式有关<sup>[2,3]</sup>. 夸克场是费米子场,是有质量的,因此,在一般情况下夸克场不会出现红外发散. 但是,在一些物理过程中,夸克的质量可以忽略. 例如,在高温情况下,强子发生退禁闭相变,产生夸克胶子等离子体,这时,夸克的动量很大,在微扰计算中,往往忽略夸克的质量. 当夸克的质量被忽略后,就会出现红外发散.

## 2 夸克场红外发散积分的正规化

讨论高温下忽略质量的夸克场的真空图中的红外发散,要涉及到高圈计算,为了便于处理,计算时应用温度格林函数的实时形式. 夸克的热传播子的实时形式为<sup>[5]</sup>

$$iS_{\beta}^{ab} = \delta^{ab} k \left( \frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi \delta_k \right), \quad (1)$$

1998-08-17收稿

\* 国家自然科学基金、哈尔滨工业大学校基金资助

其中  $a, b = 1, 2, 3$  为夸克的色脚标;  $k' = \gamma^\mu k_\mu$ ,  $\delta_k = -\frac{\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} + 1}$ . (1)式右边的括号打开后, 第二项是热传播子的有限温度部分.

夸克之间的相互作用是通过胶子传递的, 因此, 有限温度 QCD 费曼规则中存在夸克胶子的三线顶角. 在组成夸克场的高圈真空图时, 图中即包含夸克线也包含胶子线. 这样, 其中的红外发散就比较复杂了. 有来自夸克场的, 也有来自胶子场的. 有关来自胶子场的红外发散积分的类型和它们的正规化, 文献 [3] 已经进行了讨论, 这里不再重复. 这里只讨论来自夸克场的红外发散. 夸克场的热传播子的有限温度部分含有  $\delta$  函数和费米-狄拉克统计因子, 计算中也会出现共线发散, 它和胶子场共线发散积分的形式是一样的, 文献 [3] 已对它做过讨论, 这里不再进行. 另外出现一种新的红外发散积分, 它和费米-狄拉克统计因子有关, 其一般形式为

$$I(\alpha) = \int \frac{t^\alpha}{e^t + 1} dt, (\alpha < 0). \quad (2)$$

这个红外发散积分需要正规化. 正规化的方法是这样, 在  $\alpha > 0$  区域, 上述积分是解析的, 且有关系

$$\int \frac{t^\alpha}{e^t + 1} dt = (1 - 2^{-\alpha}) \int \frac{t^\alpha}{e^t - 1} dt. \quad (3)$$

利用这个关系可对积分 (2) 进行正规化. 上式右边积分在发散区域的正规化公式为<sup>[2]</sup>

$$\int \frac{t^\alpha}{e^t - 1} dt = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2(\alpha + 1)} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{B_n}{(2n)!} \frac{1}{2n + \alpha} + \int_1^{\infty} dt \frac{t^\alpha}{e^t - 1}, (\alpha < 0) \quad (4)$$

其中  $B_n$  是 Bernoulli 数,  $B_1 = \frac{1}{6}$ ,  $B_2 = \frac{1}{30}$ ,  $\dots$ . 考虑  $\alpha < 0$  时, 关系式 (3) 也是满足的, 因此有

$$I(\alpha) = \left(1 - \frac{1}{2^\alpha}\right) \left[ \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2(\alpha + 1)} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{B_n}{(2n)!} \frac{1}{2n + \alpha} + \int_1^{\infty} dt \frac{t^\alpha}{e^t - 1} \right]. \quad (5)$$

这就得到发散积分 (2) 式的解析延拓表达式, 有了它, 就可方便地把红外发散分离出来了.

### 3 夸克场真空图中的红外发散

夸克场真空图中红外发散的计算, 是在维数正规化的方案下进行的. 维数正规化方案对于无质量场有下面规定<sup>[6]</sup>

$$I \equiv \int d^D k \frac{1}{(k^2 + i\eta)^\alpha} = 0, (\alpha > 0). \quad (6)$$

这是零温下处理红外发散的一个方法, 由于这里夸克场的质量被忽略了, 因此, 在计算中也要用到它.

