

$\Delta\pi N$ 耦合以及 πNN 耦合的计算*

董 宇 兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 通过相对论夸克模型并结合介子云的贡献, 计算了 $\Delta\pi N$ 耦合常数以及 πNN 耦合常数. 计算结果表明了介子云对 $\Delta(1232)$ 共振态的性质的作用. 由此可以明显地看出介子云在低能区的效应.

关键词 相对论 夸克模型 介子云 耦合常数

研究核子结构, 核子激发态的性质一直是理论物理和实验物理学的一个重要的研究课题. 目前为止, 我们对核子的一些自旋相关性质的了解还很不足. 对其共振态性质的认识就更为缺乏. 近年来, 关于核子及其共振态性质的研究越来越为人们所重视. 这主要是一方面因为实验技术和设备的改进. 另一方面也是随着人们对深度非弹散射区(微扰 QCD 区)认识的深入, 使得人们迫切地需要知道共振区(非微扰 QCD 区)核子及其激发态的性质. 虽然传统的组分夸克模型在解释核子的一些性质, 甚至在解释核子-核子相互作用等方面都很成功, 但是目前为止核子及其共振态的一些自旋相关性质还不能由传统的组分夸克模型统一地解释. 新的实验结果使得对传统组分夸克模型的改进的要求变得越来越迫切. 比如, 如何解释 Δ 共振态的螺旋度振幅, 以及中子的电磁形状因子等问题. 在过去工作中^[1], 通过引入 π 介子云的贡献, 计算了 $\Delta(1232)$ 的螺旋度振幅以及 Roper 共振态的螺旋度振幅. 计算表明了介子云在这些可观测量中的重要作用. 我们发现即使利用相对论组分夸克模型, 并不能明显地改善非相对论组分夸克模型的结果. 因此可以说相对论效应在这些物理量上反映并不明显. 相反, 介子云的作用却是非常重要的^[1].

本文将利用相对论夸克模型并结合介子云的贡献来计算 πNN 耦合、 $\Delta\pi N$ 耦合常数以及 $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$ 的衰变过程. 通过对上述物理量的研究来对我们的模型进行检验. 并且了解在这些物理量中相对论效应和介子云所分别起的作用.

考虑相对论 Dirac 拉氏量和介子相互作用以后, 强子体系的总的拉氏量密度为^[2]

$$L = L_q + L_\pi + L_{q\pi} \quad (1)$$

其中自由夸克, 自由介子以及夸克-介子相互作用拉氏量密度分别为

$$L_q = \frac{i}{2} \bar{\psi}(r) \gamma^\mu \partial_\mu \psi(r) - \bar{\psi}(r) [V_{\text{conf}}(r) + m_q] \psi(r), \quad (2)$$

2000-12-14 收稿

* 国家自然科学基金(10075056), 中国科学院基金(X-37), 教育部基金(B-22)和理论物理所部分基金资助

$$L_{\pi} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\pi)^2 - \frac{1}{2}m_{\pi}^2\pi^2$$

$$L_{q\bar{q}}(\mathbf{r}_k) = \frac{i}{f_{\pi}}\bar{\psi}(\mathbf{r}_k)\gamma_5(V_s(\mathbf{r}_k) + m_q)\psi(\mathbf{r}_k) \cdot \phi_{\pi}(\mathbf{r}_k). \quad (4)$$

在(2)式中, m_q 是夸克质量, 其禁闭位简单地选为

$$V_{\text{conf}}(\mathbf{r}) = \frac{a_c}{2}(1 + \gamma_0)r^2 = V_s(\mathbf{r}) + V_v(\mathbf{r}), \quad (5)$$

其中 a_c 是禁闭位的强度, V_s, v 分别代表禁闭位的标量和矢量部分. 这种矢量 - 标量混合型的禁闭位具有 Dirac 方程的解析解^[3]. 夸克所满足的 Dirac 方程为

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma_0(V_{\text{conf}}(\mathbf{r}) + m_q) - E_q)\psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (6)$$

其解为

$$\psi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} a_s \\ i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}a_v \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{\alpha r^2}{2}\right), \quad (7)$$

