

# 重离子碰撞两体关联输运理论的 初步结果和守恒定律<sup>\*</sup>

陈 波<sup>1,2</sup> 刘建业<sup>1,2</sup> 刘 航<sup>1,2</sup> 王顺金<sup>1,3</sup>  
李希国<sup>1,2</sup> 左 维<sup>1,2</sup>

1(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心 兰州 730000)

2(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

3(西南交通大学近代物理研究所 成都 610031)

**摘要** 为检验重离子碰撞的两体关联输运理论,对在各种不同相互作用条件下的理论计算结果进行了比较和分析,同时对重离子碰撞过程的守恒定律进行了计算和讨论。计算结果表明,物理量的时间演化过程,符合重离子碰撞动力学过程的一般行为。

**关键词** 重离子碰撞 输运理论 两体关联

## 1 引言

近年来,在研究重离子碰撞动力学领域的过程中,各种重离子碰撞输运理论相继建立。其中最成功的有两类:一是量子分子动力学系列,它包括 QMD<sup>[1]</sup>、AMD<sup>[2]</sup>、FMD<sup>[3]</sup>和 MQMD<sup>[4]</sup>等。这些模型广泛应用于非均匀核物质和多重碎裂的理论计算,但用量子多体理论推导出 QMD 的输运方程还未解决,理论基础有待进一步研究;另一类是 Boltzmann 方程系列,其中包括 BUU<sup>[5]</sup> 和 B-L 方程等。这些理论描述重离子碰撞动力学过程中的平均物理量取得很大成功,但由于 BUU 的数值计算中采取了蒙特卡罗抽样和试验粒子的方法,系统平均时丢失了重离子碰撞的涨落和关联效应,因而无法描述重离子碰撞中的多重碎裂现象。B-L 方程也仅是包含了部分涨落和关联。

因此从量子多体理论出发,建立一种描述中能重离子碰撞动力学过程的自治量子输运理论,来克服上述理论的不足,是很有必要的。在文献 [6, 7] 中基于王顺金等<sup>[8]</sup>建立的两体关联动力学理论(TBCD),选择时间相关的相干单粒子波函数作为工作表象,推导出了

1998-07-03收稿

\* 国家自然科学基金(19775057),中国科学院九五基础性研究重大项目(KJ951-A1-410)和中国科学院院长特别基金资助

两体关联运输理论(TBCTT). 这样选择单粒子基就成为 TBCTT 的一个重要问题. 根据 J. Aichelin 等<sup>[9]</sup>的计算结果表明: QMD 的平均场(MF)所得到的结果与 TDHF 和 Vlasov 方程的计算结果基本一致. 本文的计算结果是为了检验 TBCTT, 所以选择了 QMD 删去碰撞项来得到时间相干单粒子态作为 TBCTT 的工作表象. 关于 TBCTT 仅含 Skyme 两体势的一些计算结果与 QMD 结果已有详细比较<sup>[10]</sup>, 本文不再讨论. 但由于核是个有限多体系统, 加之库仑作用在描述重离子碰撞多重碎裂过程中的重要作用, 所以本文进一步加入 Yukawa 势、库仑势以及 Skyme 三体势, 比较它们之间的影响, 同时对碰撞动力学过程中的守恒定律进行了讨论. 比较表明, 有关物理量的时间演化过程定性地反映了重离子碰撞的动力学过程.

## 2 模型

这里仅简单回顾一下 TBCTT 的基本要点, 详细情况请参阅文献 [6, 7].

在非相对论情况下任何封闭系统都可由 A 体密度矩阵  $\rho_A(t)$  通过 Von-Neumann 方程来描述, 它等价于一系列约化密度矩阵  $\rho_n$  方程, 即 BBGKY 系列. 引入一个非线性变换把  $\rho_n$  中的关联和非关联部分分开, 忽略  $n \geq 3$  的关联, 得到关于一体密度矩阵  $\rho$  和两体关联函数  $c_2$  的方程, 此即 TBCD 方程<sup>[8]</sup>. TBCD 包含时间相关的平均场、两体关联和泡利原理, 因此可以为重离子碰撞动力学过程提供一个好的理论基础.