在有限温度场的微扰计算中, 真空图对应着场的热力学势. 热力学势的零级近似是无相互作用理想气体的贡献, 不涉及到高圈图计算. 热力学势的一级修正是双圈图的贡

献, 经计算它不含红外发散. 这和无质量标量场以及胶子场的结论是一样的. 热力学势的第二级修正是三圈真空图的贡献<sup>[7]</sup>. 夸克场的三圈真空图有 6 个, 如图 1, 其中每个图下面的数字是对称因子. 对应 6 个费曼图的计算分别为

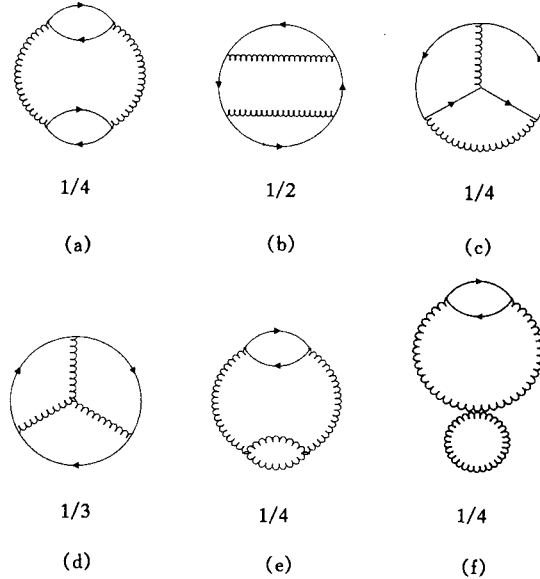


图1 夸克场三圈真空图

$$I_a = N_f^2 \frac{(-ig)^4}{4} \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D}} \left( \frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi\delta_p \right) \left( \frac{i}{(p+k)^2 + i\eta} + 2\pi\delta_{p+k} \right) \times$$

$$\left( \frac{i}{q^2 + i\eta} + 2\pi\delta_q \right) \left( \frac{i}{(q+k)^2 + i\eta} + 2\pi\delta_{q+k} \right) \left( \frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi\delta_k \right)^2 N_a,$$

$$N_a = (-1)^4 [\text{Tr} \gamma^\mu T^a \not{p} \gamma^\nu T^b (\not{p} + \not{k})] [\text{Tr} \gamma^\alpha T^a \not{q} \gamma^\beta T^d (\not{q} + \not{k})] g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} =$$

$$-32[4(p \cdot q)^2 + 2(p \cdot q)k^2 + 2p \cdot kq \cdot k + 4(p \cdot q)(p \cdot k + q \cdot k)], \quad (7)$$

其中  $\delta_k = \frac{\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} - 1}$ .

$$I_b = N_f \frac{(-ig)^4}{2} \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D}} \left( \frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi\delta_p \right)^2 \left( \frac{i}{(q+p)^2 + i\eta} + 2\pi\delta_{q+p} \right) \times$$

$$\left( \frac{i}{q^2 + i\eta} + 2\pi\delta_q \right) \left( \frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi\delta_k \right) \left( \frac{i}{(k+p)^2 + i\eta} + 2\pi\delta_{k+p} \right) N_b,$$

$$N_b = (-1)^3 \text{Tr} [\gamma^\mu T^a (\not{p} + \not{k}) \gamma^\nu T^b \not{p} \gamma^\alpha T^c (\not{p} + \not{q}) \gamma^\beta T^d \not{p}] \delta^{ad} \delta^{bc} g_{\mu\nu} g_{\alpha\beta} =$$

$$-\frac{64}{3} [p^4 + p^2 p \cdot q + p^2 p \cdot k - p^2 q \cdot k + 2p \cdot qp \cdot k]. \quad (8)$$

$$I_c = N_f \frac{(-ig)^4}{4} \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D}} \left( \frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi\delta_p \right) \left( \frac{i}{q^2 + i\eta} + 2\pi\delta_q \right) \times$$

$$\left(\frac{i}{k^2+i\eta}+2\pi\delta_k\right)\left(\frac{i}{(q+p+k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{q+p+k}\right)\times$$

