

# 干涉截面对核子自旋结构函数的影响

董宇兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 利用非相对论和相对论夸克模型分别计算了干涉截面对极化核子自旋结构函数的影响. 计算所得到的明显的作用为今后实验上抽取核子自旋结构函数提供了依据.

**关键词** 自旋结构函数 夸克模型 干涉截面

## 1 引言

自旋物理是当前核物理与粒子物理交叉领域中的一个重要方向. 对共振区核子自旋相关性质和其自旋结构函数的研究可以给出许多关于共振态性质的知识, 因此这方面的研究历来为人们所重视. 实验上像 E143, E155 组, Maing 组以及 Jefferson 实验室都在进行这方面的测量<sup>[1-4]</sup>.

在已经发表的 E143 实验数据中<sup>[1]</sup>, 所得到的极化核子结构函数  $g_1(W^2, Q^2)$  ( $W^2, Q^2$  分别代表质心能量的平方以及光子的四动量转移平方的绝对值) 是通过测量极化电子和极化核子散射的截面差而得到的. 当电子和核子的自旋平行或反平行时, 有<sup>[5]</sup>:

$$\frac{1}{\sigma_M} \frac{d\sigma^{\pm(\pm)}}{d\Omega dE'} = \frac{F_2}{\nu} + \frac{2}{M} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) F_1 + (-) \frac{2}{M\nu} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \left[ \left( E + E' \cos\theta + \frac{\theta^2}{\nu} \right) g_1 - \sqrt{Q^2} F_1 A_2 \right]. \quad (1)$$

显然电子和核子的自旋平行或反平行所得到的截面之差与核子的自旋结构函数  $g_1$  以及不对称性  $A_2$  有关. 其中  $A_2 = \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} = \frac{\sqrt{Q^2}}{\nu F_1} (g_1 + g_2)$ .

在 E143 实验中, 通过假设  $A_2 = 0$  可以由实验抽出  $g_1(W^2, Q^2)$ . 由于所得到  $g_1$  的系统和统计误差都比较大, 所以  $A_2$  的影响是难以估计的.

实际上(1)式所描述的纵向极化靶核与横向极化靶核可以确定  $g_1$  和  $g_2$ . 对横向极化靶核与纵向极化电子散射, 有

$$A_{\perp} = \frac{Q^2 \sin\theta (MG_1 + 2EG_2)}{2E \left[ 2W_1 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + W_2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]} \cos\phi = \frac{d\sigma^{\rightarrow\downarrow} - d\sigma^{\rightarrow\uparrow}}{d\sigma^{\rightarrow\uparrow} + d\sigma^{\rightarrow\downarrow}}, \quad (2a)$$

显然通过测量  $A_{\perp}$  以及纵向极化靶与纵向极化电子散射

$$A_{\parallel} = \frac{d\sigma^{\rightarrow\rightarrow} - d\sigma^{\leftarrow\leftarrow}}{d\sigma^{\rightarrow\rightarrow} + d\sigma^{\leftarrow\leftarrow}} = \frac{\theta^2 [(E + E' \cos\theta)MG_1 - Q^2 G_2]}{2EE' \left[ 2W_1 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + W_2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]}, \quad (2b)$$

可以得到  $g_1$  以及  $g_2$  的信息. 这方面的工作已由 E155 组所给出<sup>[2]</sup>. 但 E155 的数据是集中于大动量转移区的, 即  $1\text{GeV}^2 \leq Q^2 \leq 30\text{GeV}^2$ . 预计在共振区  $Q^2 \leq 1\text{GeV}^2$  内有关  $g_1$  和  $g_2$  的信息将会由 E143 组在近期内给出.

本文将利用两种夸克模型来计算  $A_2$  或者  $g_2$  在共振态内的影响, 从而希望对今后实验数据的分析给出一定的帮助.

