第25卷 第12期 高能物理与核物理 Vol.25, No.12
2001年12月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Dec.,2001

核物质中内介质等效手征 Lagrange 量和 π 介子质量

汤叔楩[1] 徐援[2]
1(河北科技大学理学院 石家庄 050054)
2(河海大学数理系 南京 210024)

摘要 在核物质中从手征等效 Lagrange 量得到的 π 介子有效质量是单值的,并且与 π 介子场的离壳扩展无关,例如 PCAC 选择. 同位旋对称核物质中的有效 π 介子质量随增加的核密度有些上升,因此有效类时 π 介子衰变常数和密度相关的夸克凝聚渐渐下降. 另外研究了内介质 Gell - Mann - Oakes - Renner 关系和其它内介质同一性. 最后讨论了同位旋对称、各向同性和均匀的核物质中关于介子传播的等效 Lagrange 量的几个限制.

关键词 内介质 隐蔽规范耦合 夸克数极化率 夸克凝聚 虚拟场

1 引言

在 K 介子和核子之间, S 波的相互吸引作用也许低于 K 介子的有效质量,这种相互作用,依几倍的核饱和密度凝聚成密中子星物质. 在近年来核物质强作用物理学的讨论中,尤其在谈到赝 Goldstone 的 Bose 子、K 介子和 π 介子时,经常使用 Kaplan 和 Nelson[1] 的这个提法. 据此,K 介子的情况受到许多附加的复杂状态的困扰,例如 Λ(1405)的共振作用. 这种共振作用将影响到低能 Kp 散射以及 $\Sigma\pi$ 道的耦合,并保持光滑度假设的大尺寸运动区域. 在对称核物质中,这种情况在 S 波 π 介子传播过程中显现得就更加清晰[2,3,4]. 所以,前述提法可用来检验把手征微扰理论思想应用于有限的核密度.

有人认为,用这个方法引出并描述介子凝聚是错误的[3,5],并认为手征等效 Lagrange 量与流代数、PCAC 不一致[3,5]. 他们还主张这些介子质壳外的振幅在计算中必然导致阻止介子凝聚的有效推斥[5].

考虑不完全的手征 Lagrange 量或源耦合不相容时,这些主张不成立[6]. 事实上,当介子离壳得到的 S 波介子 - 核子散射振幅服从介子场的选择时,它们纯粹是非物理的,并且不被看作是理论上的限制;此外,还表现出核物质中有效介子质量对介子场做的选择无关. 一般规则的结果: S 矩阵元的情况[7],任何物理上相关的可观察量与介子场变量的选

2000 - 06 - 05 收稿, 2001 - 06 - 18 收修改稿

择无关. 这个猜想由两个计算支持[6]:用手征微扰理论表述,正则介子场应等同于轴矢流的发散[8];用传统的处理,介子场不应与轴矢流的发散等同[1].

2 手征微扰理论和 S 波介子传播

Gasser 等人[9]把手征微扰理论的函数积分表示[8],推广到核子范围. 按这个近似,QCD Green 函数的有效生成泛函、真空-真空过渡振幅 $\exp(\mathrm{i}Z_{QCD})$扩展如下:外部色中性源、同位旋矢量 v_μ、同位旋轴矢量 a_μ、同位旋标量 s 和同位旋赝标量 p 耦合到 QCD 作用的相应夸克流,并指定手征的 $SU(2)_L\times SU(2)_R$ 变换,所以源扩展的作用是局部手征不变的. QCD Lagrange 量的流夸克质量通过 s 隐蔽在标量-同位旋标量耦合中:$s=s_0+s'$ 含有一个稳定部分,这里 s_0 是夸克质量矩阵 $\mathscr{M}$. 按这个方式,源耦合保证手征的 QCD-Ward 恒等式得到满足. 中心思想是:在强子能级,低能有效理论的生成泛函 $\exp(\mathrm{i}Z_{eff})$应取决相同的外部源. 按这个方法,用低能等效理论表示要确定的 QCD-Ward 恒等式. 根据等效理论,这个步骤必须是普适的(局部手征不变性除外),为了把等效的生成泛函约束在某些切实可行的情况,需要进一步的实验事实. 自然,在例如 Lorentz 变换、宇称和时间反演、电荷共轭下,等效理论应考虑通常的不变性并同样应该是局部的. 它的源和场必须是色中性的. 所有参与等效作用的强子场在汇集成生成泛函形式的情况下是虚拟场. 在低能,在这些赝 Goldstone-Bose 子的质量远小于其它强子质量(手征对称破缺标度的量级是 $\Lambda\approx1\mathrm{GeV}$),并因此 Goldstone-Bose 子的低动量退耦合定理适用的情况下,它们可以限制在 π 介子(和 K 介子):Goldstone-Bose 子在低 Q 是弱相互作用的,强子的 Green 函数由于赝 Goldstone-Bose 子交换而受到极点的控制,并且 Goldstone-Goldstone 相互作用中的 Vertex 允许一个按小动量 Q 的幂的 Tylor 级数展开. 在 Weinberg 的手征计算图[10],各种树项和回线项按外部动量 Q 和 π 介子质量 m_π(或 K 介子质量 m_K)排列. 树级系数是从经验值得到的. 标准手征微扰理论中最终成分是个猜想,非零夸克凝聚不仅是手征对称自发破缺的序参量,而且很大,以致在主导阶可忽略较高的夸克凝聚[11]. 这说明,流夸克质量矩阵 $\mathscr{M}$ 按平方 π 介子质量标度,Weinberg 计算是外部动量的二次幂 Q^2 和平方流夸克质量的线性幂 $\hat{m}=(m_u+m_d)/2$.