$$\left(\frac{i}{(p+k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{p+k}\right)\left(\frac{i}{(q+p)^2+i\eta}+2\pi\delta_{q+p}\right)N_c,$$

$$N_c = (-1)^3 \text{Tr}[\gamma^\mu T^a (\not{p} + \not{k}) \gamma^\alpha T^b \not{p} \gamma^\beta T^a (\not{p} + \not{q}) \gamma^\nu T^b (\not{p} + \not{q} + \not{k})] g_{\alpha\nu} g_{\mu\beta} =$$

$$\frac{32}{3} (p^2 + p \cdot q + p \cdot k + q \cdot k)(p^2 + p \cdot k + p \cdot q). \quad (9)$$

$$I_d = N_f \frac{(-ig)^3 g}{3} \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D}} \left(\frac{i}{p^2+i\eta}+2\pi\delta_p\right)\left(\frac{i}{q^2+i\eta}+2\pi\delta_q\right)\times$$

$$\left(\frac{i}{k^2+i\eta}+2\pi\delta_k\right)\left(\frac{i}{(p+k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{p+k}\right)\times$$

$$\left(\frac{i}{(p+q)^2+i\eta}+2\pi\delta_{p+q}\right)\left(\frac{i}{(q-k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{q-k}\right)N_d,$$

$$N_d = (-1)^4 [\text{Tr} \gamma^\mu T^a (\not{p} + \not{q}) \gamma^\sigma T^c (\not{p} + \not{k}) \gamma^\rho T^b \not{p}] f^{abc} V_{\mu\rho\sigma}(q, -k, -q+k) =$$

$$-6i[4p^2 q^2 + 20p^2 k^2 - 32p^2 p \cdot q - 12p^2 p \cdot k - 40p^2 q \cdot k - 32p \cdot kq \cdot k +$$

$$20k^2 p \cdot q - 32(p \cdot q)^2 - 32(p \cdot k)^2 - 8p \cdot qp \cdot k - 32p \cdot qq \cdot k + 4q^2 p \cdot k], \quad (10)$$

其中  $V_{\mu\rho\sigma}(q, k, p)$  是 3 胶子相互作用的顶角函数,  $f^{abc}$  是  $SU(3)$  群的结构函数.

$$I_e = N_f \frac{(-ig)^2 g^2}{4} \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D}} \left(\frac{i}{q^2+i\eta}+2\pi\delta_q\right)\left(\frac{i}{(p+k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{p+k}\right)\times$$

$$\left(\frac{i}{k^2+i\eta}+2\pi\delta_k\right)^2 \left(\frac{i}{p^2+i\eta}+2\pi\delta_p\right)\left(\frac{i}{(q+k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{q+k}\right)N_e,$$

$$N_e = (-1)^5 [\text{Tr} \gamma^\alpha T^e \not{p} \gamma^\beta T^f (\not{p} + \not{k})] V_{\nu\tau\lambda}(-k, q+k, -q) V_{\mu\rho\sigma}(k, q, -q-k) \times$$

$$f^{bc'd'} f^{acd} \delta^{eb} g_{\alpha\nu} \delta^{a'd} g_{\tau\sigma} \delta^{cc'} g_{\rho\lambda} \delta^{af} g_{\mu\beta} =$$

$$12[-56p^2 q^2 - 32p^2 k^2 - 56p^2 p \cdot k - 56q^2 p \cdot k + 40k^2 p \cdot q - 8k^2 p \cdot k - 8k^2 q \cdot k +$$

$$24p \cdot kq \cdot k + 80(q \cdot k)^2 - 16(q \cdot k)^2 + 80p \cdot qp \cdot k + 80p \cdot qq \cdot k]. \quad (11)$$

$$I_f = N_f \frac{(-i)^3 g^4}{4} \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D}} \left(\frac{i}{p^2+i\eta}+2\pi\delta_p\right)\left(\frac{i}{q^2+i\eta}+2\pi\delta_q\right)\times$$

$$\left(\frac{i}{k^2+i\eta}+2\pi\delta_k\right)^2 \left(\frac{i}{(q+k)^2+i\eta}+2\pi\delta_{q+k}\right)N_f,$$

$$N_f = (-1)^4 [\text{Tr} \gamma^\alpha T^a \not{q} \gamma^\beta T^b (\not{q} + \not{k})] W_{\alpha\beta\gamma\delta}^{abcd} \delta_{cd} g_{\gamma\delta} = 24^2 [q^2 + q \cdot k], \quad (12)$$

