

下一代直线对撞机失谐结构尾场的精确计算 ——盘荷波导电磁场的研究*

王兰法 林郁正

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 利用变分法研究了周期性盘荷波导中零极模、二极模及更高极模式的电磁场特性。该方法考虑了栏片的圆弧,对真实结构没有做任何近似,是一种高精度方法,计算表明该方法的结果与实验测量值基本符合,与其它程序相比有很高的计算精度。这为下一步精确研究下一代直线对撞机失谐结构的尾场提供了一个很好的方法与工具。

关键词 失谐结构 盘荷波导 变分法

1 引言

在下一代电子直线对撞机上,为了控制发射度增长,近十年来发展了多种加速结构,主要包括阻尼和失谐结构,来减小横向尾场。阻尼结构通过连接耦合波导将高次模引至耦合波导,其缺点是在阻尼各个高阶模的同时,主模工作特性也受到了影响;失谐结构,即改变各个加速腔的尺寸,使各腔较危险的二极模的同步模频率沿加速结构呈高斯分布,而各腔的主模频率不变,从而抑制了整个加速结构的横向尾场。综合这两种结构的优点,SLAC又发展了阻尼失谐结构。目前,KEK和SLAC都将失谐结构作为其下一代电子直线对撞机抑制横向高阶模的主要加速结构。图1为其中的一种加速结构,由于各个腔的尺寸不同,且一个加速结构中腔的数目在150到200左右,现有的数值程序很难用来计算这种长腔链加速结构,为此,SLAC利用基于并行算法的数值程序W2^[1]和场匹配法^[2,3]来计算这种长腔链加速结构的尾场;而KEK的Yamamoto博士则发展了基于开路模展开方法的OM程序^[4]。W2的运行需要有很大内存空间的并行机,而参考文献[2—4]中,均采用了场匹配法,由于受其方法所限制,均对真实的加速结构进行了简化,如图2所示。为了计算真实加速结构的尾场,作者仍采用将电磁场展开为开路模的思想,但不对加速结构做任何简化或近似,作为该工作的第一步,则需首先计算周期性盘荷波导结构的电磁场,这正是本文所做工作的意义所在。

1999-03-08 收稿,1999-10-08 收修改稿

* 中国博士后科学基金资助



图1 下一代直线对撞机的一种失谐加速结构

图2 文献[2—4]中所描述的加速结构形状

建立于网格剖分基础上的数值程序虽然适用于各种加速结构,但都很难求解任意给定相移的电磁场特性,且在其它方面也都存在一些不足,例如 MAFIA^[5] 和 URMEL^[6], 虽然能全面地计算盘荷波导的电磁场特性,但对这种结构的计算,其精度不够高(其频率精度一般为 $10^{-3}—10^{-4}$); SUPERFISH^[7] 有较高的精度(其频率精度为 10^{-5}),但只能计算纵向模. 叶宣化、周文振等^[8] 和日本的 Nakamura^[9] 利用变分法研究了盘荷波导的纵向模,但没有研究横向模,而这正是我们所关心的. 作者利用变分法推导了包括任意模式的盘荷波导色散方程并编写了计算程序,该程序能准确地计算盘荷波导任意给定相移的电磁场特性. 计算结果与实验及其它程序比较表明,计算结果与实验测量值基本符合,精度均高于 URMEL, MAFIA 和 SUPERFISH 程序.

2 泛函与试探函数的选取

在一个无耗、有界、无源的区域中泛函可选为

$$L = \frac{j}{4\pi k} \int Z_0 (\mathbf{H}^* \times \mathbf{E}) dS = 0,$$

其物理意义为电能和磁能相等.

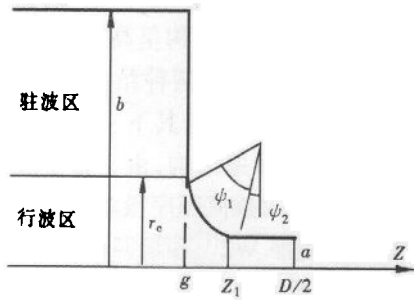


图3 盘荷波导结构图

图3为盘荷波导剖面结构图,将整个区域分为行波区和驻波区. 为了快速地获得高精度的解,选取了满足波动方程的解来作为变分问题的试探函数,并且要求试探函数在行波区必须满足周期结构中的弗洛克条件.

