

# 超核的 $\alpha$ 集团结构和 ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$ 的 $\Lambda$ 分离能

刘 宪 辉

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

**摘要** 用超核的  $\alpha$  集团结构和  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用唯象位计算了  ${}_{\Lambda}^{13}\text{C}$  的  $\Lambda$  分离能, 得到与实验数据符合甚好的结果, 在此基础上进一步预言了  ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能, 得到与经验值符合得最佳的结果, 优于现有国际上的理论计算.

**关键词** 超核 超子 结合能

## 1 引言

这些年来, 超核研究从实验到理论已取得很大进展. 主要研究有 3 个方面, 即超核的形成、衰变及其机制; 两体  $\Lambda N$  力和三体  $\Lambda NN$  力; 超核的结构. 由于  $YN$  系统的散射材料很少, 从超核研究中提供关于  $YN$  力及三体力的信息变得极其重要. 在少体或  $S$  壳超核中,  $YN$  相互作用的低分波成分起决定性作用. 预期在较重的超核中, 其高分波成分将有显著贡献, 多体力, 多体效应亦将表现出来.

${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$  超核是双闭壳核外加一个  $\Lambda$  超子, 结构相对简单, 成为国际上不少学者热衷研究的对象之一. 目前尚未有  ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$  超核的实验. 预期对  ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能  $B_{\Lambda}$  的理论预言正确与否, 能对相关理论做一个重要检验. 目前的一些理论计算给出相差甚远的  $B_{\Lambda}$  值. 从 13—20.5 MeV 不等. 在 A. A. Usmani et al<sup>[1]</sup> 的文章中, 根据一系列超核  ${}_{\Lambda}^{11}\text{C}$ ,  ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$ ,  ${}_{\Lambda}^{13}\text{C}$ ,  ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$ ,  ${}_{\Lambda}^{28}\text{Si}$ ,  ${}_{\Lambda}^{32}\text{S}$ ,  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}_{\Lambda}^{51}\text{V}$  和  ${}_{\Lambda}^{89}\text{Y}$  的实验  $\Lambda$  分离能, 用 3 种方法推论出经验公式, 从而获得  ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能的经验值  $13.0 \pm 0.4 \text{ MeV}$ . Usmani et al 试图用变分 Monte Carlo 方法, 采用关联函数集团展开 (展开到 4 个核子) 的试探波函数和 Urbana 型  $\Lambda N$  势, 计算  $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{17}\text{O})$  值, 结果为 27.5(2.0) MeV. 他们不得不引进  $s$  波和  $p$  波三体力, 其中两个参数用来调节拟合经验的  ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能, 最好的拟合得到  $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{17}\text{O}) = 13.5(1.5) \text{ MeV}$ . 三体力的贡献如此之大, 令人难于置信. 另一组作者 K. Tsushima et al 采用了  $\Lambda N$  相互作用的夸克-介子耦合模型  $(\sigma, \omega, \rho)$  和相对论平均场理论<sup>[2]</sup>, 计算得到的  $\Lambda$  单粒子能量为  $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{17}\text{O}) = 20.5 \text{ MeV}$ , 而  $1P_{1/2}$  壳的  $\Lambda$  分离能是 9.1 MeV. S. Fujii et al<sup>[3]</sup> 则用 Nijmegen 的软心位和所谓的 Unitary-model-operator approach 的方法, 计算得到的  ${}_{\Lambda}^{17}\text{O}_{q,s}$   $\Lambda$  单粒子能量  $B_{\Lambda}({}_{\Lambda}^{17}\text{O}) =$

16.74MeV. 这些计算都过高的估计了  $\Lambda$  分离能. 对  $^{13}\text{C}$  能谱的研究<sup>[4]</sup>指出, 用唯象  $\Lambda\text{N}$  力和核的单粒子模型过高的估计了  $\Lambda$  分离能. 表明象  $^{13}\text{C}$  和  $^{17}\text{O}$  这样中重的超核其多体效应是十分重要的. 为了澄清这一问题, 进一步的研究是必要的.