## 2 模型计算

熟知共振态对极化核子结构函数的积分的贡献为

$$I_1(Q^2) = \int_0^{x_0} g_1(x, Q^2) dx \\ = \int_{\omega_{\text{th}}}^{\infty} \frac{K}{16\pi^2 \alpha \left(1 + \frac{Q^2}{\omega^2}\right)} \frac{Q^2 d\omega}{\omega^2} \left[ \sigma_{1/2} - \sigma_{3/2} + \frac{2\sqrt{Q^2}}{\omega} \sigma_{\text{TL}} \right], \quad (3)$$

其中光子流  $K = \frac{W^2 - M^2}{2M}$ ,  $M$  是核子的质量,  $\omega$  是光子的能量.  $\sigma_{1/2, 3/2}(\omega, Q^2)$  和  $\sigma_{\text{TL}}(\omega, Q^2)$  则分别代表极化核子靶上横向光子的吸收截面和纵向与横向光子的干涉的吸收截面.

$$x = \frac{Q^2}{2M\omega} \quad x_0 = \frac{Q^2}{2M\omega_{\text{th}}}, \quad \omega_{\text{th}} = \frac{m_{\pi}^2 + 2m_{\pi}M + Q^2}{2M}.$$

其中  $\omega_{\text{th}}$  是  $\pi$  光生的阈能

同样对极化核子结构函数  $g_2$ ,

$$I_2(Q^2) = \int_0^{x_0} g_2(x, Q^2) dx \\ = \int_{\omega_{\text{th}}}^{\infty} \frac{K}{16\pi^2 \alpha \left(1 + \frac{Q^2}{\omega^2}\right)} \frac{Q^2 d\omega}{\omega^2} \left[ \sigma_{3/2} - \sigma_{1/2} + \frac{2\omega}{\sqrt{Q^2}} \sigma_{\text{TL}} \right].$$

当  $Q^2 \rightarrow 0$ , 有

$$I_1(Q^2 \rightarrow 0) = I_{\text{GDH}}(Q^2 \rightarrow 0) = -\frac{Q^2 \kappa^2}{8M^2} \quad (6)$$

其中  $\kappa$  是核子的反常磁矩,  $I_{\text{GDH}}$  是 GDH 求和规则<sup>[6]</sup>

$$I_{\text{GDH}} = \int_0^{x_0} \left( g_1(x, Q^2) - \frac{Q^2}{\omega^2} g_2(x, Q^2) \right) dx = \frac{Q^2}{16\pi^2 \alpha} \int_{\omega_{\text{th}}}^{\infty} \left( 1 - \frac{Q^2}{2m\omega} \right) (\sigma_{1/2}(\omega, Q^2) - \sigma_{3/2}(\omega, Q^2)) \frac{d\omega}{\omega}.$$

显然  $I_{\text{GDH}}(Q^2)$  与  $I_1(Q^2)$  的差别在于干涉截面  $\sigma_{\text{TL}}$ , 而在实光子极限下有(6)式存在.

对极化结构函数  $g_2$ , 有 Burkhardt-Cottingham 求和规则<sup>[7]</sup>

$$I_2^1(Q^2 \rightarrow 0) = \frac{\kappa(\kappa + e_T)}{8M^2} Q^2 \quad (8)$$

其中  $e_T$  是体系的电荷. 上式与(5,6)式相比较可以发现  $\sigma_{\text{TL}}$  的贡献是重要的. 对  $I_1(0)$  它的贡献为 0, 而对  $I_2(0)$  它的贡献是不可忽略的.

为了计算(3),(5)式中的光吸收截面, 首先计算了核子共振态的电子产生振幅

$$A_{1/2,3/2} = \langle f, (1/2, 3/2) | H_{\text{em}} | i, -1/2 \rangle, \quad (9)$$

其中  $A_{1/2,3/2}$  是横向光子振幅,  $H_{\text{em}}$  是横向光子与核子的电磁相互作用. 同样纵向光子的产生振幅定义为

$$S_{1/2} = \langle f, 1/2 | J_0 | i, 1/2 \rangle, \quad (10)$$

其中  $J_0$  是电磁流的零分量. (9,10)式中  $J_0$  和  $H_{\text{em}}$  的具体表现形式可在文献[8,9]中得到.