求解柱坐标系下的赫兹方程

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial z^2} + k^2 \right] \begin{Bmatrix} \Pi_z \\ \tilde{\Pi}_z \end{Bmatrix} = 0,$$

其中, $k = \frac{\omega}{c}$, Π_z , $\tilde{\Pi}_z$ 分别为加速方向(轴向)的电、磁赫兹矢量分量. 在行波区选取

$$\begin{aligned} \Pi_z^I &= - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{A_n}{\chi_n^2} \frac{J_m(\chi_n r)}{J_m(\chi_n a)} e^{-j\beta_n z} \cos m\theta, \\ \tilde{\Pi}_z^I &= - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{B_n}{\chi_n^2} \frac{J_m(\chi_n r)}{J_m(\chi_n a)} e^{-j\beta_n z} \sin m\theta, \end{aligned} \quad (4)$$

这里, $\chi_n^2 = \beta_n^2 - k^2$, $\beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi}{D}$, J_m 为 m 阶贝塞尔函数, m 等于零时, 对应于纵向模; m 等于 1 时, 对应二极模.

在驻波区选取

$$\Pi_z^{\text{II}} = - \sum_{s=0}^{+\infty} \frac{C_s}{\Gamma_s^2} \frac{R_m(\Gamma_s r)}{R_m(\Gamma_s a)} \cos \alpha_s (z + g) \cos m\theta, \quad (5)$$

$$\tilde{\Pi}_z^{\text{II}} = j \sum_{s=0}^{+\infty} \frac{D_s}{\Gamma_s^2} \frac{S_m(\Gamma_s r)}{S_m(\Gamma_s a)} \sin \alpha_s (z + g) \sin m\theta, \quad (6)$$

这里, $\Gamma_s^2 = \alpha_s^2 - k^2$, $\alpha_s = \frac{\pi s}{2g}$,

$$R_m(\Gamma r) = J_m(\Gamma r) Y_m(\Gamma b) - J_m(\Gamma b) Y_m(\Gamma r), \quad (7)$$

$$S_m(\Gamma r) = J_m(\Gamma r) Y'_m(\Gamma b) - J'_m(\Gamma b) Y_m(\Gamma r), \quad (8)$$

这里, Y_m 为修正贝塞尔函数.

由麦克斯韦方程可得

$$E = \nabla \times \nabla \times \Pi - \nabla \times \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial t}, \quad (9)$$

$$H = \nabla \times \nabla \times \tilde{\Pi} + \nabla \times \frac{1}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial t}. \quad (10)$$

由式(3-6), (9-10)可得行波区和驻波区的电磁场, 并作为变分问题的试探函数.

3 色散方程

由行波区和驻波区边界上 ($r = r_c$) 场的连续性条件

$$H_{z,\theta}^{\text{I}} = H_{z,\theta}^{\text{II}} \quad |z| \leq g, \quad (11)$$

得到

$$G = VB, \quad (12)$$

这里, $G = [C_0, D_0, jC_1, jD_1, C_2, D_2, jC_3, jD_3, \dots]^T$, $B = [A_0, B_0, A_{-1}, B_{-1}, A_1, B_1, \dots]^T$.

利用式(1), (9), (10)和(12)可得到方程

$$XB = 0. \quad (13)$$

这里

$$\begin{aligned} X(h, p) = & \int_{\psi_2}^{\psi_1} XI \cdot \rho r \sin(\beta_n - \beta_l) z \sin \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_1} XII \cdot \rho r \cos(\beta_n - \beta_l) z \cos \psi d\psi + \\ & XII_{r=r_c} r_c \frac{\sin(\beta_n - \beta_l) g}{\beta_n - \beta_l} + XII_{r=a} \frac{\sin(\beta_n - \beta_l) D/2 - \sin(\beta_n - \beta_l) Z_{1a}}{\beta_n - \beta_l} - \\ & \frac{gr_c}{2} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} V_{sl} V_{lp} (1 + \delta_{s0}) \delta_{sl} \cdot XIII, \end{aligned} \quad (14)$$