其中  $W_{\alpha\beta\gamma\delta}^{abcd}$  是 6 胶子相互作用的顶角函数. 把上述 6 个式子中的括号打开并和相应的  $N_i$  相

乘后加起来,项数特别多.积分形式也比纯胶子场复杂,因为它即含有夸克线也含有胶子线.有关化简的方法和计算中要注意的事项,见文献[3].由于项数特别多,因此,下面给出的计算结果只包含含有红外发散的项.

$$I_a = -8N_f^2 g^4 (16I_1 - 8I_2 - 16I_1' + 8I_2' + 4I_3') + \dots, \quad (13)$$

$$I_b = -\frac{32}{3} N_f g^4 (-4I_2 - 4I_3 + 8I_4 - 16I_1' - 8I_2' - 8I_4' + 4I_5' - 8I_6' + 8I_7') + \dots, \quad (14)$$

$$I_c = \frac{8}{3} N_f g^4 (-3I_2 + 2I_1' + 4I_2') + \dots, \quad (15)$$

$$I_d = 2N_f g^4 (48I_5 + 72I_6 + 48I_1' + 156I_8' - 96I_9' - 16I_{13}') + \dots, \quad (16)$$

$$I_e = -3N_f g^4 (160I_5 - 320I_4' + 16I_7' + 56I_8' + 80I_9' + 48I_{10}' + 160I_{11}' + 160I_{12}') + \dots, \quad (17)$$

$$I_f = 144N_f g^4 (2I_{10}') + \dots, \quad (18)$$

其中

$$I_1 = \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-2}} \frac{(p \cdot q)^2}{k^2(k+p)^2(k+q)^2} \delta_p \delta_q = -\frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon} + \dots, \quad (19)$$

$$I_2 = \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-2}} \frac{p \cdot q}{k^2(k+p)^2(k+q)^2} \delta_p \delta_q = -2\frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon^2} + \dots, \quad (20)$$

$$I_3 = \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-2}} \frac{p \cdot q}{k^2(k+p)^2(k+q)^2} \delta_p \delta_q = -2\frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon^2} + \dots, \quad (21)$$

$$I_4 = \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-2}} \frac{p \cdot q}{k^2(k+p)^2(k+q)^2} \delta_p \delta_q = \frac{1}{2} \frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon} + \dots, \quad (22)$$

$$I_5 = \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-2}} \frac{q \cdot k}{k^2(k+p)^2(k+p+q)^2} \delta_p \delta_q = \frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon^2} + \dots, \quad (23)$$

$$I_6 = \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-2}} \frac{p \cdot k}{k^2(k+p)^2(k+p+q)^2} \delta_p \delta_q = \frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon^2} + \dots, \quad (24)$$

$$I_1' = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{p \cdot q}{(p+k)^2(q+k)^2} \delta_p \delta_q \delta_k = 2\frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon^2} + \dots, \quad (25)$$

$$I_2' = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{p \cdot q}{(p+k)^2(p+q+k)^2} \delta_p \delta_q \delta_k = \frac{i}{2^5 \pi^4} \left( \frac{1}{48\beta^4} \right) \frac{1}{\epsilon^2} + \frac{i}{2^7 \pi^4} \left( \frac{1}{48\beta^4} \right) \frac{1}{\epsilon} + \dots, \quad (26)$$

$$I_3' = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{1}{k^2 + i\eta} \delta_p \delta_q \delta_k = \frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\epsilon} + \dots, \quad (27)$$

$$I'_4 = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{q \cdot k}{(p+q)^2(p+k)^2} \underline{\delta}_p \delta_q \delta_k = \frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon^2} + \dots, \quad (28)$$