TBCD 中的密度矩阵  $\rho$  和两体关联函数  $c_2$  可用正交单粒子基  $\psi_\alpha$  进行轨道展开

$$\rho(11'; t) = \sum_{\alpha\beta} n_{\alpha\beta}(t) \psi_\alpha(1) \psi_\beta^*(1'), \quad (1)$$

$$c_2(12, 1' 2'; t) = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} f_{\alpha\beta\gamma\delta}(t) \psi_\alpha(1) \psi_\beta(2) \psi_\gamma^*(1') \psi_\delta^*(2'), \quad (2)$$

这里的  $\psi_\alpha$  可以通过由 QMD 的平均场方程求得的非正交单粒子基  $\varphi_{z_i}$  展开<sup>[11]</sup>  $|\psi_\alpha\rangle = \sum_i d_{i\alpha}^{-1/2} |\varphi_{z_i}\rangle$ , 从方程(1)、(2)和两体关联动力学方程就可得到一组动力学耦合方程组如下

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} n_{\alpha\beta}(t) = \sum_\gamma [T_{\alpha\beta\gamma}^1(t) + E_{\alpha\beta\gamma}^1(t)] + \sum_{\alpha'\beta'\gamma'} f_{\alpha'\beta'\gamma'\delta}(t) \langle \alpha\gamma' | v | \alpha'\beta' \rangle - f_{\alpha'\beta'\alpha'\gamma'}(t) \langle \alpha'\gamma' | v | \beta\beta' \rangle, \quad (3)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} f_{\alpha\beta\delta\gamma}(t) = \sum_\mu [T_{\alpha\beta\gamma\delta\mu}^2(t) + E_{\alpha\beta\gamma\delta\mu}^2(t)] + \sum_{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} [B_{\alpha\beta\delta\gamma\alpha'\beta'\gamma'\delta'} + P_{\alpha\beta\delta\gamma\alpha'\beta'\gamma'\delta'} + H_{\alpha\beta\delta\gamma\alpha'\beta'\gamma'\delta'}], \quad (4)$$

方程(3)中的  $T^1$  和  $E^1$  项以及方程(4)中的  $T^2$  和  $E^2$  项, 是 TDHF 被 QMD 的平均场代替后得到的修正项, 如果推导中利用 TDHF 方程, 这些项就自动抵消. 方程(4)中  $B$  项是低阶粒

子-粒子关联即 Born 项,  $H$  项是粒子-空穴关联,  $P$  项是高阶粒子-粒子关联. 更为详细的情况请参阅文献 [6, 7]. 方程(3)、(4)和平均场方程一起构成了 TBCTT 的基本运动方程. 求解方程(3)、方程(4)和平均场方程即可求得一体密度矩阵  $\rho$  和两体关联函数  $c_2$ , 从而求得两体密度矩阵  $\rho_2$ , 原则上就可计算所有的一元型和二元型物理观测量.

### 3 理论计算结果的分析和讨论

众所周知, QMD 已比较成功地描述了重离子碰撞中的非均匀核物质动力学过程. 本文作为对 TBCTT 的初步检验, 首先数值解 QMD 的平均场方程, 得到非正交的时间相干单粒子基  $\varphi_z$ , 其中的平均场取如下形式

$$U = U^{\text{Sky}} + U^{\text{Yuk}} + U^{\text{Coul}} + U^{\text{Sym}} + U^{\text{Pauli}}, \quad (5)$$