在低能1),包括 π 介子的强子作用 S_{eff}按 2×2 虚拟场 U(在 $SU(2)_L\times SU(2)_R$ 下线性地变换)的项表达. 在这个表达式,源 s,p,v_μ 和 a_μ 从开始同夸克双线性耦合,并直接与 $SU(2)_L\times SU(2)_R$ 流结成夸克变量. 因而在源转换到强子能级时,自然显出 PCAC 规则. 同样,可引入核子 $\mathrm{N}(\bar{\mathrm{N}})$耦合到相应的外部源 $\eta(\eta)$,手征变换下外部源非线性地变换,以保证耦合项手征不变. 在这个情况,在强子能级只分辨源 η 和 $\bar{\eta}$ 的诠释不存在重子源的 QCD 能级上的任何简单解释. 此外,生成泛函 $\exp(\mathrm{i}Z_{eff})$与 n 核子-n 核子跃迁振幅($n\geqslant1$)结合[9]

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}Z_{eff}[s,p,v_\mu,a_\mu,\eta,\eta]}=\mathscr{N}\int\mathrm{d}U\mathrm{d}N\mathrm{d}\bar{N}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\int\mathrm{d}^4x(\mathscr{L}_{\pi\pi}+\mathscr{L}_{\pi N}+\bar{\eta}N+\bar{N}\eta)},\tag{1}$$

1) 在低能,没有明显的理由出现 σ 或 ρ 介子

这里 $\mathcal{N}$ 是总规一化, $U,N,\bar{N}$ 是虚拟场, Lagrange 量 $\mathscr{L}_{\pi\pi}$ 和 $\mathscr{L}_{\pi N}$ 与源 s,p,v_μ 及 a_μ 有关. 下面将使用标量源 s 生成夸克质量矩阵, $s=\mathscr{M}=\mathrm{diag}(m_u,m_d)$; 此外只对渐进 π 介子保留源 p, 而设 $v_\mu=a_\mu=0$(除另外说明). 源 η 和 $\bar{\eta}$ 产生单核子"入"、"出"态. 核子按静态 Fermi 子表达式处理[12], 核子回线在这里不起作用[13], 因此可以认为核子行列式是个单位.

Lagrange 量涉及生成泛函(1), 对主导阶, $\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}=\mathscr{L}_{\pi\pi}+\mathscr{L}_{\pi N}$ 是由核子动能项 $\mathrm{i}\bar{N}(v\cdot\partial)N$ 给出的, 对次主导阶 $\mathscr{O}(Q^2)$ 由[9,14]

$$\mathscr{L}_{\pi\pi}^{(2)}=\frac{f_{\pi\pi}^2}{4}\mathrm{Tr}\,\partial_\mu U\,\partial^\mu U^+ +\frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{Tr}(U^+\chi+\chi^+U), \tag{2}$$

$$\mathscr{L}_{\pi N}^{(2)}=-\frac{\sigma}{4m_\pi^2}\bar{N}N\mathrm{Tr}(U^+\chi+\chi^+U)+c_2\bar{N}(v\cdot u)^2N+c_3\bar{N}(u\cdot u)N \tag{3}$$

给出, 这里 $u_\mu=\mathrm{i}u^+\partial_\mu Uu^+$, $U=u^2=\exp(\mathrm{i}\tau^a\pi^a/f_\pi)$, $\chi=2B(s+\mathrm{i}p)$, v_μ 是核子的四维速度, 在静系中 $v_\mu=(1,0,0,0)$. f_π^2(及后面的 m_π^2)的经验值[1)]包含到树级相应量的 $\mathscr{O}(Q^2)$ 修正. 常数 σ,c_2 和 c_3 是夸克质量线性的, 因此是 $\mathscr{O}(Q^2)$ 阶的. 常数 σ 与 $\sigma(t=0)$ 等同, 这个项也用来增加核子质量. 在 $SU(2)$ 手征极限, $m_N=m_0+\sigma$, 这里 $m_0\approx890\mathrm{MeV}$, $\sigma=45\mathrm{MeV}$[15]. 这样, $\sigma(t=0)$ 项确定为正的.

展开 U 到 π^a 的第二阶, 我们发现

$$\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}=\bar{N}(\mathrm{i}v\cdot\partial-\sigma)N+\frac{1}{2}(\partial_\mu\pi)^2-\frac{1}{2}m_\pi^2\pi^2+$$
$$\frac{1}{f_\pi^2}\left(\frac{1}{2}\sigma\pi^2+c_2(v\cdot\partial\pi)^2+c_3(\partial_\mu\pi)^2\right)\bar{N}N+j^a\pi^a\left(1-\frac{\sigma\bar{N}N}{f_\pi^2m_\pi^2}\right). \tag{4}$$

