

## $A \approx 190$ 区超形变带自旋指定的 再讨论(II)奇 $A$ 核\*

吴崇试<sup>1)</sup> 李中华

(北京大学物理系 北京 100871)

**摘要** 改进了从 $\gamma$ 跃迁能量中扣除振荡起伏部分的方法. 在此基础上, 采用  $ab$  公式或改进的  $ab$  公式, 系统地讨论了  $A \approx 190$  区奇 $A$ 核中的超形变带, 给出了绝大多数超形变带的自旋值. 部分超形变带的自旋指定值不同于其它方法得到的结果.

**关键词** 超形变带 跃迁能量的光滑化 自旋指定  $ab$  公式

在最近的文献 [1—4] 中, 提出了超形变带自旋指定方法的两种改进方案. 一种改进是将跃迁能量  $E_\gamma(I) \equiv E_\gamma(I+2 \rightarrow I)$  划分为振荡起伏部分  $f_\gamma^{\text{osc}}(I)$  和光滑变化部分  $\bar{E}_\gamma(I)$ ,

$$E_\gamma(I) = f_\gamma^{\text{osc}}(I) + \bar{E}_\gamma(I). \quad (1)$$

采用适当的方法定出  $f_\gamma^{\text{osc}}(I)$ , 而后用  $ab$  公式拟合光滑化了的跃迁能量  $\bar{E}_\gamma(I)$ . 在文献 [2] 中, 采用这种改进方法 (以下称为改进的  $ab$  拟合方法 I, 简称“改进 I”) 讨论了  $A \approx 190$  区偶偶核中的超形变带. 这个方法, 可能特别适合于  $A \approx 150$  区超形变带的自旋指定, 因为它们的跃迁能量数据中普遍表现出大幅度的振荡起伏, 而单纯的  $ab$  拟合不可能得到满意的结果. 另一种改进是考虑到奇质量超形变带中跃迁能量的  $\Delta I = 1$  颤动现象, 将  $ab$  公式推广为改进的  $ab$  公式,

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1] + (-)^{I+1/2} \left( I + \frac{1}{2} \right) A[a_1 - b_1 I(I+1)], \quad A = ab/2, \quad (2)$$

而后采用同一套参数对一对旋称伙伴带同时进行拟合. 在文献 [3, 4] 中, 采用这种方法 (以下称为改进的  $ab$  拟合方法 II, 简称“改进 II”) 讨论了  $A \approx 190$  区中的 15 对奇质量超形变带. 和文献 [1—4] 不同之处是, 本文将同时采用这两种改进方案, 全面地讨论  $A \approx 190$  区中的全部奇质量超形变带, 包括收集到的新的超形变带. 对于一般的超形变带, 采用改进 I; 对于旋称伙伴带, 则采用改进 I + II.

1988-06-11 收稿

\* 国家自然科学基金 (19677203) 资助

1) 中国科学院理论物理研究所客座

为了从实验测得的  $E_\gamma(I)$  中提取  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$ , 可以先求  $E_\gamma(I)$  的四级差分,

$$\Delta^4 E_\gamma(I) = \frac{3}{8} \left\{ E_\gamma(I) - \frac{1}{6} \left[ 4E_\gamma(I+2) + 4E_\gamma(I-2) - E_\gamma(I+4) - E_\gamma(I-4) \right] \right\} = \frac{1}{16} \left[ E_\gamma(I+4) - 4E_\gamma(I+2) + 6E_\gamma(I) - 4E_\gamma(I-2) + E_\gamma(I-4) \right]. \quad (3)$$