这里  $U^{\text{Sky}}$ 、 $U^{\text{Yuk}}$ 、 $U^{\text{Coul}}$ 、 $U^{\text{Sym}}$  和  $U^{\text{Pauli}}$  分别是 Skyme、Yukawa、库仑、对称和泡利势, 这些有效相互作用仅在 QMD 和 QMD 删去碰撞项的计算中应用. 而方程(3)和方程(4)中相互作用矩阵元中的相互作用形式如下

$$V^{\text{Sky}} = t_0 \delta(r_1 - r_2) + \frac{t_1}{6} \delta(r_1 - r_2) \rho \left( \frac{r_1 + r_2}{2} \right), \quad (6a)$$

$$V^{\text{Coul}} = \frac{e^2 z_1 z_2}{|r_1 - r_2|}, \quad (6b)$$

$$V^{\text{Yuk}} = t_2 m \exp \left\{ - |r_1 - r_2| / m \right\} / |r_1 - r_2|, \quad (6c)$$

其中  $V^{\text{Sky}}$ 、 $V^{\text{Coul}}$  和  $V^{\text{Yuk}}$  分别是 Skyme、库仑和 Yukawa 相互作用. 数值计算中, 对于 QMD 和平均场而言, 所有势参数完全相同, 这些参数在用冷却摩擦方法确定核基态时给定. 而 TBCTT 的关联计算中在于调节剩余相互作用参数  $t_0$ 、 $t_1$  和  $t_2$ , 这些参数是通过与 QMD 比较单粒子动量分布  $Q_{zz}$  的数值来确定, 因为 QMD 在这方面有较成功的描述.

QMD 中单粒子波函数的数目等于碰撞系统的粒子数, 而 TBCTT 主要处理两体关联, 用于构成组态空间基矢的数目必须大于碰撞系统的粒子数, 否则关联效应无法发展. 另一方面原则上(1)式和(2)式应该在整个 Hilbert 空间展开, 但实际计算必须截断在一定大小组态空间进行. 本文的计算是对  ${}^6\text{Li} + {}^{10}\text{B}$  系统进行的, 将这个碰撞系统的 Hilbert 空间的波函数扩大到  ${}^{10}\text{B} + {}^{10}\text{B}$ , 即利用摩擦冷却方法分别得到  ${}^6\text{Li}$  和  ${}^{10}\text{B}$  的合理基态, 然后从  ${}^{10}\text{B} + {}^{10}\text{B}$  中选取 4 个中子和 4 个质子态并合到  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  中去构成本文计算的组态空间, 初始时刻, 并合进去的态的占据数为 0, 而  ${}^6\text{Li}$  单粒子态的初始占据数为 1, 最后是按占据数  $n_{\alpha\alpha}$  的大小来挑出 12 个单粒子态作为  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  的物理态. 求解 TBCTT 的方程得到每一时刻的  $n_{\alpha\beta}$  和  $f_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , 对  $n_{\alpha\beta}$  进行对角化, 就得到相应的  $n_{\alpha\alpha}$  和相应的  $\bar{\psi}_\alpha$

$$n_{\alpha\alpha} = \sum_{\alpha' \beta'} U_{\alpha' \alpha}^* n_{\alpha' \beta'} U_{\beta' \alpha}, \quad (7)$$

从而可以得到单粒子平均坐标和动量

$$\langle \mathbf{r}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha' \beta'} U_{\alpha' \alpha}^* \langle \alpha' | \mathbf{r} | \beta' \rangle U_{\beta' \alpha}, \quad (8)$$

$$\langle \mathbf{p}_\alpha \rangle = \sum_{\alpha' \beta'} U_{\alpha' \alpha}^* \langle \alpha' | \mathbf{p} | \beta' \rangle U_{\beta' \alpha}, \quad (9)$$

这里  $\langle \mathbf{q}_\alpha \rangle = \langle \bar{\psi}_\alpha | \mathbf{q} | \psi_\alpha \rangle$ . 与 QMD 类似, 从这些单粒子平均动量和坐标就可计算有关物理观测量.

