

反射不对称壳模型及 Ra 八极形变带的描述*

高早春^{1,3} 陈永寿^{1,2}

1 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

2 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

3 (北京大学技术物理系 北京 100871)

摘要 应用变分法,建立了反射不对称壳模型(RASM)的基本理论框架.通过计算 RASM 的本征方程可以得到原子核的八极转动带.在 RASM 框架下,再现了典型八极形变偶偶核 Yrast 带的一些基本特征.计算了典型八极形变偶偶同位素²²²⁻²³⁰Ra 的 Yrast 带,理论与实验符合得很好.

关键词 核结构 高自旋态 八极形变 壳模型

1 引言

原子核集体模型^[1,2]建立不久,由 Berkeley 研究小组首先发现了偶偶核 Ra、Th 有很低的负宇称集体激发态^[3,4],从此,人们注意到原子核形状具有空间反射不对称的可能性.近年来,实验及理论发现^[5]不断为原子核的反射不对称性提供新的证据.八极形变核具有类似于不对称分子例如 HCl 的能谱特征,即正负宇称带耦合在一起,两带之间有强的电偶极(E1)跃迁.实验上,许多这样的八极形变带已经测到了很高的自旋态.这些带主要集中在以²²⁴Th 和¹⁴⁶Ba 为中心的核区.

理论上已经发展了不少模型用于研究原子核转动谱性质.其中,推转壳模型(CSM)是最有效的微观模型之一,最初由 Inglis 于 1954 年提出^[6].推转壳模型在描述原子核高自旋态方面取得了很大的成功,已经应用于八极形变核的高自旋态研究(如文献[7]).然而,其先天性缺陷也是显而易见,在这种模型框架之下,角动量不再是好量子数,取而代之的是转动角频率这一经典概念,因而推转壳模型的计算结果不能与实验转动能谱直接比较,为此必须从实验能谱中提取可与理论比较的所谓实验 Routhian、实验顺排、及实验角频率.应该注意,这种提取过程已经假设了原子核是一个经典转子.可是原子核至少是一个量子转子,其中一定会包含被推转壳模型所忽略的量子转动效应.虽然粒子转子模型将原子核看成量子转子,但这是一个唯象的模型,核实没有内部结构.此外,推转壳模型还不能计算带内跃迁分支比.

* 国家自然科学基金(19935030,10075078)和国家重点基础研究发展规划(G20000774)资助

随着现代实验技术的发展,人们有可能观测到重核高自旋态更细致的结果.因此,理论上越来越需要用一种合适的微观量子理论对高自旋态进行更细致的描述.

如果要处理对角动量敏感的物理效应,就应该将角动量本征态作为研究对象.自然会想到,传统壳模型可以将一个描述多粒子体系的球对称哈密顿量在球形基下对角化.理论上这是没有问题的,但实际上这种模型会遇到维数随体系粒子数增加而急剧增加的困难,处理轻核还可以,但对重核就显得无能为力了,即使现代的超级计算机可以做到这一点,也很难从计算结果中得出一个清晰的物理图像,例如,要描述一个变形重核的基态可能会需要用到几百万个球形基,基态的物理性质将被淹没在这浩瀚的基矢中.由此看来,解决这个困难关键是要选择合适的基,将对角化的空间维数尽量压缩,一方面可以减少计算量,另一方面分析物理也要容易得多.

庆幸的是,对于相当一部分核,总可以认为它们具有稳定的内禀形状.如果放弃球形基,采用与内禀形状一致的变形基,将会带来很多便利,虽然这样的基在内禀坐标系下不是角动量本征态,但是,在实验室坐标系下可以将它们投影成角动量本征态. Elliott 首先认识到这一点^[8],并运用群论理论建立了针对 sd 壳核的 SU(3)壳模型,但是该模型仍然只能描述轻核.投影壳模型(PSM)^[9]则是选取 Nilsson 加 BCS 多准粒子态作为变形基,该模型特别适用于变形重核,可以看成是 SU(3)壳模型的自然推广.投影壳模型主要是研究轴对称及空间反射对称的多粒子体系,不适用于反射不对称的核.本文的任务就是将这种投影方法推广到反射不对称情形,建立了反射不对称壳模型(RASM).理论计算表明,我们的模型相当成功地描述了八极形变核的高自旋态.