赝标量源是 $j^a\equiv2Bf_\pi p^a$, 按照"夸克凝聚" $-2f_\pi^2B=-2f_\pi^2m_\pi^2/(m_u+m_d)$ 和初始源 $p^a(p=p^a\tau^a)$ 从平方展开得到. 因为, 通过取生成泛函关于源 j^a 的导数得到 Green 函数, 方程(4)中源与 π 介子场的非平凡耦合在 π 介子离壳 S 波 πN 振幅的相容描述中起重要作用[6]. 从 Lagrange 量(4), 发现同位旋偶散射长度

$$a_{\pi N}^+=\{4\pi f_\pi^2(1+m_\pi/m_N)\}^{-1}(2(c_2+c_3)m_\pi^2+\sigma)+\mathscr{O}(m_\pi^2). \tag{5}$$

根据实验, $a_{\pi N}^+=-0.0083m_\pi^{-1}$[16], 相应于一个排斥相互作用. 利用 $\sigma\approx45\mathrm{MeV}$, 我们有 $(c_2+c_3)m_\pi^2\approx-26\mathrm{MeV}$. 通过包含的回线修正可以找到这些常数的改进值[14]. $\mathscr{O}(m_\pi^2)$ 的第一个修正从有限回线项得到. 因此, 按自由空间模拟, 在核物质中 $\mathscr{O}(Q^2)$ 阶的所有参量已经在 $\mathscr{O}(Q^3)$ 得到它们的第一个修正.

3　核物质中的有效介子质量

从介子到重子段, 在扩展的手征微扰理论中遇到这些问题时, 未找到核物质中展开的精确表达式是不奇怪的. 新标度(核子的 Fermi 动量)的存在、Lorentz 不变性的破缺及核的关联, 把新的复杂程度加到手征展开的表达式. 首先, 如上概括, 简单使用自由空间手征展开, 并且在平均场能级计算核子算符, 从而对作用到密度的线性阶起作用: 也就是 $S=$

1) π 介子衰变常数 $f_\pi=93\mathrm{MeV}$ 和 π 介子质量 $m_\pi=139\mathrm{MeV}$

$\int d^4x\mathscr{L}^{(2)}(\rho)$,这里1)

$$\mathscr{L}^{(2)}(\rho)=\frac{f_\pi^2}{4}\left(g^{\mu\nu}+\frac{D^{\mu\nu}\rho}{f_\pi^2}\right)\mathrm{Tr}(\partial_\mu U\partial_\nu U^+)+\frac{f_\pi^2}{4}\left(1-\frac{\sigma\rho}{f_\pi^2m_\pi^2}\right)\mathrm{Tr}(U^+\chi+\chi^+U),\qquad(6)$$

并且 $D^{\mu\nu}\equiv 2c_2v^\mu v^\nu+2c_3g^{\mu\nu}$,如同(2),(3)式所述.这里可提出介子内插场作用的问题.我们将讨论精确建立在自由空间散射情况中的基本思想[17],物理上相关的可观察量与场变量的选择无关,在核物质也一样.在这种情况,相关的可观察量是对称核物质中 π 介子传播函数的极点位置[17].极点位置常称为有效质量.

按核子平均场近似,设 $\langle\bar{N}N\rangle=\rho$(同样用标量密度逼近矢量密度).由(1)显而易见,由于 U 和 π 是虚拟变量,任何可观察量只要准确地规一化,并在 π 介子和真空之间有非零矩阵元,它一定与这个场无关.在树级我们有2) $Z[j;\rho]=S[\pi]+\int d^4xj^a(x)\pi^a(x)(1-\sigma\rho/f_\pi^2m_\pi^2)$.这样,树级有效的作用 $\Gamma[\phi_\pi;\rho]=Z[\phi_\pi;\rho]-\int d^4xj\phi_\pi=S[1-\sigma\rho/f_\pi^2m_\pi^2)^{-1}\phi_\pi]$写成

$$\Gamma[\phi_\pi;\rho]=\frac{1}{2}\int d^4x\left(1-\frac{\sigma\rho}{f_\pi^2m_\pi^2}\right)^{-2}\left(\partial_\mu\phi_\pi\partial_\nu\phi_\pi\left(g^{\mu\nu}+\frac{D^{\mu\nu}\rho}{f_\pi^2}\right)-m_\pi^2\left(1-\frac{\sigma\rho}{f_\pi^2m_\pi^2}\right)\phi_\pi\right),$$

由此得到内介质带电 π 介子传播函数

$$D(q,\rho)=\frac{\mathrm{i}\left(1-\frac{\sigma\rho}{f_\pi^2m_\pi^2}\right)^2}{q^2-m_\pi^2+\frac{\rho}{f_\pi^2}(\rho+2c_2(v\cdot q)^2+2c_3q^2)}+\mathscr{O}(m_\pi^2).\qquad(7)$$

计算传播函数的极点,发现有效 π 介子质量 $m_\pi^{*2}(\rho):=\omega^2(\boldsymbol{k}=0;\rho)$在对称核物质中是

$$m_\pi^{*2}(\rho)=m_\pi^2\{1-\sigma\rho/(f_\pi^2m_\pi^2)\}/(1+2(c_2+c_3)\rho/f_\pi^2)+\mathscr{O}(m_\pi^2),\qquad(8)$$

$$m_\pi^{*2}(\rho)=m_\pi^2(1-\rho(2(c_2+c_3)m_\pi^2+\sigma)/(f_\pi^2m_\pi^2))+\mathscr{O}(m_\pi^2;\rho^2),\qquad(9)$$

(9)式清楚显示对密度线性阶的预测.(9)式对密度线性阶给出 $m_\pi^*(\rho)=m_\pi-2\pi a_{\pi N}^+\rho/m_R$,这里 m_R 是 π 介子-核子体系的折合质量.这样的变化过程是从最低阶光学势预期的,与手征微扰论无关.有效质量接受那些由(8)式在高于密度线性阶给出的、从诸如这节开始提出的因子的附加贡献3).