这里,

$$\begin{aligned}
 \text{XI} & \begin{bmatrix} \frac{m\beta_l J_m(\chi_l r)}{r\chi_l^2 J_m(\chi_l a)} & \frac{mk J_m(\chi_n r)}{r\chi_n^2 J_m(\chi_n a)} \\ \frac{k J'_m(\chi_l r)}{\chi_l J_m(\chi_l a)} & \frac{\beta_n J'_m(\chi_n r)}{\chi_n J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{k J'_m(\chi_l r)}{\chi_l J_m(\chi_l a)} & \frac{\beta_n J'_m(\chi_n r)}{\chi_n J_m(\chi_n a)} \\ \frac{m\beta_l J_m(\chi_l r)}{r\chi_l^2 J_m(\chi_l a)} & \frac{mk J_m(\chi_n r)}{r\chi_n^2 J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} \frac{\beta_l J'_m(\chi_l r)}{\chi_l J_m(\chi_l a)} & \frac{k J'_m(\chi_n r)}{\chi_n J_m(\chi_n a)} \\ \frac{mk J_m(\chi_l r)}{r\chi_l^2 J_m(\chi_l a)} & \frac{m\beta_n J_m(\chi_n r)}{r\chi_n^2 J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{mk J_m(\chi_l r)}{r\chi_l^2 J_m(\chi_l a)} & \frac{m\beta_n J_m(\chi_n r)}{r\chi_n^2 J_m(\chi_n a)} \\ \frac{\beta_l J'_m(\chi_l r)}{\chi_l J_m(\chi_l a)} & \frac{k J'_m(\chi_n r)}{\chi_n J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix}, \\
 \text{XII} & = \begin{bmatrix} \frac{k J'_m(\chi_l r)}{\chi_l J_m(\chi_l a)} \\ \frac{m\beta_l J_m(\chi_l r)}{r\chi_l^2 J_m(\chi_l a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{J_m(\chi_n r)}{J_m(\chi_n a)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{m\beta_l J_m(\chi_l r)}{r\chi_l^2 J_m(\chi_l a)} \\ \frac{k J'_m(\chi_l r)}{\chi_l J_m(\chi_l a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J_m(\chi_n r)}{J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} \frac{k J'_m(\chi_n r)}{\chi_n J_m(\chi_n a)} \\ \frac{m\beta_n J_m(\chi_n r)}{r\chi_n^2 J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{J_m(\chi_l r)}{J_m(\chi_l a)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{m\beta_n J_m(\chi_n r)}{r\chi_n^2 J_m(\chi_n a)} \\ \frac{k J'_m(\chi_n r)}{\chi_n J_m(\chi_n a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J_m(\chi_l r)}{J_m(\chi_l a)} \end{bmatrix}, \\
 \text{XIII} & = \begin{bmatrix} \frac{R_m(\Gamma, r_c)}{R_m(\Gamma, a)} \\ \frac{R_m(\Gamma, r_c)}{R_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{k R'_m(\Gamma, r_c)}{\Gamma_i R_m(\Gamma, a)} \\ -\frac{k R'_m(\Gamma, r_c)}{\Gamma_i R_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k R'_m(\Gamma, r_c)}{\Gamma_i R_m(\Gamma, a)} \\ \frac{k R'_m(\Gamma, r_c)}{\Gamma_i R_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R_m(\Gamma, r_c)}{R_m(\Gamma, a)} \\ -\frac{R_m(\Gamma, r_c)}{R_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix} - \\
 & 2 \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k R'_m(\Gamma, r_c)}{\Gamma_i R_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R_m(\Gamma, r_c)}{R_m(\Gamma, a)} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k S'_m(\Gamma, r_c)}{\Gamma_s S_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{S_m(\Gamma, r_c)}{S_m(\Gamma, a)} \end{bmatrix}, \\
 & r = a + \rho(\cos\psi - \cos\psi_2), \quad z = Z_1 - \rho(\sin\psi - \sin\psi_2), \\
 & l = (-1)^{\frac{h-1}{2}} \frac{h+1}{4}, \quad n = (-1)^{\frac{p-1}{2}} \frac{p+1}{4},
 \end{aligned}$$

方括号中的 l 和 n 相关项当 h, p 为奇数时取上部, 偶数时取下部, l 和 n 表达式中的除法均为整除, 即取整数部分.