守恒定律是重离子碰撞动力学过程中的重要定律, 本文对此也进行了计算, 守恒定律的表达式

$$\langle E \rangle = \text{Tr}(t\rho_1) + \text{Tr}(v(12)\rho_2), \quad (10)$$

$$N = \sum_\lambda n_{\lambda\lambda}, \quad (11)$$

$$\langle p_\alpha \rangle = \text{Tr}(\rho_1 p_\alpha) = \sum_{ij} n_{ij} \langle j | p_\alpha | i \rangle, \quad \alpha = x, y, z. \quad (12)$$

下面将对 TBCTT 的一些理论计算进行分析和讨论, 本文的计算都是对  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  碰撞系统进行的.  $Q_{zz}$  的表达式如下

$$Q_{zz} = \text{Tr}(\rho(2p_z^2 - p_x^2 - p_y^2)). \quad (13)$$

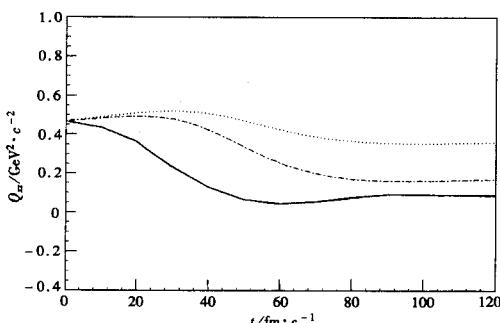


图 1 核子动量分布四极矩  $Q_{zz}$  关于 3 种情况的时间演化  
··· MF, —··· V<sup>Sky</sup>, ——— TBCTT.

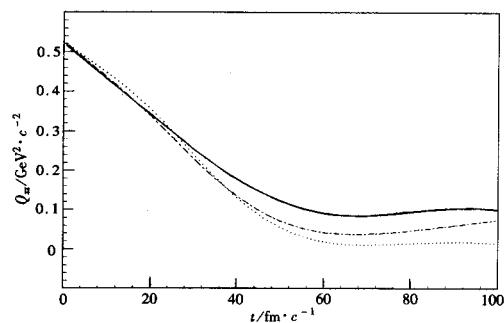


图 2  $Q_{zz}$  在 3 种不同相互作用下的时间演化  
···  $V = V^{\text{Sky}}$ , —···  $V = V^{\text{Sky}} + V^{\text{Coul}}$ ,  
——  $V = V^{\text{Sky}} + V^{\text{Coul}} + V^{\text{Yuk}}$ .

图 1 是核子动量分布四极矩  $Q_{zz}$  的时间演化过程. 当入射能量为  $E_{\text{lab}} = 40\text{MeV/u}$  和  $b = 0\text{fm}$  时, 随着时间的演化, TBCTT 和 QMD 的趋势基本一致. 平均场基本没有动力学耗散, 而 TBCTT 考虑 Skyme、Yukawa 和库仑势的结果与 QMD 定性趋势相同, 均表现出明显动力学耗散, 并且随着时间的延伸, 均趋于稳定. 图 2 是 TBCTT 在各种不同相互作用时  $Q_{zz}$  的时间演化, 入射能量  $E_{\text{lab}} = 40\text{MeV/u}$ ,  $b = 0\text{fm}$ . 从中可以看出, 在  $t < 60\text{fm}/c$  时, 仅含 Skyme 相互作用的耗散过程最强, 核子的碰撞最激烈; 而加入库仑作用后, 质子与质子间多了排斥作用, 导致核子间的碰撞减弱, 从而使耗散变小; 再加入 Yukawa 作用后, 增强了边界的弥散效应, 边界密度小, 进一步减弱核子间的碰撞使动量的传递减少, 从而

降低了耗散过程。图3给出了不同入射能量  $E_{\text{lab}} = 40 \text{ MeV/u}$ ,  $120 \text{ MeV/u}$  下 TBCTT 的  $Q_{zz}$  的时间演化过程。当入射能量增加  $t < 60 \text{ fm}/c$  时,  $Q_{zz}$  随碰撞时间的增加而下降的过程变得越陡, 即随入射能量的增加, 核子间的碰撞变得更为激烈, 耗散过程增强。这与现有输运理论如 QMD 所描述的重离子碰撞动力学过程相同。总之, 在考虑不同相互作用和有限组态空间的计算结果表明, TBCTT 能给出中能重离子碰撞动力学耗散过程的合理描述。