非相对论夸克模型是假设重子波函数满足以下的薛定谔方程

$$\left[ \sum_{j=1}^3 \frac{\mathbf{p}_j^2}{2m_j} + a_c \sum_{j \neq i=1}^3 (x_j - x_i)^2 \right] \psi(x_1, x_2, x_3) = E\psi(x_1, x_2, x_3).$$

其中  $a_c$  是三维谐振子禁闭位的强度. 在最低级近似下, 重子波函数满足  $SU(6)_F \times O(3)$  对称性.

相对论四维谐振子夸克模型是假设重子满足如下的四维相对论的 Klein-Gordon 方程

$$\left[ \sum_{j=1}^3 \square_j - a'_c \sum_{j \neq i=1}^3 (x_i - x_j)^2 \right] \psi(x_1, x_2, x_3) = E\psi(x_1, x_2, x_3),$$

其中  $x = (x_0, \mathbf{x})$ , 且  $x^2 = x_0^2 - \mathbf{x}^2$ ,  $\square = \partial_0^2 - \nabla^2$ . 利用相对论四维谐振方程(12)式来具体计算重子能谱和其他性质的过程可参阅文献[10,11].

利用两种夸克模型所给出的不同的重子波函数, 计算了光子吸收截面

$$\sigma_{1/2,3/2} = \sum_R \frac{2M\Gamma_R}{(\omega + \omega_R) \left( (\omega - \omega_R)^2 + \frac{\Gamma_R^2}{4} \right)} |A_{1/2,3/2}(\omega, Q^2)|^2 \quad (13)$$

和

$$\sigma_{\text{TL}} = \sum_R \frac{2M\Gamma_R}{(\omega - \omega_R) \left( (\omega - \omega_R)^2 + \frac{\Gamma_R^2}{4} \right)} \frac{\sqrt{Q^2}}{\sqrt{8}} \frac{1}{|\mathbf{R}|} [A_{1/2}^*(\omega, Q^2) S_{1/2}(\omega, Q^2) + A_{1/2}(\omega, Q^2) S_{1/2}^*(\omega, Q^2)], \quad (14)$$

其中  $\Gamma_R$  是共振态的宽度.

图 1 中给出了比值  $|S_{1/2}^p/A_{1/2}^p|$ . 而两种模型对

$$R \equiv \frac{2Q\sigma_{\pi}(\omega, Q^2)}{\omega\sigma_T(\omega, Q^2)} \left( \sigma_T(\omega, Q^2) = \frac{\sigma_{1/2}(\omega, Q^2) + \sigma_{3/2}(\omega, Q^2)}{2} \right) \quad (15)$$

的计算结果则分别列于图 2 和图 3 中. 图 2 和图 3 的结果代表  $Q^2 = 0.5\text{GeV}^2$  和  $Q^2 = 1.0\text{GeV}^2$ . 图 4 和图 5 则给出了共振态对  $I_{\text{GDH}}^p(Q^2)$  和  $I_1^p(Q^2)$  的计算结果.

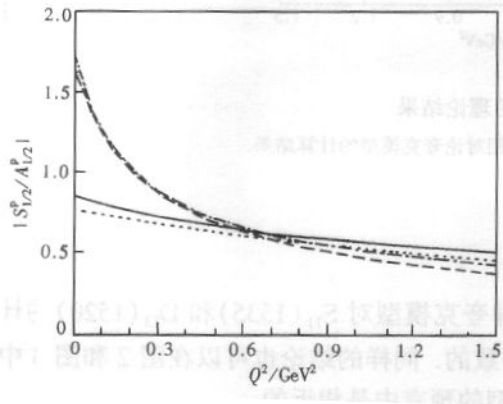


图 1 非相对论和相对论夸克模型对  $S_{11}(1535)$  和  $D_{13}(1520)$  的  $|S_{1/2}^p/A_{1/2}^p|$  的计算  
——和——是非相对论模型对  $S_{11}(1535)$  和  $D_{13}(1520)$  的计算结果, ...和---是相对论模型对  $S_{11}(1535)$  和  $D_{13}(1520)$  的计算结果.