容易理解, 在  $\bar{E}_\gamma(I)$  为典型的转动谱的前提下,  $\Delta^4 E_\gamma(I)$  几乎完全是由来自  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  的贡献决定的<sup>[5]</sup>, 即近似地有

$$\Delta^4 E_\gamma(I) = \Delta^4 f_\gamma^{\text{nuc}}(I).$$

所以, 就可以由  $\Delta^4 E_\gamma(I)$  的实验值反推出  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$ . 这相当于是一个积分的过程, 解  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  并不唯一, 不同解之间相差一个  $I$  的三次多项式,

$$c_0 + c_1 I + c_2 I^2 + c_3 I^3 \equiv c'_0 + c'_1 (I - I_0) + c'_2 (I - I_0)^2 + c'_3 (I - I_0)^3.$$

值得注意的是, 这里由  $\Delta^4 E_\gamma(I)$  求  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  的过程并不依赖于自旋值的指定. 在文献 [1, 2] 中, 曾经提出了挑选  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  的一种特殊办法. 但是, 这样求出的  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  值较大 (例如, 对于  $^{194}\text{Hg}$  的超形变带, 高达  $10\text{keV}$ <sup>[1]</sup>), 因此可能并不完全合理. 正是基于这种考虑, 本文改为由  $\Delta^4 E_\gamma(I)$  求  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  的极小值. 对于  $A \approx 190$  区奇  $A$  核中的绝大多数超形变带,  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  值都在  $1\text{keV}$  之内. 个别超形变带 (如  $^{195}\text{Hg}(3)$ ),  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  值可以达到  $3\text{keV}$ . 在图 1 中给出了部分超形变带的  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  值. 图 2 还给出了根据原始的跃迁能量  $E_\gamma(I)$  测量值以光滑化后的跃迁能量值  $\bar{E}_\gamma(I)$  提取的第二类转动惯量  $\mathcal{J}^{(2)}$ , 从中可以形象直观地看到这种光滑化处理的合理性.

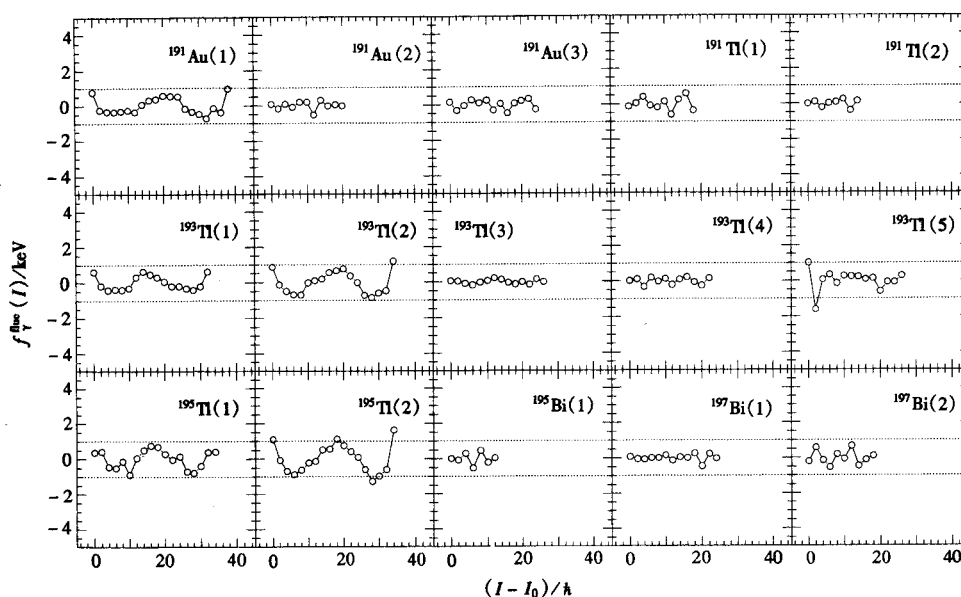


图1  $A \approx 190$  区部分奇质量超形变带的  $f_\gamma^{\text{nuc}}(I)$  值  
跃迁能量的实验值均取自文献[6, 7].

