

储存环内纵向 Palmer 方式 随机冷却过程模拟

顾 玮 张文志 夏佳文

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

摘要 基于 Fokker-Planck 方程,模拟了兰州重离子加速器冷却储存环(HIRFL-CSR)实验环内重离子束的 Palmer 方式纵向动量冷却过程,在模拟过程中,得到并应用使冷却达到最快的系统最优增益曲线.对模拟结果进行了讨论.

关键词 随机冷却 Fokker-Planck 方程 最优增益

1 引言

“随机冷却”是指储存环中的粒子束的自由振动振幅和动量分散被一个反馈系统所衰减的过程^[1].在电子冷却基础上,建造随机冷却装置,可以进一步改善储存环束流品质,以提高束流亮度.对于 Palmer 方式纵向动量随机冷却,目前还没有一个表达式可以估算冷却时间,而冷却时间对束流指标和系统硬件设计是非常重要的参数.

随机冷却过程可以用 Fokker-Planck 方程来描述^[2].本文数值解出分布函数随时间的演化过程,由此得到了冷却时间.在模拟过程中,还得到并应用使冷却达到最快的系统最优增益曲线.而如果采用解析方法,要得到这条曲线几乎是不可能的.通过模拟,分析并讨论了影响冷却快慢的一些重要因素.

2 随机冷却的物理过程

随机冷却束流分布函数随时间变化,可以用 Fokker-Planck 方程来描述^[2]:

$$\frac{\partial \Psi(E, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} \left(-F(E) \Psi(E, t) + D(E) \frac{\partial \Psi}{\partial E} \right), \quad (1)$$

漂移系数 $F(E)$ 和扩散系数 $D(E)$ 定义为:

$$F(E) = f_0 \langle \Delta E(E) \rangle, \quad (2)$$

$$D(E) = \frac{1}{2} f_0 \langle (\Delta E(E))^2 \rangle, \quad (3)$$

其中, E 为离子总能量, f_0 为能量 E_0 的理想离子的回旋频率, $\Delta E(E)$ 是一个离子每圈能量的变化.

2.1 肖特基 (Schottky) 信号

储存环中电量为 q , 质量为 A 的单离子在拾取器 (pickup) 上的 Schottky 信号为:

$$I(t) = \frac{2q}{T_0} \sum_n \cos n\omega_0 t. \quad (4)$$

在拾取器上的电压信号为:

$$V_{\text{pu}}(n) = \frac{2q}{T_0} Z_{\text{pu}} S_{\text{pu}}(E) f_{\text{pu}}(n\omega_0), \quad (5)$$

这里, ω_0 为回旋角频率, T_0 为回旋周期, Z_{pu} 为耦合阻抗, S_{pu} 为灵敏度^[3], f_{pu} 为拾取器耦合效率. 拾取器上的电压信号经过多级电子学线路放大 $A_n(E)$ 倍后, n 为谐波数, 加到冲击器 (kicker) 上, 单粒子电流在冲击器处的能量变化为:

$$E(n) = \frac{2q^2}{AT_0^2} Z_{\text{pu}} S_{\text{pu}}(n\omega_0) f_{\text{pu}}(n\omega_0) A_n(E) f_k(n\omega_0). \quad (6)$$

2.2 相关和非相关能量增益

考虑到只有同相, 即实部才对冷却起作用, 得相关能量增益:

$$F(E) = \frac{2q^2}{A} f_0^2 Z_{\text{pu}} S_{\text{pu}}(E) \sum_n \text{Re}[f_{\text{pu}}(n\omega_0) A_n(E) f_k(n\omega_0)], \quad (7)$$

非相关能量增益 $D(E)$ 为 D_1 和 D_2 两部分之和:

$$D_1 = \left(\frac{q}{A}\right)^2 f_0^2 k_B T Z_{\text{pu}} \sum_n |A_n(E)|^2 |f_k(n\omega_0)|^2, \quad (8)$$

$$D_2 = \Psi(E) \frac{q^4}{A^2} Z_{\text{pu}}^2 S_{\text{pu}}^2(E) \frac{\beta E_0}{\eta} f_0^3 \sum_n \frac{1}{n} |f_{\text{pu}}(n\omega_0) A_n(E) f_k(n\omega_0)|^2, \quad (9)$$

这里, D_1 是放大器噪声项, D_2 是由于其它非相关离子引起. f_k 为冲击器耦合效率, k_B 为 Boltzman 常数, T 为噪声温度, η 为频率压缩因子.

