

准粒子描述下奇异夸克物质自洽热力学 及对奇异星物态的影响*

杨书华 郑小平

(华中师范大学物理系 武汉 430079)

摘要 考虑夸克粒子间相互作用,研究了在准粒子近似下奇异夸克物质系统的热力学,发现由于热力学自洽的要求,需要在热力学势中额外增加一项.利用这一等效热力学讨论奇异夸克物质的物态方程及声速,得到了一个“软化”的物态,这与质量-密度相关模型是一致的.但准粒子描述模型能够显示介质效应对强相互作用耦合常数的依赖.

关键词 准粒子描述 奇异夸克物质 物态方程 奇异星

1 引言

象在高温情形一样,在高密(即大化学势)条件下,强子物质会发生相变形成夸克-胶子等离子体(QGP).人们预期一些中子星(或致密星)内部可能产生冷密夸克物质.对中子星内夸克物质或奇异星的研究,最重要的工作进展要追溯到 1984 年 Witten 的研究^[1].他的工作从理论上论证了冷密的奇异夸克物质(SQM)系统而不是 u, d 夸克物质系统是可能的绝对稳定态或亚稳态.自此以后,大量的研究工作希望探讨奇异星存在的证据^[2,3].

我们知道,对于中子星或奇异星,构成它们的物质的物态是该领域研究中十分重要的方面,它直接关系到星体的质量-半径关系及其内部动力学(如粘滞系数等).对于一个奇异夸克物质系统,早期的研究多采用简单袋模型,在袋内不考虑夸克之间的相互作用,认为是理想夸克气组成.但实际上在袋内夸克之间仍存在色相互作用,在讨论 SQM 物态时,应该考虑到这种相互作用导致的介质效应.在等离子体中,相互作用是极其复杂的,这给热力学计算带来了困难.到目前为止,考虑奇异星中夸克物质相互作用有两条途径.其一是重新构建新的模型,如质量-密度相关模型^[3,4],或等效的给出某种夸克相互作用势^[5].其二,采用改进的袋模型:人们研究发现可以利用一种集体激发所产生的等效作用——Debye屏蔽,采用准粒子描述,即把受屏蔽的粒子看作准粒子,这样粒子之间的大部分相互作用可归结到夸克的屏蔽质量中去^[6];同时,由于粒子的荷受到屏蔽,与周围物质相

2001-12-24 收稿, 2002-05-22 收修改稿

* 华中师范大学自然科学基金资助

互作用很弱,因而这些准粒子组成的系统就自然成为自由或近似自由的费米气系统,这就既能应用理想气体热力学来计算物态方程(EOS),又考虑了介质相互作用效应。

与质量-密度相关模型比较,改进的袋模型的优点在于原始袋模型是被普遍承认的描述强相互作用的经典模型,考虑介质相互作用后并没有改变原始袋模型的基本思想;更重要的是,借助温度场论中“硬密圈”(HDL)^[7]的计算,这一模型给出的介质效应可直接由 QCD 动力学量描述,即与强相互作用耦合常数有关。

在本文中,首先基于“硬密圈”近似引入准粒子描述下的 u, d, s 夸克的有效质量;进而讨论准粒子系统的热力学,给出有效热力学势;并将准粒子系统热力学应用到奇异星,推导有介质相互作用的物态方程(EOS);然后基于这种 EOS 计算声速并与简单袋模型和质量-密度相关模型的结果比较。最后是总结。

2 SQM 中的有效夸克质量

在零温极限下引入 u, d, s 夸克的有效质量。我们知道,在电磁等离子体中,电子会受到带相反电荷的电子云的屏蔽,这是一种集体激发,称 Debye 屏蔽。如果把激发也看成粒子的话,由于获得了色散关系,它与实际粒子不同,称为准粒子。准粒子有效质量可由色散关系的零动量(静态)极限获得。在夸克-胶子等粒子体中,这种激发过程与电磁等离子体是类似的。对于零温下的 SQM,准粒子(这里指费米子)的色散关系可由有限化学势 HDL 近似下的夸克自能描述。