$$I'_5 = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{1}{p^2 + i\eta} \underline{\delta}_p (\delta_q \delta_k - 2\delta_q \delta_k + \underline{\delta}_q \delta_k) = \frac{i9}{16\pi^2} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (29)$$

$$I'_6 = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{q \cdot k}{(p+k)^2(p+q+k)^2} \underline{\delta}_p \underline{\delta}_q \delta_k = -\frac{i}{2^6 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{i}{2^8 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (30)$$

$$I'_7 = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{q \cdot k}{(p+q)^2(p+q+k)^2} \underline{\delta}_p \delta_q \delta_k = \frac{i}{2^5 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{i}{2^7 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (31)$$

$$I'_8 = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{p \cdot q}{(q+k)^2(p+q+k)^2} \underline{\delta}_p \delta_q \delta_k = -\frac{i}{2^6 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{i}{2^8 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (32)$$

$$I'_9 = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{p \cdot q}{(p+k)^2(p+q+k)^2} \underline{\delta}_p \underline{\delta}_q \delta_k = \frac{i}{2^7 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{i}{2^9 \pi^4} \left( \frac{1}{12\beta^4} \right) \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (33)$$

$$I'_{10} = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{1}{k^2 + i\eta} \underline{\delta}_p \delta_q \delta_k = -\frac{1}{2} \frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (34)$$

$$I'_{11} = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{(p \cdot q)^2}{(p+k)^4(p+q+k)^2} \underline{\delta}_p \delta_q \delta_k = \frac{i}{2^7 \pi^6} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right) \int_0^\infty dp dq n'_p n_q q^2 \left[ \frac{1}{a_-^2} - \frac{1}{a_+^2} + 2pq \left( \frac{1}{a_-^4} + \frac{1}{a_+^4} \right) \right] \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (35)$$

$$I'_{12} = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{(p \cdot q)^2}{(q+k)^4(p+q+k)^2} \underline{\delta}_p \delta_q \delta_k = -\frac{i}{2^7 \pi^6} \left( \frac{1}{12\beta^2} \right) \int_0^\infty dp dq p^2 n'_p n_q \left[ \frac{1}{a_-^2} - \frac{1}{a_+^2} + 2pq \left( \frac{1}{a_-^4} + \frac{1}{a_+^4} \right) \right] \frac{1}{\varepsilon} + \dots, \quad (36)$$

$$I'_{13} = -i \int \frac{d^D p d^D q d^D k}{(2\pi)^{3D-3}} \frac{p \cdot q}{(p+k)^2(q+k)^2} \underline{\delta}_p \underline{\delta}_q \delta_k = -\frac{i}{16\pi^2} \left( \frac{1}{24\beta^2} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon^2} + \dots, \quad (37)$$

其中  $n_p' = 1/(e^{\beta p} + 1)$ ,  $n_q = 1/(e^{\beta q} - 1)$ ,  $a_{\pm} = p \pm q$ .

从以上结果看出, 给出红外发散的项是含有 2 个热传播子有限温度部分的项和含有 3 个热传播子有限温度部分的项, 这和纯胶子场的情况是一样的. 在含有 2 个热传播子有限温度部分的项中, 红外发散主要来自被积函数中零温部分的积分. 在  $I_2, I_3, I_4$  和  $I_6$  中, 红外发散高达  $\varepsilon^{-2}$ , 这是因为费曼参数化积分有两个参数, 每一个参数都发散. 在含有 3 个热传播子有限温度部分的项中,  $I_3', I_5', I_{10}', I_{11}'$  和  $I_{12}'$  的红外发散为  $\varepsilon^{-1}$ , 其余项的红外发散是  $\varepsilon^{-2}$ .  $I_2', I_4', I_5', I_6', I_7'$  和  $I_{13}'$  含有和费米-狄拉克统计因子有关的红外发散积分. 从图形上看, (b) 和 (e) 图的红外发散比较严重, 含发散的项比较多.