下面是对守恒定律的一些讨论, 入射能量均为  $E_{\text{lab}} = 40 \text{ MeV/u}$ ,  $b = 0 \text{ fm}$ 。

关于能量守恒的计算, 由图4可以看出, 在  $20 \text{ fm}/c < t < 60 \text{ fm}/c$  时, 总能量出现大的波动, 同样 QMD 的平均场演化时能量由于核物质压缩就有大的起伏, 加入关联以后, 核物质间的压缩愈加激烈, 必然导致能量起伏进一步放大。就是说, 总能量守恒不好, 主要由 QMD 的平均场引起的, 如采用自治方法有可能会消除这种现象。因为本文计算没有将平均场方程与两体关联动力学进行自治耦合, 而是分别确定参数, 故 QMD 去掉碰撞项的平均场势必将 QMD 的固有困难自动带入。而数值计算对平均场与 TBCD 自治耦合在文献 [12] 中所做的计算, 严格的保持了能量守恒, 但由于碰撞系统太轻, 仅考虑两体 Skyme 过

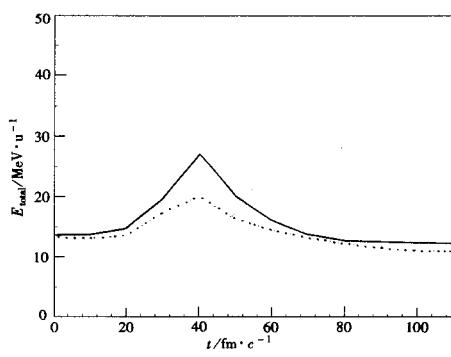


图4 总能量在 MF 和 TBCTT 下的时间演化

—— $E_{\text{lab}} = 120 \text{ MeV} \cdot \text{u}^{-1}$ , ····  $E_{\text{lab}} = 40 \text{ MeV} \cdot \text{u}^{-1}$ .

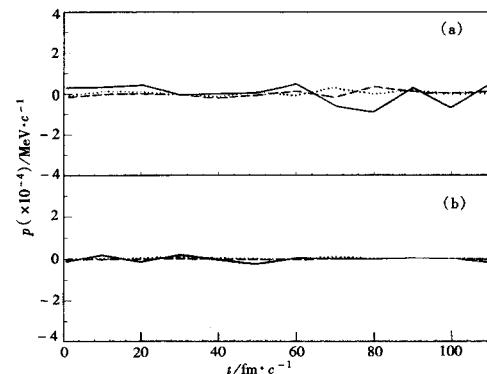


图5 总动量关于 MF(a) 和 TBCTT(b)

的时间演化

·····  $p_x$ , -----  $p_y$ , ——  $p_z$ .

表1 总粒子数随时间的演化

| $t / (\text{fm} \cdot \text{c}^{-1})$ | 总粒子数<br>(MF) | 总粒子数<br>(TBCTT) | $t / (\text{fm} \cdot \text{c}^{-1})$ | 总粒子数<br>(MF) | 总粒子数<br>(TBCTT) |
|---------------------------------------|--------------|-----------------|---------------------------------------|--------------|-----------------|
| 0                                     | 12           | 12              | 80                                    | 12           | 12              |
| 20                                    | 12           | 12              | 120                                   | 12           | 12              |
| 40                                    | 12           | 12              |                                       |              |                 |

于简单, 考虑库仑、Yukawa 相互作用的自治计算正在进行中. 图 5 是动量演化过程, 保持了较好的守恒. 表 1 所示在相同条件下的粒子数保持了严格的守恒.