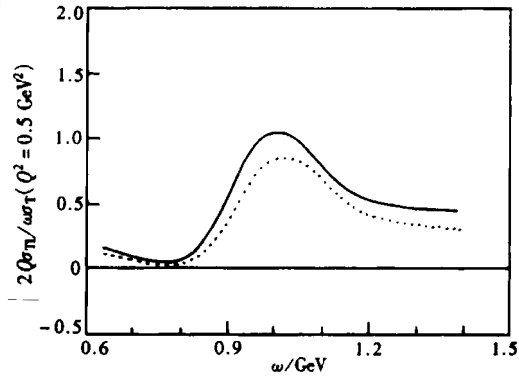


图 2 比值  $\frac{2Q\sigma_{\pi}(\omega, Q^2)}{\omega\sigma_T(\omega, Q^2)}$  在  $Q^2 = 0.5\text{GeV}^2$  时的计算结果  
——和---分别代表非相对论和相对论模型的计算结果.

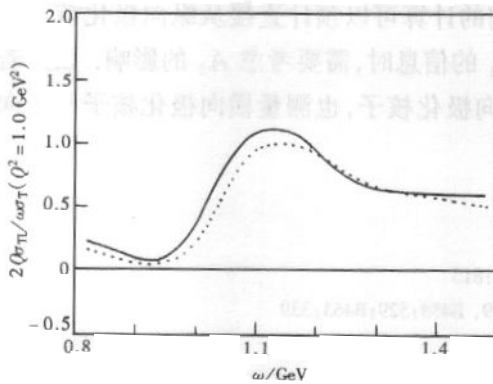


图 3 比值  $\frac{2Q\sigma_{\pi}(\omega, Q^2)}{\omega\sigma_T(\omega, Q^2)}$  在  $Q^2 = 1.0\text{GeV}^2$  时的计算结果  
——和---分别代表非相对论和相对论模型的计算结果.

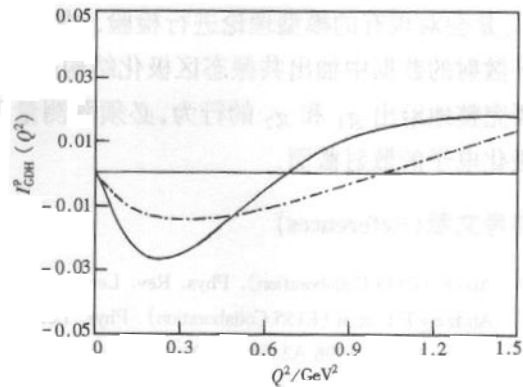
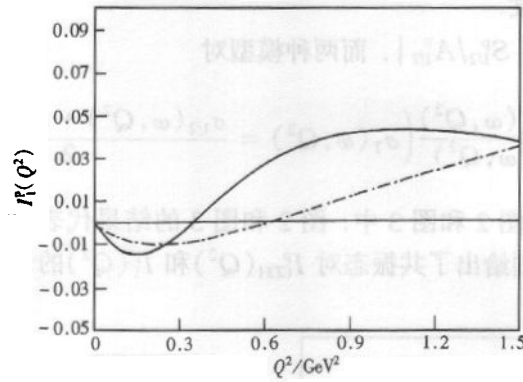


图 4  $I_{\text{GDH}}^p(Q^2)$  的计算结果  
——和---分别代表非相对论和相对论夸克模型的计算结果.