2 反射不对称壳模型(RASM)

原子核作为一个孤立的多粒子体系,其总哈密顿量应该具有转动不变性和反射不变性

$$H = \hat{R}^\dagger(\Omega) H \hat{R}(\Omega) = \hat{P}^\dagger H \hat{P}, \quad (1)$$

其中 \hat{P} 是宇称算符, $\hat{R}(\Omega)$ 为转动算符,注意有

$$[\hat{P}, \hat{R}(\Omega)] = 0, \quad (2)$$

考虑一个变形态 $|\Phi\rangle$, 它既不是角动量本征态也不是宇称本征态.显然,所有不同方向的态, $\hat{R}(\Omega)|\Phi\rangle$, $\hat{P}\hat{R}(\Omega)|\Phi\rangle$ 彼此独立,可以将这些态进行线性组合,构成变分法试探波函数

$$|\Psi\rangle = \int d\Omega F_1(\Omega) \hat{R}(\Omega)|\Phi\rangle + \int d\Omega F_2(\Omega) \hat{P}\hat{R}(\Omega)|\Phi\rangle, \quad (3)$$

其中 $F_1(\Omega)$, $F_2(\Omega)$ 为权重函数,它们可以按 D 函数展开,最后得(3)式的等价式

$$|\Psi\rangle = \sum_{IMKp} F_{MK}^p P^p P_{MK}^I |\Phi\rangle, \quad (4)$$

其中系数 F_{MK}^p 作为变分参数,取代了 $F_1(\Omega)$, $F_2(\Omega)$, p 为宇称量子数, P^p 为宇称投影算符

$$P^p = \frac{1}{2}(1 + p\hat{P}), \quad (5)$$

P_{MK}^I 为角动量投影算符

$$P_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega D_{MK}^I(\Omega) R(\Omega), \quad (6)$$

根据变分方程

$$\delta\langle \Psi | H | \Psi \rangle - E\delta\langle \Psi | \Psi \rangle = 0, \quad (7)$$

我们得到

$$\sum_K F_K^{Ip} (\langle \Phi | HP^p P_{KK}^I | \Phi \rangle - E^{Ip} \langle \Phi | P^p P_{KK}^I | \Phi \rangle) = 0, \quad (8)$$

以上的讨论只限于一个内部态,要处理带间相互作用,就应该考虑内部态的组态混合,假设已经选定了一组变形基 $\{|\Phi_K\rangle\}$, 则试探波函数可以写成更一般的形式

$$|\Psi\rangle = \sum_{IMKp} F_{MK}^{Ip} P^p P_{MK}^I |\Phi_K\rangle, \quad (9)$$

仿照上面的变分方法可以得到 RASM 本征方程

$$\sum_{K\kappa} F_{K\kappa}^{Ip} (\langle \Phi_{\kappa} | HP^p P_{K\kappa}^I | \Phi_{\kappa} \rangle - E^{Ip} \langle \Phi_{\kappa} | P^p P_{K\kappa}^I | \Phi_{\kappa} \rangle) = 0, \quad (10)$$

这时(8)称为(10)式的特例.由(10)式可见,系数 $F_{MK\kappa}^{Ip}$ 是与磁量子数无关的,故省去了下标 M . 还可看出,每一个本征值 E 对应一组确定的 (I, M, p) , F_{MK}^{Ip} 有不为零的值,同时所有其他 $F_{M'K'}^{Ip}$ ($I' \neq I, M' \neq M, p' \neq p$) 值必须为零,否则不能保证(7)式成立.因此(9)式不必对 I, M, p 求和,这样,试探波函数 $|\Psi\rangle$ 变分后便成为角动量和宇称的本征态(实际上,这是由哈密顿量的对称性(1)式决定的).由于没有对 $\{|\Phi_{\kappa}\rangle\}$ 的形状做任何限制,(10)式应适用于任何形状的核.作为该理论的初步应用,本文只考虑轴对称情形.