由(13)式可得场系数有非零解的充要条件为

$$|X| = 0, \quad (15)$$

这就是盘荷波导的色散方程.

4 计算结果与实验结果和其它程序的比较

利用上述方法作者编写了计算机程序, 并命名为 Logtransvrs. 图4给出了 Logtransvrs 与 URMEL、SUPERFISH 和 MAFIA 程序所得加速模频率的比较, 其中, 盘荷波导尺寸为 $t = 5.842\text{mm}$, $d = 34.99\text{mm}$, $b = 40.989\text{mm}$, $a = 10.363\text{mm}$. 由图4看出: Logtransvrs 有很好的收敛性, 随着所取级数项数的增加很快趋于精确值, 其收敛速度比 SUPERFISH 程序快, 而 URMEL 和 MAFIA 程序的收敛性则很差. 由于泛函(1)式的变

分所得结果大于实际值,而 Logtransvrs 的结果一般都小于 SUPERFISH 的结果,因此,可以肯定地讲:Logtransvrs 的精度比 SUPERFISH 高. 对于图 2 所示的直边结构,Logtransvrs 与模匹配法得到的结果完全相同,模匹配法的精度高于 10^{-7} ,因此,Logtransvrs 精度高于 10^{-7} .

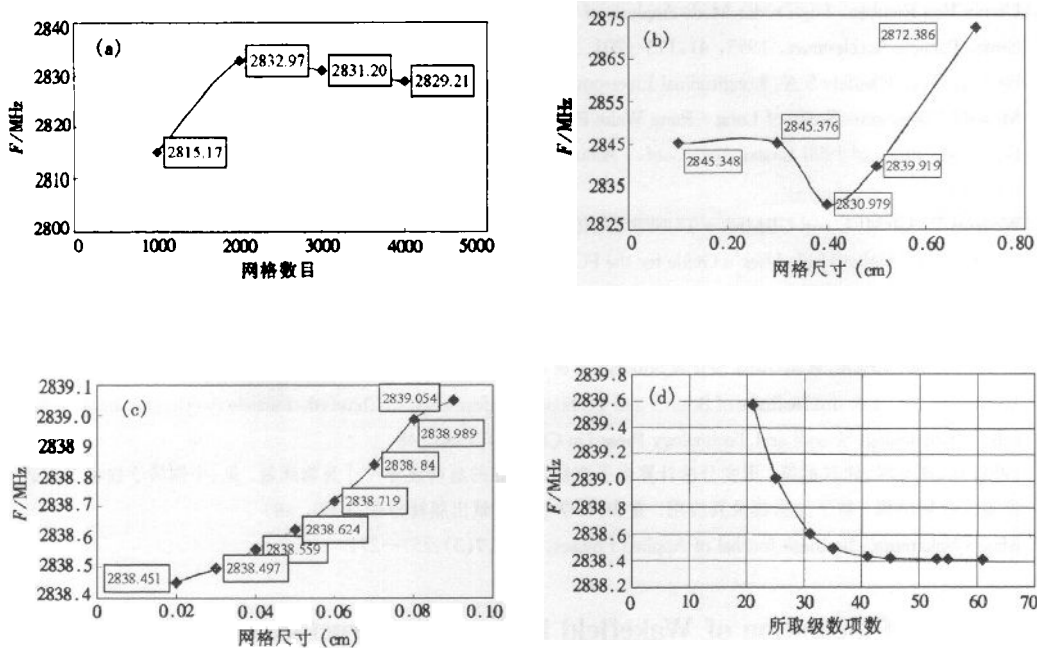


图 4 Logtransvrs 与其它程序的比较

(a) URMEL 的结果;(b) MAFIA 的结果;(c) SUPERFISH 的结果;(d)Logtransvrs 的结果.