我们曾经研究过  $^9_\Lambda\text{Be}$ ,  $^{13}_\Lambda\text{C}$ ,  $^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$  的能谱<sup>[4,5]</sup>, 发现  $\alpha$  集团结构能较好的描述这些核系统. Bando et al<sup>[6]</sup> 亦曾经用  $\alpha + x + \Lambda$  这种模型计算过一系列轻  $\Lambda$  超核的结合能, 能得到合理的结果. 李清润<sup>[7]</sup> 提出的  $^{12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}$  基态的独立  $\alpha$  粒子模型在散射问题上获得了广泛的成功. 由于其模型简单, 使用起来十分方便, 本文就用这个模型来描述  $^{13}_\Lambda\text{C}$  和  $^{17}_\Lambda\text{O}$  的壳心核的结构. 对  $\Lambda$  分离能做微观计算, 得到  $B_\Lambda(^{17}\text{O}) = 13.02\text{MeV}$ .

## 2 理论模型

我们把  $^{13}_\Lambda\text{C}$  看作  $\Lambda + 3\alpha$  结构, 把  $^{17}_\Lambda\text{O}$  看作  $\Lambda + 4\alpha$  结构. 根据李清润的独立  $\alpha$  粒子模型<sup>[7]</sup>,  $\alpha$  粒子运动波函数为

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_{10}(\mathbf{r}) - \varphi_{20}(\mathbf{r})),$$

其中  $\varphi_{10}$ ,  $\varphi_{20}$  分别是 1S 壳和 2S 壳谐振子波函数. 振子参数  $b$  及  $\varphi_{10}$  和  $\varphi_{20}$  的相对位相是由拟合原子核的电荷分布实验数据来确定的, 即要求

$$F_{\text{ch}}(q) = F(q)f^{(\alpha)}(q), \quad (2)$$

这里  $F_{\text{ch}}(q)$  和  $f^{(\alpha)}(q)$  分别为原子核和  $\alpha$  粒子内部的电荷密度分布函数, 由电子-核散射精确测定<sup>[8]</sup>.  $F(q)$  则为原子核中  $\alpha$  粒子密度分布函数.

$$F(q) = \int |\Phi(\mathbf{r})|^2 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (3)$$

L. J. McDonald 和 H. Uberall<sup>[9]</sup> 给出另一种  $\alpha$  粒子分布函数

$$F(q) = j_0\left(\sqrt{\frac{3}{2}}dq\right), \quad d = 1.68\text{fm}.$$

这一分布其几何结构相应于一刚性的构架,  $\alpha$  粒子只分布在  $r \approx \sqrt{\frac{3}{2}}d$  球壳附近.

$\Lambda$ - $\alpha$  相互作用位取自文献[5]. 它是双高斯形式的位

$$V_{\Lambda\alpha}(r) = V_1 e^{-a_1^2 r^2} - V_2 e^{-a_2^2 r^2}, \quad (5a)$$

实际上它是由 Dilitz 的  $\Lambda\text{N}$  力<sup>[11]</sup> 与  $\alpha$  粒子密度分布函数卷积得来的, 但  $V_2$  作了调整用来拟合  $^5_\Lambda\text{He}$  的  $\Lambda$  分离能 3.12MeV. 文献[5]中还采用了一种修正的  $\Lambda$ - $\alpha$  位  $V_{\Lambda\alpha}^m$

$$V_{\Lambda\alpha}^m(r) = V_1 e^{-a_1^2 r^2} - V_2^m e^{-a_2^2 r^2}, \quad (5b)$$

它是由拟合  $^9_\Lambda\text{Be}$  能谱得到的. 它相当于适当的考虑了泡里不相容原理对  $\Lambda$ - $\alpha$  位的修正. 因为壳心核  $^8\text{Be}$  中的 8 个核子不可能同时处于 1S 态, 那么其中的  $\alpha$  粒子所处状态应与  $^5_\Lambda\text{He}$  中  $\alpha$  粒子所处状态有所差别, 而反映在  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用上是对  $V_{\Lambda\alpha}$  的一个小的修正. 表 1 中给出用上述位计算的  $^9_\Lambda\text{Be}$  能谱.  $\alpha$ - $\alpha$  相互作用采用 Ali-Bodmer 位.