## 4 小结

本文计算并比较了 QMD、TBCTT 在不同相互作用下的动量四极矩  $Q_z$  的时间演化过程, TBCTT 和 QMD 给出了几乎一致的耗散行为. 随着剩余相互作用的不断加全, TBCTT 给出了符合重离子碰撞过程和系统耗散行为的合理描述, 这说明, TBCTT 是一个具有良好发展前途的中能重离子碰撞输运理论. 然而, 对守恒定律的计算结果表明, 扩大的组态空间是可行的, 总粒子数和总动量守恒很好, 能量守恒不尽如人意. 本文仅是对非耦合的 TBCTT 的一些初步计算结果, 目的在于对其继续改进和完善. 平均场与 TBCD 的自治计算正在进行中, 以期最终结果与实验进行比较.

## 参 考 文 献

- 1 Aichelin J, Peilert G, Bohet A et al. Phys. Rev., 1988, C37:2451—2467
- 2 Ono A, Horiuchi H, Maruyama T et al. Prog. Theo. Phys., 1992, 87:1185—1206
- 3 Feldmeier H. Nucl. Phys., 1990, A515:147—172
- 4 Liu Jianye, Zhang Shaoguang. Z. Phys., 1994, A348:31—39
- 5 Bertsh G F, Das Gupta S. Phys. Rep., 1988, 160:189—233
- 6 Liu Jianye, Wang Shunjin, Li Xiguo et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, 20: 1007—1013; Liu Hang, Zuo Wei, Li Xiguo et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, 21:169—175  
(刘建业, 王顺金, 李希国等. 高能物理与核物理, 1996, 20:1007—1013; 刘航, 左维, 李希国等. 高能物理与核物理, 1997, 21:169—175)
- 7 Liu Jianye, Wang Shunjin, Di. Toro M et al. Nucl. Phys., 1996, A604:341—357
- 8 Wang Shunjin, Cassing W. Ann. Phys., (N. Y) 1985, 159:328; Wang Shunjin, Zuo Wei, Cassing W. Nucl. Phys., 1994, A573:245—275
- 9 Aichelin J, Hartnack C, Bohnet A et al. Phys. Lett., 1989, B224:34
- 10 Liu Jianye, Liu Hang et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, 22:36—40  
(刘建业, 刘航等. 高能物理与核物理, 1998, 22:36—40)
- 11 Per-Olov Lowdin. Phys. Rev., 1995, 97:1474
- 12 Liu Hang, Liu Jianye, Li Xiguo et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, 22:55—60  
(刘航, 刘建业, 李希国等. 高能物理与核物理, 1998, 22:55—60)

## Preliminary Results and Conservation Laws of Two-Body Correlation Transport Theory for Heavy Ion Collision<sup>\*</sup>

Chen Bo<sup>1,2</sup> Liu Jianye<sup>1,2</sup> Liu Hang<sup>1,2</sup> Wang Shunjin<sup>1,3</sup>  
Li Xiguo<sup>1,2</sup> Zuo Wei<sup>1,2</sup>

1(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000*)

2(*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000*)

3(*Institute of Modern Physics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031*)

**Abstract** Based on the two-body correlation dynamics(TBCD) introduced by Wang et al., we have taken the time dependent single particle states as working basis to derive the two-body correlation transport theory (TBCTT) for describing the dynamical process of HIC. This theory contains all possible two-body correlation, the time-dependent mean field and antisymmetric effect to provide a microscopic description for the dynamical transport process in HIC. As a testing step, we take QMD code without collision term to produce the time-dependent coherent single particle basis for TBCTT. Comparing and calculating the different interaction such as Skyme, Coulomb and Yukawa are performed, it indicates that Coulomb and Yukawa interaction have important effects in HIC, and show that all behaviors of quantities studied are similar to dynamical process of heavy ion collision. The conservation laws of dynamical process of heavy ion collision, the momentum and number of particle are very good, except the energy conservation as no coupling in this work.

**Key words** heavy ion collision, transport theory, two-body correlation

---

Received 3 July 1998

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19775057), Major Subject of the Chinese Academy of Sciences (KJ951-A1-410) and Special Foundation of President of the Chinese Academy of Sciences