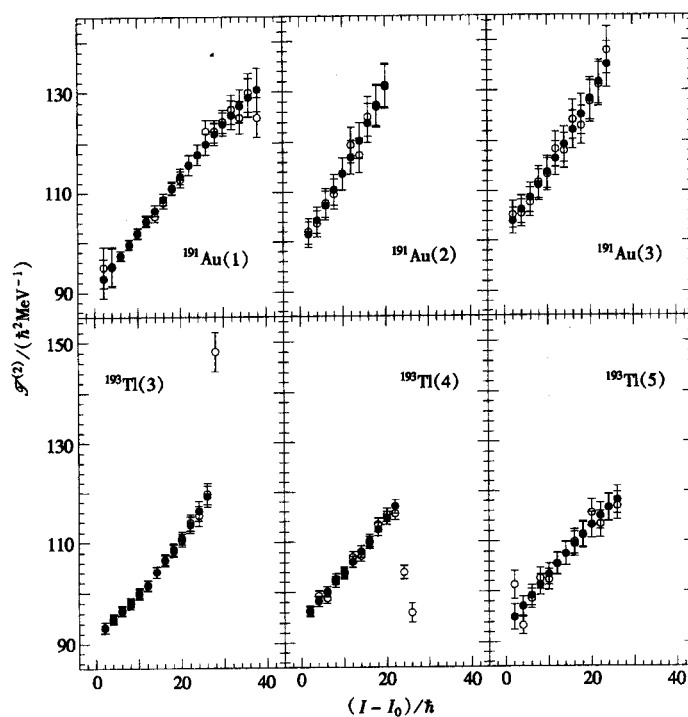


图2 “光滑化”前后部分奇质量超形变带的第二类转动惯量

○和●分别表示光滑化前和光滑后的第二类转动惯量值。

表1  $A \approx 190$  区部分奇质量超形变带的自旋指定<sup>a)</sup>

超形变带	$E_\gamma(I_0)/\text{keV}$	指定的自旋值 $I_0/\hbar$				CBM <sup>1)</sup>	其它
		$ab$ 拟合	改进 I	改进 II	改进 I + II		
$^{191}\text{Au}(1)$	228.9	19/2	19/2			19/2	19/2 <sup>[8]</sup>
(2)	397.8	35/2	35/2			35/2	35/2 <sup>[7]</sup>
(3)	382.7	35/2	35/2			33/2	33/2 <sup>[7]</sup>
$^{189}\text{Hg}(1)$	366.2	31/2	31/2			31/2	31/2 <sup>[8]</sup>
$^{191}\text{Hg}(1)$	310.9	27/2	27/2			27/2	25/2 <sup>[8]</sup> , 31/2 <sup>[9]</sup>
(4)	280.9	21/2	21/2			21/2	25/2 <sup>[9]</sup>
$^{193}\text{Hg}(4)^b$	291.0	27/2	27/2			27/2	27/2 <sup>[8]</sup>
(5)	240.5	19/2	19/2			19/2	21/2 <sup>[8]</sup>
$^{193}\text{Tl}(3)$	187.7	15/2	15/2			15/2	
(4)	250.6	21/2	21/2	21/2	21/2	21/2	
(5)	231.0	19/2	19/2	19/2	19/2	19/2	
$^{193}\text{Pb}(1)$	277.2	23/2, 25/2	23/2, 25/2			25/2	27/2 <sup>[8]</sup>
(2)	190.5	15/2	15/2			15/2	17/2 <sup>[8]</sup>
$^{195}\text{Bi}(1)$	261.1	21/2, 23/2	21/2, 23/2			21/2	

a) 跃迁能量的实验值均取自文献[6, 7];

b) 在定自旋时, 需考虑与 $^{193}\text{Hg}(1)$ 之间的带交叉, 在文献[10]中已有详细讨论。

1) 周善贵, 北京大学博士学位论文, 1998

一旦定出了  $f_{\gamma}^{\text{nucl}}(I)$  值, 当然也就求出了光滑变化的  $\bar{E}_{\gamma}(I)$ . 而后, 采用  $ab$  公式或改进的  $ab$  公式拟合, 就可以定出超形变带的自旋值. 实际计算表明, 由于本文定出的  $f_{\gamma}^{\text{nucl}}(I)$  值不大, 因此, 对于文献 [3, 4] 中讨论过的 14 对旋称伙伴带, 除了拟合参数略有变化外, 无论采用改进 II 或改进 I + II, 定出的自旋值都完全相同. 为了节约篇幅, 下面只讨论这些旋称伙伴带之外的 14 条超形变带.