其中系数 a_s 和 a_v 以及谐振子常数 α 可以通过 Dirac 方程和单粒子波函数的归一化条件而定出^[3], 如有

$$a_c = \frac{(E_q - m_q)^2(E_q + m_q)}{9}; \quad \alpha = \sqrt{a_c(E_q + m_q)}. \quad (8)$$

在本文中, 夸克质量 m_q 和单粒子 Dirac 能量 E_q 选作为两个独立的参数. 利用标量 - 矢量型的禁闭位的原因有两方面. 其一是 Dirac 方程(6)的波函数可以解析地给出来. 其二来自于 Page, Goldman 和 Ginocchio 的最新工作^[4]. 他们发现由一重, 一轻夸克构成的介子体系的自旋 - 轨道的简并问题可以通过体系 Dirac 哈密顿量的相对论对称性来解释, 且其中的位势应是标量和矢量混合的, 但它们可以差一个常数.

这里首先把核子和 $\Delta(1232)$ 共振态看作是由三个夸克构成的. 因此体系总的哈密顿量是三个独立粒子的哈密顿量之和. 体系总的波函数则可以假设为三个单粒子波函数之积. 但是其质心运动应该扣除. 这里利用 Perierls 和 Yoccoz(P - Y)的方法扣除质心^[5]. 文献[3]也是利用这种扣除质心方法的. 值得指出的是在相对论框架下有几种扣除质心的方法, 但都不能完全地扣除质心^[6]. 用 P - Y 方法扣除质心后体系的波函数可以写为

$$\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \frac{N(\mathbf{p})}{(2\pi)^9} \int d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3 e^{i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2 + i\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{r}_3} \Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3), \quad (9)$$

其中 \mathbf{p} 是体系的总动量, $N(\mathbf{p})$ 是总波函数的归一化因子. 这里, 内部波函数是和体系总的动量以及扣除质心的方法有关的. 三夸克核波函数在动量空间中可以表示为

$$\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3) = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}) \psi(\mathbf{p}_1) \psi(\mathbf{p}_2) \psi(\mathbf{p}_3), \quad (10)$$

其中 $\psi(\mathbf{p})$ 是坐标空间中单粒子波函数的复氏变换 $\psi(\mathbf{p}) = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) d^3r$.

利用强子 - 夸克二重性可以计算核子和 π 介子的耦合, 以及相应的耦合常数 $g_{\pi NN}$. 强子 - 夸克二重性可以同时**在强子层次和夸克层次上**分别计算 πNN 的耦合. 其具体形式为

$$\frac{g_{\pi NN}}{2M_N} F(\mathbf{k}) \boldsymbol{\sigma}_N \cdot \mathbf{k} \boldsymbol{\tau}_N = \left\langle \Psi_{-k} \left| \sum_{j=1}^3 \frac{V_s(\mathbf{r}_j) + m_q}{f_{\pi}} \gamma_0(j) \gamma_5(j) \boldsymbol{\tau}(j) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} \right| \Psi_0 \right\rangle$$

其中 M_N 是核子的质量, \mathbf{k} 是 π 介子的三动量. $F(\mathbf{k})$ 是形状因子, 且有 $F(0) = 1^{[7]}$. 式 (11) 来源于强子-夸克二重性, 它可以通过 π -夸克耦合来得到 πNN 耦合常数.

同样可以通过强子-夸克二重性来研究 Δ 共振态的性质. 强子层次上等效力理论所通常利用的 $\Delta\pi N$ 相互作用拉氏量一般为^[8]

$$L = g_{\Delta\pi N} \bar{N} T \Delta_\mu \partial^\mu \phi_\pi, \quad (12)$$

其中 N 和 Δ_μ 分别代表核子和 Δ 共振态的场量. Δ 共振态的场量 Δ_μ 是利用了 Rarita-Schwinger 表示. 上述拉氏量中 T 是 Δ 到核子 N 的同位旋跃迁算符. 式 (12) 所给出的 $\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p$ 过程的衰变宽度为^[9]

$$\Gamma(\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p) = \frac{1}{6} \frac{g_{\Delta\pi N}}{4\pi} \frac{(M_N + M_\Delta)^2 - m_\pi^2}{M_\Delta^2} p_\pi^3 \quad (13)$$