Lagrange 量 $\mathscr{L}_{\mathrm{eff}}$体现,内插 π 介子场的 PCAC 选择在 π 介子传播函数的留数出现,而不在有效 π 介子质量.π 介子场的不同离壳选择说明(4)中源耦合的变化($j^a\pi^{a}$[1] 替代 $j^a\pi^a(1-\sigma\rho/f_\pi^2m_\pi^2)$),并且导致传播函数(7)式的不同留数(也就是,1 替代$(1-\sigma\rho/f_\pi^2m_\pi^2)^2$),而剩下极点位置不变量.结论:使用不同的内插 π 介子场从理论得到的有效质量不存在差异[6].因此要注意,正在进行的和上面开始的近似内,由不同的内插 π 介子场模型推测的有效质量对核密度的所有阶是全同的.

讨论对称核物质中有效 π 介子质量的 Gell-Mann-Oakes-Renner(GMOR)关系[18]来结束这一节.GMOR 关系为 $f_\pi^2m_\pi^2=-\frac{m_u+m_d}{2}\langle 0|\bar{u}u+\bar{d}d|0\rangle+\mathscr{O}(m_\pi^4)$.这是从二阶等

---

1) 标量密度是 Lorentz 不变的,Lorentz 不变性的破缺使我们用矢量密度替代标量密度

2) $Z[j;\rho]:=Z_{\mathrm{eff}}^{m,f,\bullet}[M,j,0,0,0,0]$和所谓经典 π 介子场:$\phi_\pi^a=(1-\sigma\rho/f_\pi^2m_\pi^2)\pi^a$

3) 在上述方程和随后的方程,只明显地表示按照从到 $\mathscr{O}(Q^2)$的手征 Lagrange 量和平均场近似中的密度关系

效 Lagrange 量 $\mathscr{L}^{(2)}_{\pi\pi}$,通过认证 $Z_{QCD}=Z_{eff}$ 导出的,这个认证得出

$$\left.\frac{\delta Z_{QCD}}{\delta\mathscr{M}(x)}\right|_{\mathscr{M}=0}=-\langle 0|\bar{u}u+\bar{d}d|0\rangle=2f_\pi^2B. \tag{10}$$

这样对 B 求解并使用关系 $B(m_u+m_d)=m_\pi^2$ 得到 GMOR 关系[8]. 用核子平均场近似中的 Lagrange 量方程(6),研究相对于内介质 π 介子质量的 GMOR 关系. 由于物质破坏 Lorentz 不变性(但如果它是各向同性的仍保持转动不变性),可借助 $f_\pi^2(g^{\mu\nu}+D^{\mu\nu}\rho/f_\pi^2)=f_t^{*2}(\rho)g^{00}+f_s^{*2}(\rho)g^{ii}$[19],分离时间和空间分量,时间分量

$$f_t^{*2}(\rho)=f_\pi^2(1+D^{00}\rho/f_\pi^2)+\mathscr{O}(m_\pi). \tag{11}$$

从方程(6)开始并用导出方程(10)的同样方法,得到密度相关的夸克凝聚

$$\langle\bar{u}u+\bar{d}d\rangle_\rho=\langle 0|\bar{u}u+\bar{d}d|0\rangle(1-\sigma\rho/(f_\pi^2m_\pi^2))+\mathscr{O}(m_\pi), \tag{12}$$

事实上模型无关的结果[20]. 方程(12)与(8)中给出的 π 介子有效质量结合时,产生核子平均场近似的内介质 GMOR 关系(在有限密度的其它讨论可参考文献[21])

$$f_\pi^{*2}(\rho)m_\pi^{*2}(\rho)=-\frac{m_u+m_d}{2}\langle\bar{u}u+\bar{d}d\rangle_\rho+\mathscr{O}(m_\pi^3), \tag{13}$$

因此它只是在有限密度涉及 GMOR 关系的耦合常数的时间分量 f_t^*. 作为密度函数,f_t^* 和 $-\langle\bar{u}u+\bar{d}d\rangle_\rho$ 明显地减小(按核物质密度大约是真空值的三分之二),而 m_π^* 增加,尽管很慢.

值得验证,式(11)给出的 $f_t^*(\rho)$ 与按照物质中轴矢流同 π 介子耦合的定义一致,

$$\langle 0|\bar{q}\gamma_0\gamma_5(1/2)\tau^aq|\pi^b\rangle_\rho=\mathrm{i}p_0\delta^{ab}f_t^*(\rho)+\mathscr{O}(m_\pi^3). \tag{14}$$

作为介子中的 π 介子态,右矢 $|\pi^b\rangle_\rho$ 是未知的,从轴矢量两点函数计算期望值,由于闭合,这里不涉及关于 π 介子态的信息. 轴矢量关联子在零核密度为[8]

$$\left.\frac{\delta^2Z_{eff}}{\delta a_\mu^a(-q)\delta a_\nu^b(q)}\right|_{a=v=p=0;s=\mathscr{M}}=\mathrm{i}\int\mathrm{d}x\mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x-y)}\langle 0|TA_\mu^a(x)A_\nu^b(y)|0\rangle=$$

$$\delta^{ab}\left\{g_{\mu\nu}f_\pi^2+\frac{q_\mu q_\nu f_\pi^2}{m_\pi^2-q^2}\right\}+\mathscr{O}(q^2). \tag{15}$$