从文献[8]知,“硬密圈”自能的最一般形式为

$$\Sigma = -aP_\mu\gamma^\mu - b\gamma_0 - c,$$

其中

$$a = \frac{1}{4p^2}[\text{tr}(P_\mu\gamma^\mu\Sigma) - p_0\text{tr}(\gamma_0\Sigma)],$$

$$b = \frac{1}{4p^2}[P^2\text{tr}(\gamma_0\Sigma) - p_0\text{tr}(P_\mu\gamma^\mu\Sigma)],$$

$$c = -\frac{1}{4}\text{tr}\Sigma.$$

既然有效质量被定义为零动量下夸克自能的色散关系;对于 u, d 夸克,流质量约为 5MeV 和 10MeV,可忽略,于是得到⁹

$$m_q = \frac{g\mu_q}{\sqrt{6\pi}},$$

而对于 s 夸克,流质量 $m_s \approx 150\text{MeV}$,与自能有相同的量级,故有⁸

$$m_s^* = \frac{m_s}{2} + \sqrt{\frac{m_s^2}{4} + \frac{g^2\mu_s^2}{6\pi^2}}.$$

这里 g 是强相互作用耦合常数。

这样,对于一个准粒子,具有下面简单的质壳关系

$$\omega_{q,s}^* = \sqrt{k^2 + m_{q,s}^{*2}}$$

3 准粒子系统的热力学势密度

如果考虑简并度为 d , 粒子质量为 m 的相对论理想费米气系统, 其哈密顿为

$$\hat{H} = d \sum_k \sqrt{k^2 + m^2} a_k^\dagger a_k. \quad (5)$$

现在来处理一个理想的准粒子气系统(由 u , 或 d , 或 s 夸克组成), 粒子有效质量为 $m^*(\mu)$, 简并度为 d (对于夸克 $d=6$). 则系统的有效哈密顿为

$$\hat{H}_{eff} = d \sum_k \sqrt{k^2 + m^{*2}(\mu)} a_k^\dagger a_k + E^*, \quad (6)$$

其中 $E^*(\mu)$ 是为了满足热力学自洽条件而引入的附加项^[10], 它代表受屏蔽粒子剩余相互作用对哈密顿的贡献. 为方便起见, 令 $E^*(\mu) = B^*(\mu)V$, 则系统的配分函数为

$$\tilde{Z} = \sum_N e^{\beta \mu \sum_k n_k} \sum_{\{n_k\}} e^{-\beta(\sum_k n_k \epsilon_k + E^*)}, \quad (7)$$

式中带撇的作和表示 $\{n_k\}$ 要满足 $\sum_k n_k = N$, k 是单粒子态脚标, $\beta = \frac{1}{T}$, μ 是系统的化学势, $\epsilon_k = \sqrt{k^2 + m^{*2}(\mu)}$, 与化学势相关.

将上式化简, 得到

$$\tilde{Z} = e^{-\beta E^*} \left\{ \prod_k [1 + e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)}] \right\}^d, \quad (8)$$

于是, $T=0$ 时, 系统的热力学势密度为

$$\Omega = -\frac{T}{V} \ln \tilde{Z} = -\frac{Td}{V} \sum_k \ln[1 + e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)}] + B^* = \Omega_0 + B^*, \quad (9)$$

可求得

$$\Omega_0 = -\frac{d}{48\pi^2} \left[\mu k_F (2\mu^2 - 5m^{*2}) + 3m^{*4} \ln\left(\frac{k_F + \mu}{m^*}\right) \right]. \quad (10)$$

式中 $k_F = \sqrt{\mu^2 - m^{*2}}$, 是费米动量.