表 1 和表 2 中列出了这 14 条超形变带的自旋指定值以及得到的拟合参数. 可以看到, 不论采用简单的  $ab$  拟合, 或是采用改进的  $ab$  拟合 I, 定出的自旋值完全相同. 而且, 除了  $^{191}\text{Au}(3)$  之外, 和采用推转 Bohr-Mottelson (CBM) 模型定出的自旋值<sup>1)</sup>也相同. 这里值得提到  $^{195}\text{Tl}$  的 3 条新的超形变带<sup>[6]</sup>, 从定出的自旋值来看, 第 3 带与第 4 带或第 4 带与第 5 带都可能构成旋称伙伴带; 但从拟合参数看, 第 4 带的带首转动惯量  $\mathcal{J}_0$  和参数  $a^2b$  更接近于第 5 带, 因此, 把第 4 带和第 5 带看成是一对旋称伙伴带可能更合理些.

表2  $A \approx 190$  区部分奇质量超形变带的拟合参数

超形变带	$a(\times 10^4)/\text{keV}$	$b(\times 10^{-4})$	$\mathcal{J}_0 = \hbar^2/ab/(\hbar^2\text{MeV}^{-1})$	$a^2b(\times 10^4)/\text{keV}^2$	附 注
$^{191}\text{Au}(1)$	7.1666	1.4712	94.845	75.561	
(2)	5.8421	1.8534	92.356	63.257	
(3)	7.1660	1.4431	96.699	74.106	
$^{189}\text{Hg}(1)$	7.6760	1.4352	90.770	84.566	
$^{191}\text{Hg}(1)$	8.8893	1.1843	94.990	93.581	
(4)	5.9600	1.9757	84.927	70.177	
$^{193}\text{Hg}(4)$	-7.8616	-1.1388	111.693	-70.386	
(5)	10.2647	1.0631	93.639	112.013	
$^{193}\text{Tl}(3)$	7.4566	1.4273	93.961	79.358	
(4)	7.2614	1.4581	94.447	76.883	
(5)	7.3929	1.4325	94.423	78.295	
(4,5)	7.3324	1.4441	94.438	77.642	
$^{193}\text{Pb}(1)$	50.5711	0.1974	100.184	504.784	$I_0=25/2$
	11.9829	0.9877	94.012	127.461	$I_0=23/2$
(2)	29.7588	0.3585	93.725	317.512	
$^{195}\text{Bi}(1)$	4.3406	2.5418	90.637	47.889	$I_0=21/2$
	13.5160	0.7508	98.543	137.158	$I_0=23/2$

还值得提到  $^{191}\text{Au}$  的 3 条超形变带. 按照简单的  $ab$  拟合, 或是改进 I, 定出的  $I_0$  值全都对应于同一个旋称值. 从我们的计算结果看, 指定这 3 个带的  $I_0 = 19/2, 35/2$  和  $35/2$ , 可以得到跃迁能量的最佳拟合. 而如果把  $I_0$  值改变  $\pm \hbar$ , 拟合的相对误差就将增大 4 倍 (见图 3). 在文献 [7] 中, 把第 2 带和第 3 带看成是旋称伙伴带,  $I_0$  值取为  $35/2$  和  $33/2$ . 然而, 如果按照这一指定, 利用改进 I + II 同时拟合第 2 带和第 3 带并不能得到满意的拟合结果:  $I_0 = (35/3, 33/2)$  和  $(37/2, 35/2)$  时的相对偏差几乎相等 (见图 3(d)), 这其实是因为这两个带的  $I_0$  值均取  $35/2$  时有最佳的拟合结果. CBM 模型也有类似的结果<sup>1)</sup>, 当第