选取如下形式的 RASM 哈密顿量

$$H = H_0 - \frac{1}{2} \sum_{\lambda=2}^4 X_{\lambda} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} Q_{\lambda\mu}^+ Q_{\lambda\mu} - G_0 P_{00}^+ P_{00} - G_2 \sum_{\mu=-2}^2 P_{2\mu}^+ P_{2\mu}, \quad (11)$$

其中 H_0 是球形 Nilsson 哈密顿量,包括自旋轨道耦合项和 l^2 项.第二项为多极相互作用项,包括四极-四极相互作用($\lambda=2$)、八极-八极相互作用($\lambda=3$)、和十六极-十六极相互作用($\lambda=4$),多极矩如下定义

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{\alpha,\beta} \langle \alpha | \rho^2 Y_{\lambda\mu} | \beta \rangle c_{\alpha}^+ c_{\beta}, \quad (12)$$

其中 $\rho = \sqrt{m\omega_0/\hbar\gamma}$. 第三、四项分别为单极对力和四极对力,

$$P_{00}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} c_{\alpha}^+ c_{\alpha}^+, \quad P_{2\mu}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} \langle \alpha | \rho^2 Y_{2\mu} | \beta \rangle c_{\alpha}^+ c_{\beta}^+. \quad (13)$$

RASM 选取的变形基(Nilsson + BCS)具有八极形变,空间反射对称性被破坏,需同时做宇称和角动量投影.

3 Ra 八极形变带的 RASM 描述

已经建立了偶偶核的 RASM 计算程序,并对 Ra 的 4 个偶偶同位素($^{222-228}\text{Ra}$)的 Yrast 带进行了初步理论计算,理论与实验符合得相当好.计算中取质子大壳 $N=4, 5, 6$ ($\kappa_p=0.048, \mu_p=0.69$), 中子大壳 $N=5, 6, 7$ ($\kappa_n=0.058, \mu_n=0.44$) 来计算 Nilsson 能级,在球形情

况下, Nilsson 参数的这种调整可以使 Nilsson 能级结构与用于研究八极形变的 Woods-Saxon 势 (Leander 和 Chen 1988)^[10] 所得能级相似. 对力强度取为

$$G_0 = (17.52 \mp 10.83 \frac{N-Z}{A})/A, \quad (14)$$

其中负号对应中子, 正号对应质子. 由于四极形变很小, 四极对力被认为可忽略 ($G_2 = 0$). 选取准粒子真空态及较低激发能的多准粒子态组成 RASM 本征方程的对角化空间, 以计算原子核的转动能谱. 计算中, 发现轻镭系区核可能具有显著的十六极形变 (详细讨论见文献[11]), 因而选取如表 1 所示的形变参数, 计算结果见图 1.

表 1 Ra 同位素的形变参数

核素	^{222}Ra	^{224}Ra	^{226}Ra	^{228}Ra
ϵ_2	0.07	0.08	0.08	0.10
ϵ_3	0.071	0.071	0.071	0.061
ϵ_4	-0.12	-0.12	-0.12	-0.10

从计算结果看, 该模型再现了偶偶核八极形变带的一些基本特征: (1) 所有偶偶八极形变核基带的角动量和宇称均是 $0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \dots$, 这是 RASM 的自然结果. (2) 几乎所有偶偶八极形变核基带的低自旋部分均出现了宇称劈裂, $1^-, 3^-$ 态处在较高的位置. 有人认为这是由于八极振动效应引起的, 而 RASM 在稳定的八极形变下也再现了这一现象, 相信低自旋宇称劈裂应该是稳定八极形变带的一个基本特征. (3) 八极形变带宇称劈裂随自旋增加而减小, 最终消失. 这些特征均已在图 1 中有明显体现.