文献[5]中指出, 用同一的  $V_{\Lambda\alpha}$  位和唯象  $\Lambda\Lambda$  相互作用不能自洽的解释双  $\Lambda$  超核

表 1  ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$  能谱 (单位: MeV)

$\Lambda$ - $\alpha$ 位	$L=0^+$	$L=2^+$
$V_{\Lambda\alpha}$	-7.95	-4.65
$V_{\Lambda\alpha}^m$	-6.61	-3.28
exp. 值	-6.67	-3.54

${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  和  ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$  能谱. 仅当采用了修正的  $V_{\Lambda\alpha}^m$  位来计算  ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$  能谱时, 才能统一的解释  ${}^5_{\Lambda}\text{He}, {}^9_{\Lambda}\text{Be}, {}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  和  ${}^{10}_{\Lambda\Lambda}\text{Be}$  4 个超核能谱. 因此在计算  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  和  ${}^{17}_{\Lambda}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能时, 选取  $V_{\Lambda\alpha}^m$  是更合理的.

文献[4]中, 曾经对  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  基态和第一激发态进行过计算. 用独立  $\alpha$  粒子模型和  $\Lambda$ - $\alpha$  位  $V_{\Lambda\alpha}$ , 计算的  $\Lambda$  分离能要比实验值大 2MeV, 如果考虑到壳心核  ${}^{12}\text{C}$  由于  $\Lambda$  作用引起小的畸变, 对式(1)中的谐振子参数  $b$  作 5% 的修改, 则可得到符合实验数据的结果. 然而这一修改是随意的. 本文改用  $V_{\Lambda\alpha}^m$  来代替  $V_{\Lambda\alpha}$ , 而不随意改动壳心核的结构. 利用式(5)和式(1), 可以得到一个  $\Lambda$  核相互作用折迭位

$$V(\mathbf{R}) = \int |\Phi(\mathbf{r})|^2 V_{\Lambda\alpha}^m(\mathbf{R} - \mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (6)$$

如果采用 McDonald 等的  $\alpha$  粒子分布函数式(4), 同样可以求得相应的  $\alpha$  核相互作用折迭位. 由  $\Lambda$  核相互作用折迭位解薛定谔方程可得近似本征解, 从而得到  $\Lambda$  的分离能.

### 3 计算结果和讨论

用上述模型计算了  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  和  ${}^{17}_{\Lambda}\text{O}$  的  $\Lambda$  粒子分离能, 结果在表 2, 3 中给出. 超核  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  的能谱已有较精确的测量<sup>[10]</sup>, 用它来检验我们的模型理论是最恰当的. 从表 2 中可以看到, 对  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  基态的  $\Lambda$  分离能的计算, 修正的位  $V_{\Lambda\alpha}^m$  比未修正的位  $V_{\Lambda\alpha}$  给出更加符合实验数值的结果, 但对  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  的第一激发态  $1P_{1/2}$  未能给出正确的值. 表 2 中第 4 行 Woods-Saxon 位是引言中所述的经验公式. 第 5 行是用  $\Lambda$ - $\alpha$  位  $V_{\Lambda\alpha}$ , 但振子参数  $b$  改变 5% (i. e.  $b = 1.05\text{fm}$ ) 时计算结果, 它有些随意性. 但它似乎表明壳心核小的畸变也足以显著影响  $\Lambda$  的结合能.

表 2  ${}^{13}_{\Lambda}\text{C}$  的  $\Lambda$  分离能 (单位: MeV,  $b = 1.0\text{fm}$ )

$\Lambda$ - $\alpha$ 位	$L=0$	$L=1$
$V_{\Lambda\alpha}$	-13.2	-0.596
$V_{\Lambda\alpha}^m$	-11.5	-0.0598
exp. 值	$-11.69 \pm 0.12$	-0.74
Woods-Saxon 位	-11.28	-1.04
$V_{\Lambda\alpha}$ ( $b = 1.05$ )	-11.9	-0.35

表 3 给出计算的  ${}^{17}_{\Lambda}\text{O}$  超核  $\Lambda$  分离能. 显然修正的  $\Lambda$ - $\alpha$  位  $V_{\Lambda\alpha}^m$  给出更符合经验值的结果. 表中第 3 行是引言所述经验的 Woods-Saxon 位所得结果.  $V_{\Lambda\alpha}^*$  取自文献[12], 作为比较. 表 3 亦给出用 McDonald & Überall 的  $\alpha$  粒子分布函数的计算结果. 显然李模型优于 McDonald 模型. 事实上李模型拟合电荷密度分布实验数据时拟合得更精确, 更好一些.