3 模拟结果及分析

数值解 (1) 式, 得到束流分布函数随时间的变化图象, 如图 1 所示. 计算中应用的典型

参数如表 1 所示.

表1 模拟计算中应用的典型参数

离子	$^{132}\text{Xe}^{48+}$	拾取器高度	0.05m
能量	200MeV/u	拾取器宽度	0.1m
动量分散	$\pm 0.5\%$	拾取器对的间距	0.05m
离子个数	10^6	拾取器耦和阻抗	300 Ω
转变能	6.5	冲击器耦和阻抗	300 Ω
拾取器段色散	3.3m	放大器功率带宽	2—4GHz
冲击器段色散	0m	放大器增益功率	5000W
平均半径	20.53m	噪声温度	100k

由随机冷却的原理可知,在冷却过程中,系统增益有一个最优值问题,而这一增益主要由放大器增益来调节^[4].增益过大或过小都将减慢冷却速率.随着系统发射度的减小,系统增益也随之减小,使系统保持最快的冷却率.但在冷却初期,系统并非工作在最优状态,而是处在“功率限定”状态.这是由于高频功率放大器非常昂贵,各个实验室只能“量力而行”.系统在“功率限定”状态下也能工作,只是冷却速率有所下降.当束流冷却

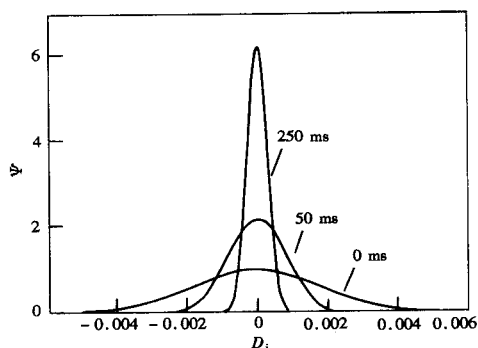


图1 束流分布随时间的变化

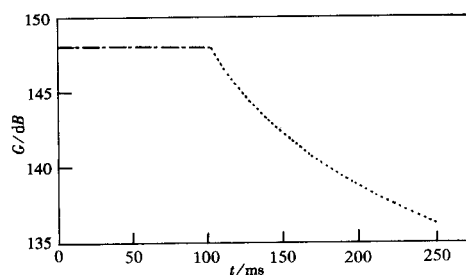


图2 放大器增益随时间变化

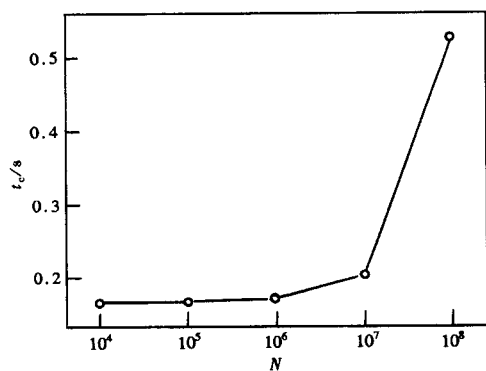


图3 冷却时间与离子数的关系

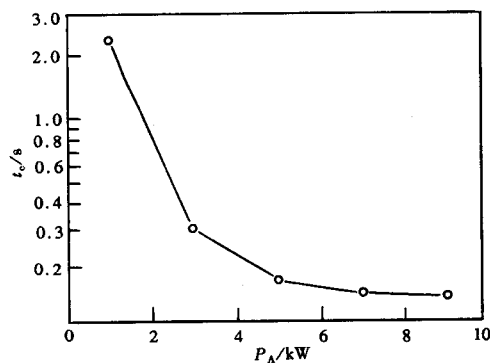


图4 冷却时间与输出功率的关系

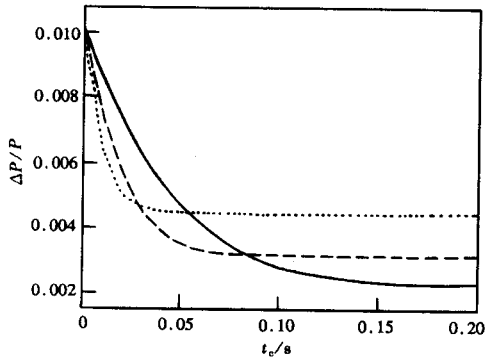


图5 动量分散随时间的变化

.....10kW, ----7kW, ——5kW.

放大器功率,可以加快冷却速率,减少冷却时间。

图 5 表示恒定增益情况下,在不同最大初始系统增益时,动量分散随时间的变化。从模拟结果可见,为了达到小的最终动量分散,初始系统增益要尽量小。当然,这就使得冷却需要更长的时间。所以对初始系统增益进行优化,使得在最短时间内达到所要求的动量分散。

从 Fokker-Planck 出发,作简单的推导,可以对图 5 所示结果作定量解释。

假设^[2] $F = -\frac{\Delta E}{\tau_0}$, $D = D_a + d_b \sigma^2$, F 为放大器噪声项, D 为束流噪声项,则

Fokker-Planck 方程可表示为

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial E} \left(-\frac{\Delta E}{\tau_0} \Psi \right) - (D_a + d_b \sigma^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial E^2} = 0, \quad (10)$$

可化得

$$\sigma \frac{d\sigma}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_0} - d_b \right) \sigma^2 + D_a, \quad (11)$$

结果为

$$\sigma(t) = [(\sigma_0^2 - \tau D_a) e^{-2t/\tau} + \tau D_a]^{1/2}, \quad (12)$$