系统数密度是

$$n = -\frac{d\Omega}{d\mu} \Big|_T = -\frac{\partial\Omega}{\partial\mu} - \frac{\partial\Omega}{\partial m^*} \frac{dm^*}{d\mu}, \quad (11)$$

可见, 热力学自洽性要求^[10]

$$\frac{\partial\Omega}{\partial m^*} = 0, \quad (12)$$

即

$$\frac{dB^*}{dm^*} + \frac{\partial\Omega_0}{\partial m^*} = 0, \quad (13)$$

于是, 得到

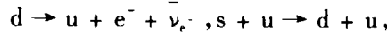
$$\frac{dB^*}{dm^*} = -\frac{d}{4\pi^2} \left[m^* \mu k_F - m^{*3} \ln\left(\frac{k_F + \mu}{m^*}\right) \right]. \quad (14)$$

可见, 在相对论理想费米气体的热力学势密度上, 还额外增加了补偿项 $B^*(\mu)$, 它完

全由热力学自洽所确定.

4 奇异夸克物质(SQM)系统的物态方程

这里假设整个中子星完全是由等量的 u, d, s 夸克组成. 另外, 为了保持电中性, 计算时还要考虑电子的贡献. 考虑在弱作用平衡下的 SQM, 基本弱作用的反应过程为



这样, 存在 4 个化学势 μ_u, μ_d, μ_s 和 μ_e . 在化学平衡下, 它们不是完全独立的, 有

$$\mu_u = \mu_d \equiv \mu, \tag{15}$$

$$\mu_e = \mu - \mu_u, \tag{16}$$

此外, 系统必须保持电中性, 故粒子数密度满足

$$\frac{2}{3} n_u - \frac{1}{3} (n_d + n_s) - n_e = 0. \tag{17}$$

由方程(15), (16)和(17)知 4 个化学势中只剩下一个是独立的.

等量的 u, d, s 夸克和电子组成的 SQM 系统的总压强和能量密度可写为^[11]

$$p(\mu) = p_u + p_d + p_s + p_e - B_0, \tag{18}$$

$$\epsilon(\mu) = \epsilon_u + \epsilon_d + \epsilon_s + \epsilon_e + B_0. \tag{19}$$

其中 B_0 是袋模型的袋常数, 与 B^* 无关.

利用前面得到的热力学势密度(9), (13)式, 以及热力学公式 $p = -\Omega, \epsilon = \Omega + \mu n$, 可分别求得 u, d, s 夸克及电子的压强和能量密度.

对电子 ($m^* = 0, d = 2$), 得

$$p_e(\mu_e) = \frac{1}{12\pi^2} \mu_e^4, \tag{20}$$

$$\epsilon_e(\mu_e) = \frac{1}{4\pi^2} \mu_e^4. \tag{21}$$

对 u, d 夸克, 得^[11]

$$p_q(\mu_q) = \frac{d_q}{24\pi^2} \beta^3 \mu_q^4, \tag{22}$$

$$\epsilon_q(\mu_q) = \frac{d_q}{8\pi^2} \beta^3 \mu_q^4. \tag{23}$$

对 s 夸克, 得^[11]

$$p_s(\mu_s) = \frac{d_s}{16\pi^2} \left[\frac{1}{3} \mu_s k_{sF} (2\mu_s^2 - 5m_s^{*2}) + \frac{\sqrt{(m_s^* - m_s)(\beta^2 m_s^* - m_s)}}{24a^2 \beta^4} \times \sum_{n=0}^3 a_n m_s^{3-n} m_s^{*n} + \frac{5a^4 - 12a^2 + 8}{16\beta^5} m_s^4 \times \ln \left(\frac{\beta \sqrt{m_s^* - m_s} + \sqrt{\beta^2 m_s^* - m_s}}{a^2 m_s} \right) \right], \tag{24}$$

$$\epsilon_s(\mu_s) = \frac{d_s}{16\pi^2} \left[\mu_s k_{sF} (2\mu_s^2 - m_s^{*2}) - \frac{\sqrt{(m_s^* - m_s)(\beta^2 m_s^* - m_s)}}{24a^2 \beta^4} \times \sum_{n=0}^3 a_n m_s^{3-n} m_s^{*n} - \frac{5a^4 - 12a^2 + 8}{16\beta^5} m_s^4 \times \ln \left(\frac{\beta \sqrt{m_s^* - m_s} + \sqrt{\beta^2 m_s^* - m_s}}{a^2 m_s} \right) \right], \tag{25}$$