表 3  ${}^{17}_{\Lambda}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能 (单位: MeV)

$\Lambda$ - $\alpha$ 位	李模型, $b = 1.2\text{fm}$				McDonald 模型		经验值
	$V_{\Lambda\alpha}$	$V_{\Lambda\alpha}^m$	Woods-Saxon 位	$V_{\Lambda\alpha}^*$	$V_{\Lambda\alpha}$	$V_{\Lambda\alpha}^m$	
$L=0$	-14.6	-13.02	-13.09	-11.73	-17.17	-14.92	$-13.0 \pm 0.3$
$L=1$	-2.88	-2.28	-2.936	-1.556	-4.21	-2.82	

$\alpha$  集团结构模型能给出比较好的理论预言,究其原因可能是  $V_{\alpha}^m$  中在某种程度上已包含了诸如  $\Delta NN$  三体力,粒子关联等多体效应,这一多体效应对多体系统的性质有重要影响.对于双闭壳核  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  的基态, $\alpha$  集团结构是其主要结构.没有能够恰当的包含多体效应,是 A. A. Usmani et al<sup>[1]</sup>, K. Tsushima et al<sup>[2]</sup>, S. Fujii et al<sup>[3]</sup> 过高估计了  $B_{\Lambda}$  值的主要原因.

综上所述,超核的  $\alpha$  集团结构和唯象  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用位,能正确解释  $^{13}_{\Lambda}\text{C}$  的  $\Lambda$  分离能,在此基础上预言了  $^{17}_{\Lambda}\text{O}$  的  $\Lambda$  分离能,得到与经验值最好的符合,优于现有的国际上的理论计算值.表明多体效应对超核性质有重要影响.

### 参考文献 (References)

- 1 Usmani A A, Pieper S C, Usmani Q N. Phys. Rev., 1995, **C51**: 2347
- 2 Tsushima K et al. Phys. Lett., 1997, **B411**: 9
- 3 Fujii S et al. Prog. Theor. Phys., 1998, **99**: 151
- 4 KONG LingJiang, MO DunYong, LIU XianHui. Chinese Journal of Nuclear Physics, 1985, **7**: 19
- 5 ZHANG ChaoYing, KONG FanXin, LIU XianHui. Nucl. Phys., 1989, **A500**: 627
- 6 Bando H et al. Prog. Theor. Phys. Suppl., 1985, **81**(42):104
- 7 LI QingRun et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1981, **5**: 531  
(李清润等. 高能物理与核物理, 1981, **5**: 531)
- 8 McCarthy J S, Sich I. Phys. Rev. Lett., 1969, **22**: 1121; Überall H. Electron Scattering from Complex Nuclei, New York: Academic Press, 1971, 340
- 9 McDonald L J, Überall H. Phys. Rev., 1970, **C1**: 2156
- 10 Davis D H, Pniewski J. Contemp. Phys., 1986, **27**: 91; May M et al. Phys. Rev. Lett., 1981, **47**: 1106; Auerbach E H et al. Phys. Rev. Lett., 1981, **47**: 110; May M et al. Phys. Rev. Lett., 1997, **78**: 4343
- 11 LIU Yuan, LIU XianHui. Chinese Journal of Nuclear Physics, 1985, **7**: 19
- 12 Motoba T et al. Prog. Theor. Phys. Suppl., 1985, **81**: 42

## Alpha Cluster Structure of Hypernuclei and $\Lambda$ -Separate Energy of $^{17}_{\Lambda}\text{O}$

LIU XianHui

(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China)

(Institute of Theoretical Physics, CAS, Beijing 100080, China)

**Abstract** By using the alpha cluster structure model of hypernuclei and the phenomenological interaction potential between  $\Lambda$  hyperon and  $\alpha$ -particle, the  $\Lambda$  separate energy of the hypernucleus  $^{13}_{\Lambda}\text{C}$  is calculated. A good agreement with the experimental data is achieved. Based on this the  $\Lambda$ -separate energy of the hypernucleus  $^{17}_{\Lambda}\text{O}$  is predicted. It is consistent with the empirical value of  $^{17}_{\Lambda}\text{O}$  and advantages over the existing theoretical calculation made up-to-date.

**Key words** hypernucleus, hyperon, binding energy