1) 周善贵, 北京大学博士学位论文, 1998

2 带和第 3 带的最低能级自旋值为 17.03 和 16.96 时, 有最佳的拟合结果, 所以, 实在难以确定这两个带的  $I_0$  值到底应当取  $33/2$  或  $35/2$ 。

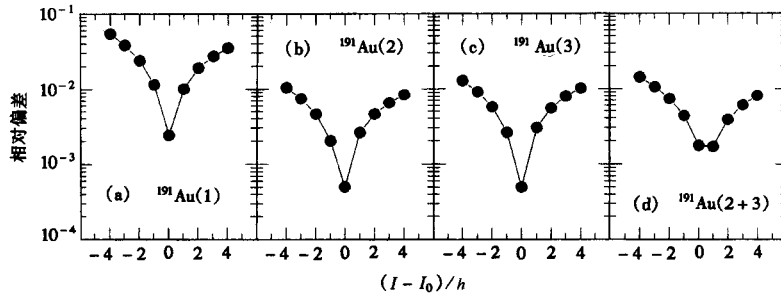


图3  $^{191}\text{Au}$ 超形变带跃迁能量的拟合误差

对于 $^{191}\text{Hg}$ 的第1带和第4带, 我们定出的自旋值和CBM模型的结果相同, 但与吴成礼等<sup>[8]</sup>及Carpenter等<sup>[9]</sup>的结果不同. 吴成礼等人采用和 $^{192}\text{Hg}(1)$ 的跃迁能量相比较的办法, 估计出 $^{191}\text{Hg}(1)$ 的最低能级为 $I_0 = 25/2$ . 但正如在文献[2]中指出的, 这种做法取决于两个前提条件: 一是作为比照标准的 $^{192}\text{Hg}(1)$ 的自旋值已知, 至少应该能无争议地定出; 二是两个超形变带的转动惯量在大范围内都非常接近. 撇开第一个条件不谈, 第二个条件看来也并不满足.  $^{191}\text{Hg}(1)$ 的 $\mathcal{J}^{(2)} \approx (100-120)\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ , 而在同样的转动频率范围内,  $^{192}\text{Hg}(1)$ 的 $\mathcal{J}^{(2)}$ 值为 $(100-130)\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ , 两者的变化趋势有明显的差异. 文献[9]还进一步把 $^{191}\text{Hg}$ 的第1带和第4带看成是旋称伙伴带, 把它们的 $I_0$ 值取为 $31/2$ 和 $25/2$ (比我们的结果大 $2\hbar$ ). 但从该文可以看出, 这两个带的 $\mathcal{J}^{(2)}$ 相差很大. 根据 $ab$ 拟合的结果(见表2), 它们的带首转动惯量 $\mathcal{J}_0$ 分别为 $95$ 和 $85\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ , 也说明这两个超形变带不大可能是一对旋称伙伴带. 进一步的“改进 I + II”计算表明, 这两个带的跃迁能量并不满足(2)式所描述的旋称伙伴带的关系, 表现为拟合时的误差相当大. 而且, 在拟合中出现了异常大的脱耦合项( $a_1 \approx -1.6$ ,  $b_1 \approx 1.8 \times 10^{-4}$ ), 这么大的 $a_1$ 值在 $A \approx 190$ 区的超形变带中是绝无仅有的.

关于 $^{193}\text{Pb}$ 的第1带与第2带, 在文献[4]中已经讨论过. 在扣除了跃迁能量中的振荡起伏部分后, 结论没有什么变化. 根据本文的“改进 I”计算,  $^{193}\text{Pb}(2)$ 的最低能级的自旋值应为 $15/2$ , 但 $^{193}\text{Pb}(1)$ 的自旋值并不能完全确定: 当 $I_0 = 25/2$ 与 $23/2$ 时, 拟合的相对误差相差不大. 而且, 从表2中列出的拟合参数可以看出, 即使取 $^{193}\text{Pb}(1)$ 的 $I_0 = 25/2$ , 它和 $^{193}\text{Pb}(2)$ 也不大可能构成旋称伙伴带.