其中 $\alpha(g) = \frac{g}{\sqrt{6\pi}}$, $\beta(g) = \sqrt{1 - \alpha^2(g)}$, $a_0(g) = -15\alpha^4 + 26\alpha^2 - 8$,
 $a_1(g) = -10\alpha^4 + 18\alpha^2 - 8$, $a_2(g) = -8\alpha^4 + 16\alpha^2 - 8$, $a_3(g) = 24\alpha^4 - 48\alpha^2 + 24$.

另外,为使 $\beta(g) = \sqrt{1 - \alpha^2(g)}$ 为实数,要求 $g < \sqrt{6\pi} \approx 7.7$. 在实际工作中我们考虑 g 在 1—5 之间取值.

5 数值结果

要确定 p - ϵ 关系,只能进行数值计算. 图 1 所示的是 $B_0^{1/4} = 145\text{MeV}$, $m_s = 150\text{MeV}$ 时

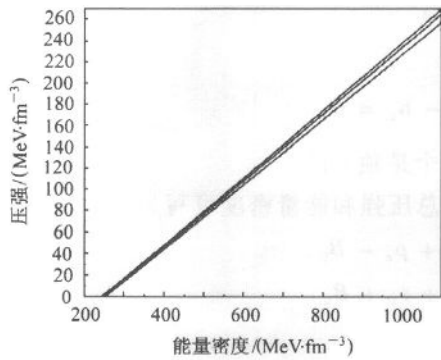


图 1 等量 u, d, s 夸克组成的 SQM 的 p - ϵ 关系曲线 偏离简单袋模型(极端相对论系统)的结果.

的 p - ϵ 关系曲线(自上到下依次对应 $g = 1, 3, 5$). 从图中可知,介质效应使曲线低能部分出现下凹,也即是 EOS 被“软化”,这影响到中子星或奇异星的质量-半径关系^[12]. 为了更清楚地看出 p - ϵ 曲线低能端的下凹,可进一步计算 SQM 中的声速 $c_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \epsilon}}$,因为它反映了 p - ϵ 曲线的斜率. 计算结果(图 2,自上到下依次对应 $g = 1, 2, 3, 4, 5$)显示,这里的声速明显

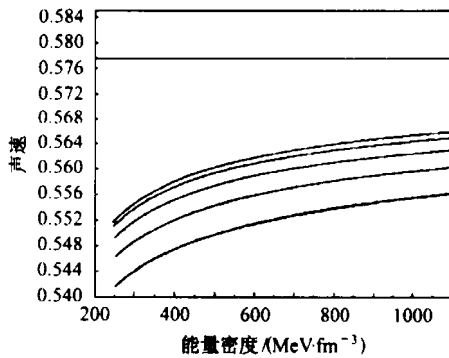


图 2 SQM 中声速 c_s 与能量密度 ϵ 的关系曲线 (最上方的直线对应于简单袋模型)

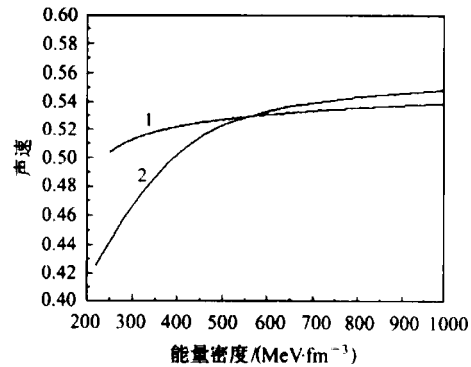


图 3 SQM 中声速 c_s 与能量密度 ϵ 的关系曲线
 1 指本文的结果(参数: $g = 4$, $m_s = 250\text{MeV}$, $B_0^{1/4} = 145\text{MeV}$), 2 指质量-密度相关模型的结果(参数: $m_{s0} = 80\text{MeV}$, $D^{1/2} = 156\text{MeV}$).