图 5  $I_1^p(Q^2)$  的理论结果

—和- - -分别代表非相对论和相对论夸克模型的计算结果.

### 3 结论

图 1 所给出的比值  $|S_{1/2}^p/A_{1/2}^p|$  分别是两种夸克模型对  $S_{11}(1535)$  和  $D_{13}(1520)$  的计算结果. 可从图 1 中发现两种模型的结果是一致的. 同样的结论也可以在图 2 和图 3 中得到. 也就是说干涉截面  $\sigma_{\text{TL}}$  的作用在两种模型的预言中是相近的.

其次, 图 4 和图 5 可以明显地看出干涉截面的作用. 比较两个图可以发现两种不同模型所预言的结果虽然不同, 但干涉项  $\sigma_{\text{TL}}$  的作用是显著的. 如  $I_1^p(Q_0^2) = 0$  的交叉点  $Q_0$  明显地要大于  $I_{\text{GDH}}^p(Q_0^2) = 0$  的交叉点  $Q_0'$ . 这主要是由于干涉截面所引起的. 利用夸克模型, 考虑了共振态性质, 我们的计算结果表明, 两种模型对  $\sigma_{\text{TL}}$  干涉截面的预言是一致的. 这主要是因为由两种模型所给出的重子波函数其自旋和同位旋部分是一致的. 两种模型都肯定了共振区内干涉截面  $\sigma_{\text{TL}}$  的重要作用. 因此进一步精密地测量  $g_1$  和  $g_2$  以及  $\sigma_{\text{TL}}$  是会对现有的模型理论进行检验. 根据我们的计算可以预计直接从纵向极化核与电子散射的数据中抽出共振态区极化结构函数  $g_1$  的信息时, 需要考虑  $A_2$  的影响. 因此若要完整地给出  $g_1$  和  $g_2$  的行为, 必须既测量纵向极化核子, 也测量横向极化核子与纵向极化电子的散射截面.

### 参考文献 (References)

- 1 Abe K (E143 Collaboration). Phys. Rev. Lett., 1997, 78:815
- 2 Anthony P L et al (E155 Collaboration). Phys. Lett., 1999, B458:529; B463:339
- 3 Ahrens J et al. 1996 A2 Annual Report, Mainz
- 4 Burkert V D. Recent Results from Jefferson Lab, 1999, Nucl-th/9912009
- 5 Roberts R D. The Structure of the Proton, Cambridge Univ. 1999, Press
- 6 Gerasimov S B. Sov. J. Nucl. Phys., 1966, 2:430; Drell S D, Hearn A C. Phys. Rev. Lett., 1966, 16:908
- 7 Burkhardt H, Cottingham W N. Ann. Phys. (N. Y.), 1970, 56:1559
- 8 Close F E, LI Z P. Phys. Rev., 1992, D42:2194;2207
- 9 LI Z P, DONG Y B, MA W H. J. Phys., 1997, G23:151

- 10 DONG Y B, Morii T, Yamanishi T. *Phys. Rev.*, 1997, **D55**:4141
- 11 DONG Y B, Faessler Amand, Morii T. *Nucl. Phys.*, 1999, **A651**:209; DONG Yu-Bing. *High Energy Phys. and Nucl. Phys.*, 1998, **22**(3):277—282; **22**(6):550—556(in Chinese)  
(董宇兵. *高能物理与核物理*, 1998, **22**(3):277—282; **22**(6):550—556)

## Effects of Interference Cross Section on Nucleon Spin Structure Function

DONG Yu-Bing

(*Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China*)

**Abstract** By employing nonrelativistic and four-dimensional relativistic harmonic oscillator models, the effects of the interference cross section between tranverse and longitudinal photons on the nucleon spin structure function are calculated. Remarkable influence of this cross section in the resonance region provides more information for experiments to extract the spin structure function.

**Key words** spin structure function, quark model, interference cross section