其中, $\frac{1}{\tau} \equiv \frac{1}{\tau_0} - d_b$ 。由于 $1/\tau$ 与系统增益为一次方关系, D_a 与系统增益为平方关系,所以,要获得快的冷却率,即增大初始系统增益,最终动量分散也将变大。

冲击器装置在储存环上的位置有两种选择:一是放在色散为零的区域,可以避免横向和纵向束流耦合;二是放在色散不为零的恰当位置,使得在纵向动量冷却的同时,横向也得以冷却。但稍有不当地,容易导致横向和纵向束流的“加热”。

感谢东京大学核研所(CNS)的 T. Katayama 教授以及中国科学院近代物理研究所刘航博士、原有进博士的有益讨论。

到一定程度时,即最优增益所需输出功率小于放大器能提供的功率时,系统开始工作在最优状态。由图 2 可以看出放大器最优增益随时间的变化曲线。

图 3 显示出冷却时间与离子数的关系。随着离子数的增加,冷却速度减慢。这里的冷却时间是指束流动量分散从 $\pm 0.5\%$ 到 $\pm 0.1\%$ 的时间。当束流动量分散减小到一定程度时,电子冷却力将超过随机冷却力而起主导作用。图 4 给出了放大器功率与冷却时间的关系,离子个数为 10^6 。由图可以看出,增加

参 考 文 献

- 1 Mhol D et al. Physics Report, 1980, **58**(2):73—119
- 2 Katayama T et al. Particle Accelerator, 1987, **21**:99—120
- 3 Goldberg D et al. LBL-31664, 1992
- 4 Caspers F. The XVI RCNP Osaka International Symposium on Multi-GeV High-Performance Accelerators and Related Technology, 1997. 54—61

Simulation of Stochastic Momentum Cooling Process With Palmer Method in a Storage Ring

Gu Wei Zhang Wenzhi Xia Jiawen

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Abstract For the proposed Lanzhou Heavy Ion Cooler Storage Ring (HIRFL-CSR), stochastic cooling is studied to improve the beam quality and increase the luminosity. The longitudinal stochastic cooling process of a stored beam with Palmer method is simulated, based on the Fokker-Planck equation. Optimum gain is obtained and applied during the simulation with the designed hardware parameters. The results are discussed.

Key words stochastic cooling, Fokker-Planck equation, optimum gain