方程(15)及其它关联子可以按有限密度计算,按平均场近似,通过在 Z_{eff} 恢复普通源 s, v^μ, a^μ,把作用展开到二阶 π 介子场,并求出 π 介子的自由度. 关于外部源的二阶变量给出两点函数. 例如,关于 a_0 的变量给出与方程(15)的时间-时间分量同形的内介质关联子,用 $f_t^{*2}(\rho)$ 代替 f_π^2,用有效质量(8)代替 m_π. 这便建立了所需的等价量. 在赝标量源 p^a 不涉及这个计算时,结果与 π 介子场的离壳扩展无关.

按类似的方式,内介质赝标量关联子的计算导致

$$g_\pi^{*2}(\rho)=(2Bf_\pi)^\pi(1-\sigma\rho/f_\pi^2m_\pi^2)^2/(1+D^{00}\rho/f_\pi^2)+\mathscr{O}(m_\pi^2), \tag{16}$$

(g_π 在真空中定义为 $g_\pi\delta^{ab}\equiv\langle 0|\bar{q}\mathrm{i}\gamma^5\tau^aq|\pi^b\rangle$). 计算明显涉及对赝标量源函数的导数 p^a 的情况下,结果与 π 介子场的离壳扩展相关. 轴矢量-赝标量关联子也是 p^a 相关的. 用式(12)和(8)可以检测,PCAC 关系的有限密度型式[8]在(4)式的源耦合下适用

$$f_t^*(\rho)m_\pi^{*2}(\rho)=\frac{m_u+m_d}{2}g_\pi^*(\rho)+\mathscr{O}(m_\pi^3). \tag{17}$$

4 非相对论的手征 Lagrange 量

关于 S 波 π 介子在均匀的、各向同性的物质传播的叙述由密度线性阶的 $\mathscr{O}(Q^2)$ 手征 Lagrange 量得出．在这个阶，核物质背景的存在已显示 π 介子传播从优静止参考系的特征，Lorentz 不变性受到破坏．例如，这分别表现为类时和类空 π 介子有效衰变常数的不同值，$f_t^*(\rho)$ 和 $f_s^*(\rho)$．这样，在要建立的手征微扰理论中，可以不再坚持像先决条件的 Lorentz 不变性．在这种情况，背景物质仍是各向同性和均匀的．问题是在这样的非相对论前提下，是否存在修正的手征微扰理论．在固体物理学，已了解这样的非相对论手征微扰理论[22]．文献[22]创立了有效场理论，这与非相对论范围自发破缺对称性的低能分析有关，并应用到 Goldstone 模是无能隙单激发的任何系统．假设相应的 Hamilton 量关于李群 G 对称，而基态只在子群 $H\subset G$ 的情况下不变．所以有效理论包括表示有效场分量的 $\dim G-\dim H$ 实场，这个场仍视为"π 介子"场 π^a，$a=1,\cdots$．通常，类时的 f_0^A 和类空的 f_i^A 外部场，分别耦合到电荷密度 $J_A^0(x)$ 和电荷流 $J_A^i(x)$，$A=1,\cdots,\dim G$ 称为群生成元．按这个方式通过外部源展开的等效 Lagrange 量根据低能图展开[9]

$$\mathscr{L}_{\rm eff}=\sum_{n_t,n_s}\mathscr{L}_{\rm eff}^{(n_t,n_s)},\tag{18}$$

这里 Lagrange 量 $\mathscr{L}_{\rm eff}^{(n_t,n_s)}$ 是 $\mathscr{O}(\omega^{n_t},|\boldsymbol{q}|^{n_s})$ 的(n_t 和 n_s 为正整数)，是手征对称和转动不变的．后一点说明 n_s 必须是偶数．Goldstone Bose 子在低能和低动量的退耦合排斥等效 Lagrange 量 $\mathscr{L}_{\rm eff}^{(0,0)}$(只含 π 介子场)．主导阶等效 Lagrange 量(无明显对称破缺)是 $\mathscr{O}(\omega,|\boldsymbol{q}|^0)$ 的，并只认定带有一个时间导数和具有当作 $\mathscr{O}(\omega^1)$ 的类时外部源 f_0^A 的插入的 π 介子 vertices．写为[22] $\mathscr{L}_{\rm eff}^{(1,0)}=c_a(\pi)\dot{\pi}^a+e_A(\pi)f_0^A$．$c_a(\pi)$ 和 $e_A(\pi)$ 无疑是 $\mathscr{O}(1)$ 密度或背景相关的，并使 Lagrange 量手征不变．项 $\mathscr{L}_{\rm eff}^{(1,0)}$ 不能在 Lorentz 不变的等效理论出现．接下来的修正分别是 $\mathscr{O}(\omega,|\boldsymbol{q}|^0)$ 和 $\mathscr{O}(\omega,|\boldsymbol{q}|^2)$ 的[22]

$$\mathscr{L}_{\rm eff}^{(2,0)}=\frac{1}{2}\bar{g}_{ab}(\pi)\dot{\pi}^a\dot{\pi}^b+\bar{h}_{aA}(\pi)f_0^A\dot{\pi}^a+\frac{1}{2}\bar{k}_{AB}(\pi)f_0^Af_0^B\tag{19}$$