把所有项加起来, 得到

$$\begin{aligned}
 I_a + \cdots + I_f = N_f g^4 & \left[ -128N_f I_1 + \left(64N_f + \frac{104}{3}\right) I_2 + \frac{128}{3} I_3 - \frac{256}{3} I_4 - 384I_5 + \right. \\
 & 144I_6 + \left(128N_f + \frac{816}{3}\right) I_1' + \left(-64N_f + \frac{288}{3}\right) I_2' - 32N_f I_3' + \frac{3134}{3} I_4' - \frac{128}{3} I_5' + \\
 & \left. \frac{256}{3} I_6' - \frac{400}{3} I_7' + 144I_8' - 432I_9' + 144I_{10}' - 480I_{11}' - 480I_{12}' - 32I_{13}' \right] + \cdots = \\
 & \frac{iN_f g^4}{9 \times 2^8 \pi^4 \beta^4} \left[ \left(24N_f - \frac{24N_f + 298}{\pi^2} - \frac{1232}{3}\right) \frac{1}{\varepsilon} + \left(32N_f + \frac{3268}{3} - \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{96N_f + 2136}{\pi^2}\right) \frac{1}{\varepsilon^2} \right] - \frac{iN_f g^4}{3 \times 2^9 \pi^6 \beta^4} \int_0^\infty dp dq (240p^2 + 480q^2) n_p' n_q \times \\
 & \left[ \frac{1}{a_-^2} - \frac{1}{a_+^2} + 2pq \left( \frac{1}{a_-^4} + \frac{1}{a_+^4} \right) \right] \frac{1}{\varepsilon} + \cdots. \tag{38}
 \end{aligned}$$

## 4 结束语

本文用温度格林函数的实时形式计算了高温下忽略了质量的夸克场的三圈真空图, 找出了其中有限温度下红外发散积分的类型, 除了和无质量玻色子场一样的共线发散外, 还有和无质量玻色子场不同的被积函数含费米-狄拉克统计因子的新型红外发散积分. 对这种发散积分进行了正规化, 给出了它的解析延拓表达式, 从而把真空中的红外发散全部孤立出来了. 从中知道, 高温下忽略质量的夸克场的红外发散的性质仍然是红外发散和共线发散, 有的来自夸克部分, 有的来自胶子部分. 由于这里是高圈, 交缠发散比较严重, 多数的项发散高达  $\varepsilon^{-2}$ .

## 参 考 文 献

- 1 Chen Xiangjun, Liu Lianshou. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1995, **19**(10):907—915  
(陈相君,刘连寿. 高能物理与核物理, 1995, **19**(10):907—915)
- 2 Chen Xiangjun, Liu Lianshou. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**(5):425—432  
(陈相君,刘连寿. 高能物理与核物理, 1997, **21**(5):425—432)
- 3 Chen Xiangjun, Liu Lianshou. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, **22**(2):133—140  
(陈相君,刘连寿. 高能物理与核物理, 1998, **22**(10):133—140)
- 4 Chen Xiangjun, Liu Lianshou. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, **22**(5):460—465  
(陈相君,刘连寿. 高能物理与核物理, 1998, **22**(5):460—465)
- 5 Li Jiarong. Introduction To Quark Matter Theory (in Chinese). Changsha: Hunan Education Press, 1989. 86—90  
(李家荣. 夸克物质理论导论. 长沙:湖南教育出版社, 1989. 86—90)
- 6 Dai Yuanben. Gauge Theory of Interaction (in Chinese). Beijing: Academic Press, 1987. 181—187  
(戴元本. 相互作用的规范理论. 北京:科学出版社, 1987. 181—187)
- 7 Kapusta J I. Finite Temperature Field Theory. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 44—46

## Infrared Divergences of Three-loop Vacuum Graghs of Quark Field at Hight Temperature \*

Chen Xiangjun Zhang Weining Wang Wei

(Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract** The infrared divergences in vacuum graghs of quark (ignored mass) field at high temperature are calculated in detial by real-time formulation of Green function, a kind of infrared divergent integral related to F-D statistical factor is pointed out and its regularization is discussed. All of the infrared divergences in three-loop vacuum graghs of quark field are isolated.

**Key words** high temperature, quark field, vacuum gragh, infrared divergence, regularization

---

Received 17 August 1998

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China and the Foundation of Harbin Institute of Technology