其中 p_π 是 π 介子的动量

$$p_\pi = \sqrt{\left(\frac{m_\pi^2 + M_\Delta^2 - M_N^2}{2M_\Delta}\right)^2 - m_\pi^2}. \quad (14)$$

另一方面, 利用本文上述的相对论夸克模型也可以从夸克层次上计算同样的衰变过程的衰变宽度.

$$H_{int} = - \int \sum_{j=1}^3 L_{qq\pi}(\mathbf{r}_j) d^3 r_j \quad (15)$$

其中 $\omega_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + \mathbf{p}_\pi^2}$ 是 π 介子的能量, M 是跃迁算符, $a(k)$ ($a^\dagger(k)$) 是介子的湮没(产生)算符. (15) 式给出的 $\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p$ 的衰变宽度为

$$\Gamma = \frac{|\mathbf{p}_\pi|}{2\pi} \frac{E_N'(\mathbf{p}_\pi)}{E_N'(\mathbf{p}_\pi) + \omega_\pi} \frac{\sum |M_{i \rightarrow f}(\mathbf{p}_\pi)|^2}{2J_i + 1}, \quad (16)$$

其中求和是分别对初态和末态, J_i 表示初态的总角动量, $E_N'(\mathbf{p}_\pi) = \sqrt{M_N^2 + \mathbf{p}_\pi^2}$ 代表末态核子的能量, $M_{i \rightarrow f} = \langle f | \sum_{j=1}^3 M_j | i \rangle$ 是跃迁算符的矩阵元. 如果选定单粒子能量 E_q 为 540 MeV, 就可以得到核子和 Δ 共振态的自旋平均能量为 $2E_q = 1080$ MeV (扣除质心之后). 这个值是合理的, 因为这里并没有考虑由单胶子和介子交换所引入的自旋批裂. 图 1 中计算的 $g_{\pi NN}$ 是由点划线表示的. 它和经验值 13.8 (实线) 是定性相符的. 然而关于 $\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p$ 的衰变宽度 Γ 以及耦合常数 $g_{\Delta\pi N}$ 的计算结果却和实验值以及经验值相差甚远. 图 2—3 中的点划线仍表示我们的理论结果, 实线是实验值以及由实验值和 (13) 式所得到的 $\Delta(1232)$ 耦合常数的经验值^[10].

$$\Gamma(\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p) = (111.0 \pm 1.0) \text{ MeV}, g_{\Delta\pi N} = (15.15 \pm 0.07) \text{ GeV}^{-1}. \quad (17)$$

图 1—3 中选定了单粒子的能量 $E_q = 540$ MeV, 而变化夸克质量 m_q , 变化范围从 0 到 300 MeV. 可以发现所有的计算结果定性来说对夸克质量的变化并不非常敏感. 另外, 当变化单粒子能量时, 比如选单粒子能量 E_q 分别为 480 MeV 和 540 MeV, 上述关于 $\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p$ 的衰变宽度和耦合常数 $g_{\pi NN}$, $g_{\Delta\pi N}$ 的定性结论并不因此而变化. 这就说明了在计算 Δ 共振态性质时, 相对论效应的引入已不能明显地改进理论预言, 也说明了 3 个组分夸克模

型的局限性.

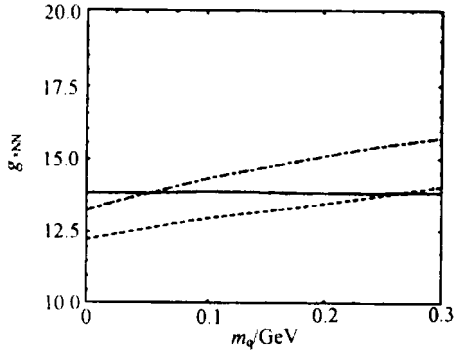


图 1 $g_{\pi NN}$

— 经验值, - - - 不考虑介子云的计算结果,
 ··· 考虑介子云的计算结果.