$$\mathscr{L}_{\rm eff}^{(0,2)}=-\frac{1}{2}g_{ab}(\pi)\partial_i\pi^a\,\partial_i\pi^b-h_{aA}(\pi)f_i^A\,\partial_i\pi^a-\frac{1}{2}k_{AB}(\pi)f_i^Af_i^B.\tag{20}$$

f_i^A 是 $\mathscr{O}(|\boldsymbol{q}|^1)$ 的类空源，$\bar{g}_{ab}(\pi)$，$g_{ab}(\pi)$，$\bar{k}_{AB}(\pi)$，$k_{AB}(\pi)$ 等分别是陪集空间和群空间中"类时"及"类空"度规张量．Lorentz 不变性暗示划线与未划线项相符($c\equiv1$)．$e_A(\pi)$ 在 $\pi=0$ 给出等效 Lagrange 量中外部源的线性项，因此确定基态中电荷密度的期望值，$e_A(0)=\langle gs\,|\,J_A^0(A)\,|\,gs\rangle$．对非互换对称性，电荷密度在群 G 下非平凡地变换，它们的期望值可以用作序参量．如果电荷密度需要象铁磁体中自旋密度一样的非零期望值，一阶等效 Lagrange 量不为零，色散得出一般的非相对论定律，$\omega\propto\boldsymbol{q}^2$．如果 $e_A(0)=0$ 且电荷密度无需一个象反铁磁体的非零期望值，等效 Lagrange 量 $\mathscr{L}_{\rm eff}^{(1,0)}$ 恒等于零，色散定律为 $\omega\propto|\boldsymbol{q}|$．构成一个奇数 n_t 值的(n_t，n_s)等效 Lagrange 量需要电荷密度非平凡源的存在．把这些原理转换到在一个各向同性且均匀的核物质背景中的低能 π 介子传播，假如有一个非零外

部同位旋矢量源,我们可预计'铁磁体'的色散,也就是同位旋非对称核物质中的传播.然而,对同位旋对称的核物质,所有外部等矢量源是零,$\mathcal{O}(\omega)$项无效,且 π 介子传播按手征极限必须得出原型(19)式和(20)式的 Lagrange 量的'反铁磁体色散'定律.按标准的四元表达式重写(19)式和(20)式,得到下列结构[22]

$$\mathscr{L}_{\text{eff}}^{\text{a.f.m.}}=\frac{F_1^2}{4}\operatorname{Tr}(\partial_0 U \partial_0 U^+)+\frac{F_2^2}{4}\operatorname{Tr}(\partial_i U \partial_i U^+)+\mathcal{O}(\omega^4,\omega^2|\boldsymbol{q}|^2,|\boldsymbol{q}|^4), \quad (21)$$

F_1 和 F_2 是两个有效的耦合常数,所以色散定律相应于一个零质量粒子(无明显对称破缺的情况下)以速度 $v=F_1/F_2$ 运动:$\omega(\boldsymbol{q})=v|\boldsymbol{q}|+\cdots.(c\equiv 1)$.现在的平均场 Lagrange 量(6)式可以重新写成

$$\mathscr{L}_{\text{eff}}^{\text{m.f.}}=\frac{f_t^{*2}(\rho)}{4}\operatorname{Tr}(\partial_0 U \partial_0 U^+)-\frac{f_s^{*2}(\rho)}{4}\operatorname{Tr}(\partial_i U \partial_i U^+)+$$
$$\frac{f_\pi^2}{4}\frac{B^*(\rho)}{B}\operatorname{Tr}(U\chi^+ + U^+\chi)+\mathcal{O}(m_\pi^3;\rho^n|_{n>1}). \quad (22)$$