表 1 给出了由 Logtransvrs 与 SUPERFISH 得到的 3 种结构工作频率的计算与测量值,其中工作模式为 $2\pi/3$. 由表 1 看出,Logtransvrs 的计算结果比 SUPERFISH 更接近实验测量值,同时我们再次看到,Logtransvrs 计算结果小于 SUPERFISH 计算结果的事实。

表 1 Logtransvrs 及 SUPERFISH 的计算与测量频率的比较

| 腔 号 | SL | SM | SO |
|------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| t/mm | 5.8420 | 5.8420 | 5.8420 |
| ρ/mm | 3.0861 | 3.0861 | 3.0861 |
| δ/mm | 0.3936 | 0.3936 | 0.3936 |
| a/mm | 13.1293 | 11.6605 | 9.6096 |
| d/mm | 35.0012 | 35.0012 | 35.0012 |
| b/mm | 41.7270 | 41.334 | 40.892 |
| $F_{\text{测量}}/MHz$ | 2856.0000 | 2856.0000 | 2856.0000 |
| $F_{\text{logtransvrs}}/MHz$ | 2856.3228 | 2856.0017 | 2855.8902 |
| $F_{\text{superfish}}/MHz$ | 2856.7809 | 2856.3836 | 2856.1923 |

5 结论

Logtransvrs 程序精度高,所需内存少,且能计算任意给定相移对应的任何模式,这是

一般数值程序做不到的。

参考文献(References)

- 1 LI ZhengHai et al. KEK/SLACISG2, July 1998
- 2 Ursula Van Rienben. High order Mode Analysis of Tapered Disk - loaded Waveguides Using the Mode Matching technique, Particle Accelerators, 1993, 41:173—201
- 3 Heifets, S A, Kheifets S A. Longitudinal Electromagnetic Fields in an Aperiodic Structure. SLAC - PUB - 6907
- 4 Masashi Yamamoto. Study of Long - Rang Wake Field in Accelerating Structure of Linac, KEK Report 94 - 9
- 5 Bartsh M. Proc. of 1990 Linear Acc. Conf., Albuquerque, New Mexico, P. 372. LA - 12004 - C, Los Alamos National Lab
- 6 Weiland T. URMEL and URMEL - TUSER GUIDE, 1982
- 7 Menzel M T, Stokes H K. User's Guide for the POISSON/SUPERFISH Group of Codes. Accelerator Theory and Simulation Group, AT - 6, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM 87545, January 1987. LA - UR - 87 - 115.
- 8 YE XuanHua, ZHOU WenZhen, SHEN ShuangLin et al. Analysis of Dimension and RF Quantities in Disc Structure by Variational Method. In: Institute of Science and Technology Information in China ed. Particle Accelerator and it's Application, Chongqing: Science and Technology Press (in Chinese), 1980. 48
(叶宣化, 周文振, 沈双林等. 用变分法计算电子直线加速器的盘荷波导尺寸及物理量. 见: 中国科学技术情报研究所重庆分所编辑. 粒子加速器及其应用. 重庆: 科学技术文献出版社, 1980. 48)
- 9 Masao Nakamura. Japanese Journal of Applied Physics, 1968, 7(3):257—271

Calculation of Wakefield in Detuning Structure of Next Generation Linear Collider with High Accuracy ——Analysis of RF Quantities in Disc Structure*

WANG LanFa LIN YuZheng

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract A variational method is presented for computations of both monopole mode and dipole mode rf quantities in metal disk - loaded waveguides. It allows for rounding of edge of a disk hole without any approximation in shape treatment. Good agreement has been found between computed and experimental results. It has higher accuracy than those of some existing simulation programs, hence provides a good tool to calculate wakefield of the tapered disc - loaded waveguides in next generation linear colliders.

Key words detuning structure, disk - loaded waveguides, variational method

Received 8 March 1999, Revised 8 October 1999

* Supported by Postdoctoral Science Foundation of China