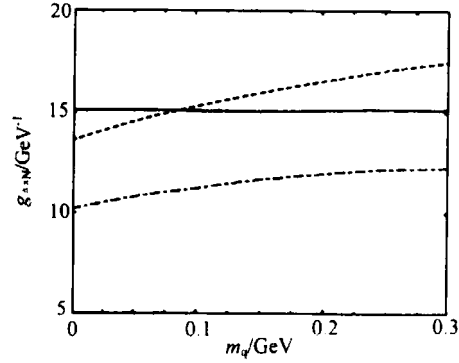


图 2 $g_{\Delta\pi N}$

— 经验值, ··· 不考虑介子云的计算结果,
 - - - 考虑介子云的计算结果.

为了进一步改进上述关于 Δ 共振态的计算,考虑介子云的影响是必要的.文献[11]中已经给出了介子云对核子和 Δ 共振态的波函数以及相互作用顶角重整化的效应.本文只简单地列出其中的一些重要的结果.重整化的强子波函数和三个夸克体系的波函数的关系为

$$|A\rangle = \sqrt{Z_2^A} [1 + (m_A - H_0 - \Lambda H_{int} \Lambda)^{-1} H_{int}] |A_0\rangle, \quad (18)$$

其中 Z_2^A 是波函数的重整化常数, m_A 是重整化质量, H_0 是自由的夸克和介子的哈密顿量之和, H_{int} 由(15)式给出, Λ 是投影算符.重整化常数 Z_2 为

$$Z_2^A = [1 + \langle A_0 | H_{int} (m_A - H_0 - \Lambda H_{int} \Lambda)^{-2} H_{int} | A_0 \rangle]^{-1}$$

重整化的相互作用顶角为

$$M^{AB}(k) = \frac{\sqrt{Z_2^A Z_2^B}}{Z_1^{AB}} M^{A_0 B_0}(k), \quad Z_1^{AB} = [1 + \lambda^{AB}]^{-1}$$

其中

$$\lambda^{AB}(k) M^{AB} = \langle A_0 | H_{int} (m_A - H_0 - \Lambda H_{int} \Lambda)^{-1} M(k) (m_B - H_0 - \Lambda H_{int} \Lambda)^{-1} H_{int} | B_0 \rangle.$$

且

$$\lambda^{AB} = \sum_{CD} U_{CD}^{AB} \int \frac{d^3 k}{2\omega_\pi (2\pi)^3 f^{AB}} \frac{M^{*AC}(k) M^{DB}(k)}{(M_A - m_C - \omega)(m_B - m_D - \omega)},$$

图 4 给出了重整化顶角的示意,其中 N', Δ' 代表重整化后的核子和 Δ 共振态, C, D 代表中

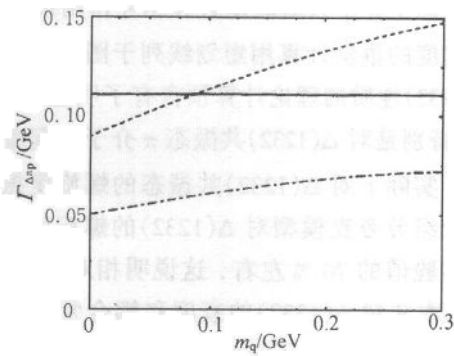
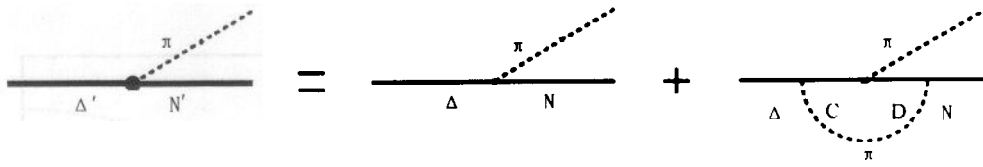


图 3 $\Gamma(\Delta^{*+} \rightarrow \pi^+ p)$

— 经验值, - - - 不考虑介子云的计算结果,
 ··· 考虑介子云的计算结果.