(22)式到 $\mathcal{O}(Q^2)$(并在手征极限)符合主导阶非相对论反铁磁体的等效 Lagrange 量的一般式.这样,对称核物质中 π 介子传播的内介质 Lagrange 量到这阶,是标准 Lorentz 不变非线性 σ 模型转换到具有两个不同密度相关系数的空间转动不变通则.按同样的思路,接下来的修正相应于 $\mathcal{O}(O^4)$的 10 个 $SU(2)$真空项[8]到 18 个项的转换也有密度相关系数分别定为 $\mathcal{O}(\omega^4)$,$\mathcal{O}(\omega^2|\boldsymbol{q}|^2)$,$\mathcal{O}(|\boldsymbol{q}|^4)$,$\mathcal{O}(m_\pi^4)$,$\mathcal{O}(\omega^2 m_\pi^2)$或 $\mathcal{O}(|\boldsymbol{q}|^2 m_\pi^2)$.然而,平均场 Lagrange 量预示第一个修正已经在 $\mathcal{O}(m_\pi^3)$阶出现,以同位旋对称的背景物质为基础的一般图像似乎与之自然相反:首先同位旋对称破缺源的不存在与手征对称性一起排斥 n_t 奇数阶的动力学 Lagrange 量(由于各项同性背景的空间转动对称性,n_s 的奇数项反正受到排斥).其次,到二阶 Lagrange 量的单环线修正必须是 $\mathcal{O}(\omega^4)$,$\mathcal{O}(\boldsymbol{q}^4)$或 $\mathcal{O}(\omega^2\boldsymbol{q}^2)$的,因此是 $\mathcal{O}(m_\pi^4)$的(如果认为 ω 和$|\boldsymbol{q}|$是 $\mathcal{O}(m_\pi)$).对 $\mathcal{O}(m_\pi^3)$修正,我们知道它们必须稳定到密度的线性阶,象出现在简单的平均场一样.$\mathscr{L}^{(3)}$ Lagrange 量不能是单纯动力学的,并不出现在手征微扰理论的表达式中[8].好在手征微扰理论可以推广到包括这样的偶数阶项[11].一般手征微扰的条件之一是,系数 B(标量-赝标量源 $\chi=2B(s+ip)$)是手征对称性破缺标度阶 $\Lambda\cong 1\text{MeV}$ 的.亦即,当 B 确定两夸克凝聚时,条件是,$\langle qq\rangle$的量值比四夸克凝聚大,所以 GMOR 关系有效,因此 $m_\pi^2\propto \hat{m}=(m_u+m_d)/2$.那么后一关系暗示 $\hat{m}$ 必须看作 $\mathcal{O}(Q^2)$.然而,象在(13)式看到的,内介质夸克凝聚相当快地减少:按核物质密度它已经落到大约真空值的三分之二.这样,在 $\mathcal{O}(Q^2)$可以略去内介质四夸克凝聚.GMOR 关系的推广[11]考虑到$\langle 0|\bar{q}q\bar{q}q|0\rangle$阶的项,以便 π 介子质量平方参数化为 $m_\pi^2=\hat{m}B_0+\hat{m}^2A_0$,$A_0$ 与四夸克凝聚相关.真空中(并对 $SU(2)$)$B_0/2A_0\gg\hat{m}$,所以第二项不重要.但如果现在到了有限密度,夸克凝聚$\langle\bar{q}q\rangle_\rho$量值上减小.这样四夸克凝聚的影响不需再比两夸克小.对内介质等效手征 Lagrange 量有推论:真空中并对 $SU(2)$,当两夸克凝聚大且不变时,没必要在主导阶等效 Lagrange 量直接包含四夸克冷凝[11].但在该介质中两夸克凝聚变化且量值上减小(甚至可小到零),所以对内介质等效 Lagrange 量必须也产生四夸克凝聚确定有效 π 介子质量的可能性.这需要(a)$\mathscr{L}^{(2)}$项的推广(包括 3 个附加的贡献)和(b)11 个不同 $\mathscr{L}^{(3)}$项的包裹体作为第一个修正[11];两个变化将修改类 GMOR 关系的右边.通常,真空等效

Lagrange 量的展开式

$$\mathscr{L}_{\text{eff}}^{\text{vac}}=\sum_{v=2,4,6,\cdots}\sum_{\substack{k,l>0\\2(k+l)=v}}\mathscr{L}_{2k;l}^{(v)},\mathscr{L}_{2k;l}^{(v)}\sim Q^{2k}(B_0\hat{m})^l$$

应在同位旋对称、各向同性和均匀的物质中,用展开式

$$\widetilde{\mathscr{L}}_{\text{eff}}(\rho)=\sum_{v=2,3,4,5,\cdots}\sum_{\substack{j,k,l,n\geqslant 0\\2(j+k+l)+n=v}}\widetilde{\mathscr{L}}_{2j,2k;l,n}^{(v)}(\rho),\widetilde{\mathscr{L}}_{2j,2k;l,n}^{(v)}(\rho)\sim\omega^{2j}\left|\boldsymbol{q}\right|^{2k}(B^*(\rho)\hat{m})^l\hat{m}^n$$

代替. 这样(a)各个 Lagrange 量的系数是密度相关的;(b)Lorentz 不变性恰好降到空间转动不变性,如 Q^2 相关的贡献分成 ω^2 相关和 $\boldsymbol{q}^2$ 相关的;(c)出现,在一般手征微扰理论的真空段没有相反部分的全新项. 可以推测,出现平均场近似的 $\mathscr{O}(Q^3)$ 修正是,在 $m_\pi^{*2}(\rho)$ 和真空 GMOR 关系得出的流夸克质量矩阵 $\mathscr{M}$ 之间关系中变化的先兆. 在线性 σ 模型的框架,它的质量必须趋近 σ 的有效质量(π 介子的手征配偶子). 后面的质量标定为 $\mathscr{O}(\hat{m})$ 而不是 $\mathscr{O}(\sqrt{\hat{m}})$.

总之,附加的 $\mathscr{L}^{(3)}(\rho)$ 项需要在核物质中引入改变的 π 介子的标定行为和内介质夸克凝聚量值上减小的事实. 这个影响已经在密度的线性阶出现:有限的 $\mathscr{O}(m_\pi^3)$ 回线项[14]'重整化'同位旋偶散射长度,并在平均场近似引到 $\mathscr{O}(Q^3)$ 修正. 推广的新 $\mathscr{L}^{(3)}(\rho)$ 项和附加的 $\mathscr{L}^{(2)}(\rho)$ 项[11]要使 GMOR 关系在高核密度占优势完全不可能. 事实上,在(4)式中,当 PCAC 源耦合、内介质传播函数(7)式均为零时,与之相联系的内介质夸克凝聚的消失应解释为一般手征微扰理论被推到它的适用性极限之外. 这个理论必须是广义的[1)]. 可惜,涉及广义内介质手征微扰理论的所有系数与事先未知的自由函数形式密度相关. 实际上,广义的内介质等效 Lagrange 量的性能是:由于手征微扰理论给出了数据与模型无关结果之间的互相关,使 π 介子(或 K 介子)传播的强子模型在核介质中的应用受到限制.