最后需要指出, 本文中用到的超形变带自旋指定方法涉及 $f_{\gamma}^{\text{nucl}}(I)$ 值的提取问题. 从实用的角度看, 这种提取方法是合理的、可行的. 正如由图2可以看到的, 这相当于对 $\mathcal{J}^{(2)}$ 的实验提取值作光滑化的处理. 但是, 从 $\Delta^4 E_{\gamma}(I)$ 反推 $f_{\gamma}^{\text{nucl}}(I)$ 的结果并不唯一. 提取的 $f_{\gamma}^{\text{nucl}}(I)$ 值不同, 得到的 $\bar{E}_{\gamma}(I)$ 当然也不同, 在此基础上定出的超形变带的自旋值就有可能不同. 另一方面, 从图1中可以看出, 现在定出的 $f_{\gamma}^{\text{nucl}}(I)$ 值本身多数并不是正负交错的. 事实上, 所谓超形变带跃迁能量中的 $\Delta I = 4$ 分岔现象完全可以来自其它物理因素. 例如, 在转动带中, 如果转动惯量有一个跃变, 那么, 在跃迁能量随自旋的变化曲线上, 就会出现

$\delta$ 函数形式的峰或谷,在 $\Delta^4 E_\gamma(I)$ 中就会出现 $\delta^{(4)}$ -函数式的局部振荡起伏. 这个问题,超出了本文的范围,这里不再赘述. 至于本文定出的 $f_\gamma^{\text{fluc}}(I)$ ,应该说,可能还(至少部分地)包括了实验测量的误差.

### 参 考 文 献

- 1 Wu Chongshi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, 22:48—54  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1998, 22: 48—54)
- 2 Wu Chongshi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, 22:71—77  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1998, 22: 71—77)
- 3 Wu Chongshi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, 21:621—626  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1997, 21: 621~626)
- 4 Wu C S, Zhou Z N. Phys. Rev., 1997, C56:1814—1840
- 5 Wu Chongshi, Zhou Zhining, Li Song. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, 20:391—397  
(吴崇试, 周治宁, 李 松. 高能物理与核物理, 1996, 20: 1028—1033)
- 6 Singh B, Firestone R B, Chu S Y F. Nucl. Data Sheets, 1996, 78:1—218
- 7 Schück C, Gueorguieva E, Lopez-Martens A et al. Phys. Rev., 1997, C56:R1667—1670
- 8 Han X L, Wu C L. At. Data Nucl. Data Tables, 1996, 63:117—186
- 9 Carpenter M P, Janssens R V F, Cederwall B et al. Phys. Rev., 1995, C51:2400—2405
- 10 Wu C S, Zeng J Y, Xing Z et al. Phys. Rev., 1992, C45:261—274

## Re-discussion of the Spin Assignments of the Superdeformed Bands in $A \approx 190$ Region (II) Odd Superdeformed Nuclei\*

Wu Chongshi<sup>1)</sup> Li Zhonghua

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871)

**Abstract** The influence of the  $\Delta I = 1$  staggering and the fluctuation in observed  $\gamma$ -transition energies on the spin assignments of superdeformed bands is taken into account properly. An improved approach for removing the fluctuations from the observed  $\gamma$  transition energies is proposed. The smoothed transition energies are fitted by the *ab* expression or its modification to assign the spins of the superdeformed bands in the odd-*A* nuclei in  $A \approx 190$  region. The assigned spins for some superdeformed bands are different from those given in other approaches.

**Key words** superdeformed band, smoothed  $\gamma$ -transition energies, spin assignment, *ab*-expression

Received 11 June 1998

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19677203)

1) Guest Researcher of the Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Science