对相互作用顶角的最低级贡献

间态,他们只选为 N 或 Δ . (22)式中因子 $f^{AB} = \langle A_{SF} \| \sum_{j=1}^3 \sigma_j \tau_j \| B_{SF} \rangle$ 是自旋-同位旋部分的约化矩阵元,另外一个因子 U_{CD}^{AB} 也是由初态 $|A\rangle$, 末态 $|B\rangle$ 以及中间态 $|C\rangle, |D\rangle$ 的自旋-同位旋部分给出^[11]

$$U_{CD}^{AB} = (-)^{S_B + S_C + T_C} [(2S_B + 1)(2S_C + 1)(2T_B + 1)(2T_C + 1)]^{1/2} \times \begin{Bmatrix} A_A & 1 & S_C \\ S_D & 1 & S_B \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_A & 1 & T_C \\ T_D & 1 & T_B \end{Bmatrix} \quad (23)$$

在考虑了介子云对波函数和相互作用顶角的影响之后,关于 $g_{\pi NN}$ 和 $\Delta(1232)$ 的耦合常数,衰变宽度的重新计算用短划线列于图 1—3 中. 其定性的结果表明在考虑介子云效应之后,对 $\Delta(1232)$ 性质的理论计算预言有了明显改进. 这就说明了介子云在这些物理量上的重要作用,特别是对 $\Delta(1232)$ 共振态 π 介子云起着尤为重要的作用. 而对 $g_{\pi NN}$ 的作用并不明显.

实际上对 $\Delta(1232)$ 共振态的螺旋度振幅的计算也具有相似的结论^[1]. 相对论和非相对论组分夸克模型对 $\Delta(1232)$ 的螺旋度振幅的预言是几乎一致的. 但所得到的结果都只是实验值的 70% 左右. 这说明相对论效应在 $\Delta(1232)$ 的螺旋度振幅上并不明显地体现出来. 本文对 $\Delta(1232)$ 的衰变和耦合常数的计算也反映了这一结论. 我们过去的工作^[1] 和本文即说明了介子云对 $\Delta(1232)$ 的螺旋度振幅的重要影响也体现了介子云对 $\Delta(1232)$ 的衰变及耦合常数的明显作用. 因此,系统地考虑介子云的贡献对解释核子激发态的性质是非常重要的.

参考文献 (References)

- 1 DONG Y B, Faessler A, Shimizu K. Eur. Phys. J., 1999, **A6**:203; Phys. Rev., 1999, **C60**:035203; Nucl. Phys., 2000, **A671**:379
- 2 Theberge S, Thomas A W, Miller G A. Phys. Rev., 1980, **D20**:2839; Thomas A W. Adv. In Nucl. Phys., 1984, **13**:1; Barik N, Dash B K, Phys. Rev., 1986, **D33**:1925; 1986, **D34**:2092
- 3 Tegen R, Brockmann R, Weise W. Z. Phys., 1982, **A307**:339
- 4 Page P R, Goldman T, Ginocchio J N. Relativistic Symmetry Suppresses Quark Spin-orbit Splitting, hep-ph/0002094
- 5 Peierls R E, Yoccoz J. Proc. Phys. Soc., 1957, **70**:381
- 6 Shimizu K, Dong Y B, Faessler A et al. Phys. Rev., 2001; **C63**:025212
- 7 Shimizu K. Phys. Lett., 1984, **B148**:418
- 8 Sato T, Lee T-S H. Phys. Rev., 1996, **C34**:2660
- 9 Gokalp A, Yilmaz O. J. Phys., 1999, **G25**:2345
- 10 Caso et al (Review of Particle Properties). Eur. Phys. J., 1998, **C3**:1
- 11 Theberge S, Thomas A W. Nucl. Phys., 1983, **A393**:252

Study of $\Delta\pi N$ and πNN Couplings

DONG Yu-Bing

(*Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China*)

Abstract The couplings of $\Delta\pi N$ and πNN are calculated by employing the relativistic quark model incorporated with pion meson cloud. Our results indicate the important role of the pion meson cloud on $\Delta(1232)$ resonance. Therefore, the pion meson cloud should be considered in the low energy region.

Key words meson cloud, $\Delta(1232)$ resonance, quark model

Received 14 December 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China(100075056), The Chinese Academy of Sciences (X-37), Ministry of Education (B-22) and Institute of Theoretical Physics