另外特别指出,质量-密度相关模型^[4]也讨论了 SQM 系统的物态方程. 通过引入一个与重子数密度相关的夸克质量表达式,将介质效应包含到夸克质量中去,从而也得到了一个考虑了介质效应的物态方程.

在图 3 中,将本文得到的声速与文献[4]进行了比较,发现曲线在低能部分都出现明显下凹,即声速相对于简单袋模型具有相同的偏离趋势. 这表明,两模型在描述介质效应

对 SQM 系统物态的影响上是完全一致的. 然而, 本文研究的模型可以讨论 EOS 及声速与相互作用耦合常数的依赖, 质量 - 密度相关模型则不能做到这一点.

6 结论

基于色屏蔽的考虑, 研究了准粒子夸克系统的热力学, 推导出一个有效热力学势. 与普通理想费米气相比, 其热力学势增加了一项, 这一项可由热力学自洽条件确定. 从物理上看, 我们认为准粒子描述的热力学是把粒子之间的复杂相互作用以一个平均贡献来代替, 从而避免了计算粒子之间的实际相互作用.

我们还利用这一等效热力学研究了奇异星中 SQM 的物态方程及声速, 得到一个“软化”的物态; 而且, 从声速的计算可见相互作用越强 (g 越大), “软化”效应越大.

参考文献 (References)

- 1 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**:272
- 2 Fahri E, Jaffe R L. Phys. Rev., 1984, **D30**:2379; Gilson E P, Jaffe R L. Phys. Rev. Lett., 1993, **71**:332—335
- 3 Chakrabarty S, Raha S, Sinha B. Phys. Lett., 1989, **B229**:112; Chakrabarty S. Phys. Rev., 1991, **D43**:627; 1993, **D48**:1409; 1996, **D54**:1306—1316
- 4 PENG G X, Chiang H C, NING P Z. Phys. Rev., 2000, **C62**:025801
- 5 Subharthi Ray, Jishnu Dey, Mira Dey. astro-ph/0003472
- 6 Levai P, Heinz U. Phys. Rev., 1998, **C57**:1879—1890; Peshier A, Kampf B, Soff G. Phys. Rev., 2000, **C61**:045203
- 7 Manuel C. Phys. Rev., 1996, **D53**:5866—5873
- 8 Pisarski R D. Nucl. Phys., 1989, **A498**:423; Blaizot J-P, Ollitrault J-Y. Phys. Rev., 1993, **D48**:1390—1408
- 9 Klimov V V. Sov. Phys. JETP, 1982, **55**:199; Weldon H A. Phys. Rev., 1982, **D26**:1394
- 10 Gorenstein M I, Yang S N. Phys. Rev., 1995, **D52**:5206
- 11 Schertler K, Greiner C, Thoma M H. Nucl. Phys., 1997, **A616**:659—679
- 12 Schertler K, Greiner C, Schaffner-Bielich J et al. Nucl. Phys., 2000, **A677**:463—490

Consistent Thermodynamics of SQM and EOS of Strange Stars in Quasi-Particle Description *

YANG Shu-Hua ZHENG Xiao-Ping

(Department of Physics, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract Taking the interactions between quarks into account, we study thermodynamics of strange quark matter system in the quasi-particle approximation with the result that an extra term should be added to the thermodynamic potential density considering the self-consistent condition. The equation of states turns out to be “softened” when applying the above thermodynamics to strange quark matter in strange stars, and this is consistent with the results of the mass chemical potential-dependent model. However, the quasi-particle description model indicates the dependence of medium effects on the coupling constant of strong interaction.

Key words quasi-particle description, strange quark matter, equation of states, strange star

Received 24 December 2001, Revised 22 May 2002

* Supported by NSF of Central China Normal University