参考文献(References)

1 Kaplan D B, Nelson A E. Phys. Lett., 1986, **B175**:57

2 Brown G E, Koch V, Rho M. Nucl. Phys., 1991, **A535**:701

3 Delorme J, Ericson M, Ericson T E O. Phys. Lett., 1992, **B291**:379

4 Brown B E et al. Nucl. Phys., 1993, **A567**:937

5 Yabu H et al. Phys. Lett., 1993, **B315**:17; Yabu H, Nakamura S, Kubodera K. Phys. Lett., 1993, **B317**:269; Yabu H, Myhrer F, Kubdera K. Phys. Rev., 1994, **D50**:3549

6 Thorsson V, Wirzba A. Nucl. Phys., 1995, **A589**:633

7 Coleman S, Wess J, Zumino B. Phys. Rev., 1969, **177**:2239

8 Gasser J, Leutwyler H. Ann. Phys. (N. Y.), 1984, **158**:142

9 Gasser J, Sainio M E, Svarc A. Nucl. Phys., 1988, **B307**:779

10 Weinberg S. Phisica, 1979, **A96**:327; Phys. Lett., 1990, **B251**:288; Nucl. Phys., 1991, **B363**:3

11 Knecht M, Stern J. Generalized Chiral Perturbation Theory. In the Second Edition of the DAPHNE Physics Handbook, eds. L. Maini, G. Pancheri, N. Paver (Frascati, May 1995)

12 Jenkins E, Manohar A. Phys. Lett., 1991, **B255**:558

---

1) 为一物质共振极点可与 π 介子有效质量比较,这个理论甚至需进一步推广. 由于 π 介子传播的 S 波性质,至少在低密度,附加的截断是不重要的.

13 Bernard V, Kaiser N, Kambor J et al. Nucl. Phys., 1992, **B388**:315

14 Bernard V, Kaiser N, Meißner U-G. Phys. Lett., 1993, **B309**:421

15 Gasser J, Leutwyler H, Sainio M E. Phys. Lett., 1991, **B253**:252

16 Koch R. Nucl. Phys., 1986, **A448**:707

17 Baym G, Flowers E. Nucl. Phys., 1974, **A222**:29; Nelson A E, Kaplan D B. Phys. Lett., 1987, **B192**:193; Muto T, Tatsumi T. Phys. Lett., 1992, **B283**:165; Thorsson V, Prakash M, Lattimer J M. Nucl. Phys., 1994, **A572**:693; 1994, **A574**:851

18 Gell-Mann M, Oakes R J, Renner B. Phys. Rev., 1968, **175**:2195

19 Kirchbach M, Riska D O. Nucl. Phys., 1994, **A578**:511

20 Drukarev E G, Levin E M. Nucl. Phys., 1988, **A511**:697; Cohen T D, Furnstahl R J, Griegel D K. Phys. Rev. Lett., 1991, **67**:961; Phys. Rev., 1992, **C45**:1881; Birse M C. J. Phys., 1994, **G20**:1537

21 Bernard V, Meißner U G. Nucl. Phys., 1988, **A489**:647; Lutz M, Steiner A, Weise W. Nucl. Phys., 1992, **A542**:521; 1994, **A574**:755

22 Leutwyler H. Phys. Rev., 1994, **D49**:3033

IN-Medium Effective Chiral Lagrangian and the Pion Mass in Nuclear Matter

TANG Shu-Pian[1]　XU Yuan[2]

1(*College of Basic Science, Hebei Science and Technology University, Shijiazhuang* 050054, *China*)

2(*Department of Mathematics and Physics, Hehai Univgrsity, Nanjing* 210024, *China*)

Abstract　We argue that effective pion mass in nuclear matter obtained from chiral effective lagrangians is unique and does not depend on off-mass-shell extensions of the pion fields as e. g. the PCAC choice. How chiral perturbation theory can be applied to the analysis of s-wave pion propagation is discussed. We consider tree level lagrangians throughout, working to $\mathcal{O}(Q^2)$. We illustrate the results for homogeneous, isotropic, isospin symmetric and spin-unpolarized nuclear matter, and evaluate nucleon operators in the mean field approximation, such that the corresponding results hold modulo nuclear correlation corrections. The effective pion mass in isospin symmetric nuclear matter is predicted to increase slightly with increasing nuclear density, whereas the effective time-like pion decay constant and the magnitude of the density-dependent quark condensate decrease appreciably. We work out the in-medium pion mass, the effective pion decay constant, the in-medium quark condensate, the Gell-Mann-Oakes-Renner relation and the PCAC relation in nuclear matter. The in-medium GMOR relation as well as other in-medium identities are studied in addition. Finally, we discuss how the new developments about non-relativistic chiral lagrangians and generalizations to four-quark condensates constrain the structure of the in-medium chiral lagrangians, sevral constraints on effecttive lagrangians for the description of the pion propagation in isospin symmetric, isotropic and homogenous nuclear matter.

Key words　in-medium, hidden gauge coupling, quark-number susceptibility, quark condenstate, dummy fields

Received 5 June 2000, Revised 18 June 2001