4 结论

把 PSM 进一步推广为反射不对称壳模型 RASM, 得出了一些有意义的新结果: 如再现了典型八极形变核的若干能谱特征; 提出了解释八极形变带低自旋区宇称劈裂的新观点, 即八极形变也可以产生宇称劈裂. 我们的理论与实验很好符合, 这表明 RASM 理论是研究原子核八极形变的一个有效工具.

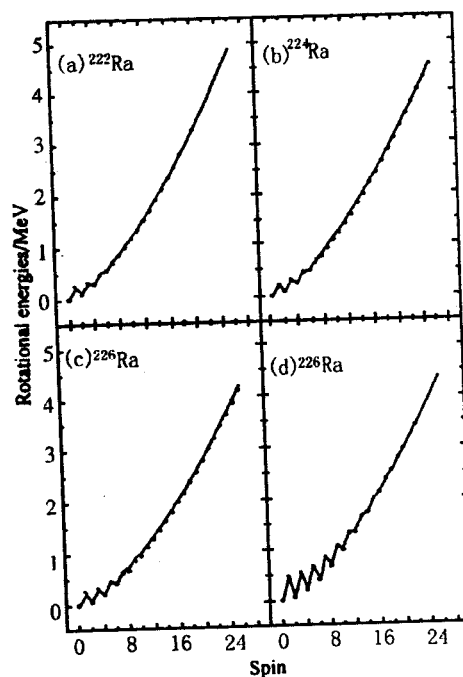


图 1 RASM 的计算结果 (线条所示)
点为实验能谱 (• 正宇称态, ○ 负宇称态).
实验数据取自文献[12]

参考文献 (References)

- 1 Bohr A. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. , 1952, 26:14
- 2 Bohr A, Mottelson B R. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. , 1953, 27: 16
- 3 Asaro F, Stephens F S, Perlman I. Phys. Rev. , 1953, 92:1495
- 4 Stephens F S, Asaro F, Perlman I. Phys. Rev. , 1954, 96:1568; 1955,100:1543
- 5 Butler P A, Nazarewicz W. Rev. Mod. Phys. , 1996,68:348
- 6 Inglis D R. Phys. Rev. , 1954,96:1059; Phys. Rev. , 1956,103:1786
- 7 Nazarewicz W, Tabor S L. Phys. Rev. , 1992,C45:2226
- 8 Elliott J P. Proc. Roy. Soc. , 1968, 245:128;557
- 9 Hara K, SUN Y. Int. J. Mod. Phys. , 1995,E4:637
- 10 Leander G A, Chen Y S. Phys. Rev. , 1988,C37:2744
- 11 GAO Zao-Chun. Reflection Asymmetric Shell Model, Ph. D. Thesis ,China Institute of Atomic Energy, 2000,8(in Chinese)
(高早春. 反射不对称壳模型, 中国原子能科学研究院博士学位论文,2000,8)
- 12 Cocks J F C, Hawcroft D, Arnal N et al. Nucl. Phys. , 1999,A645: 61

Reflection Asymmetric Shell Model and Its Description of the Octupole Deformed Bands in Ra Isotopes *

GAO Zao-Chun^{1,3} CHEN Yong-Shou^{1,2}

1 (*China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China*)

2 (*Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

3 (*Department of Technical Physics, Peking University, Beijing 100871, China*)

Abstract The framework of the Reflection Asymmetric Shell Model (RASM) used to describe the high-spin states of octupole-deformed nuclei has been formulated by the variational procedure. Some basic features of the Yrast octupole bands can be explained by this model. We calculated the even-even²²²⁻²²⁸Ra isotopes, the agreement between the theory and the experimental data is good.

Key words nuclear structure, high-spin states, octupole deformation, shell model

* Supported by NSFC (19935030, 10075078) and Major State Basic Research Development Program of China (G20000774)