

# 推广 $x$ 重新标度模型的重标度 参数经验公式\*

高永华<sup>1,3</sup> 何明中<sup>2</sup> 段春贵<sup>3</sup>

1 (石家庄师范专科学校物理系 石家庄 050801)

2 (河北师范大学电子系 石家庄 050031)

3 (河北师范大学物理系 石家庄 050016)

**摘要** 给出了推广  $x$  重新标度模型的重标度参数经验公式,其中建立了重标度参数与原子核的平均结合能之间的联系,由该公式可以得出  $A \geq 12$  的所有核的重标度参数值,利用这些参数值可以计算有关核过程并做出预言.

**关键词**  $x$  重新标度模型 核效应 结合能

## 1 引言

自 1982 年欧洲  $\mu$  子合作组用  $\mu$  子在氢、氘和铁核上做深度非弹性散射实验(DIS)时发现 EMC 效应<sup>[1]</sup>以来,出现了许多解释它的理论模型,其中 Llewellyn-Smith 和 Garcia Canal 提出的  $x$  重新标度模型<sup>[2]</sup>是用来解释 EMC 效应的较早的模型之一.该模型可以解释中等  $x$  区轻子-核深度非弹性散射过程和 Drell-Yan 过程中的核效应,但对于两个过程中小  $x$  区的核效应只有引入核遮蔽因子才能做出较满意的解释.另外,用  $x$  重新标度模型解释胶子分布函数的核效应时,理论计算与实验数据不符.此外,厉光烈等研究发现<sup>[3]</sup>,对于束缚核子,在考虑了费米运动和核内核子束缚能作用,特别是为了解释 EMC 效应而引入  $x$  重新标度机制后,出现了核动量不守恒问题.针对上述问题,1990 年厉光烈等提出了推广  $x$  重新标度模型<sup>[4]</sup>.此模型在动量守恒的条件下,对价夸克、海夸克和胶子分别引入不同的  $x$  重新标度参数  $\delta_i$  ( $i = V, S, G$ , 并令  $\delta_s = \delta_c$ ).因此,束缚核子中价夸克、海夸克和胶子的动量分布函数可分别表示为

$$V^A(x, Q^2) = V^N(\delta_V x, Q^2), \quad (1a)$$

$$S^A(x, Q^2) = S^N(\delta_S x, Q^2), \quad (1b)$$

$$G^A(x, Q^2) = G^N(\delta_G x, Q^2), \quad (1c)$$

2001-10-15 收稿

\* 国家自然科学基金(10175074)和河北省自然科学基金(100144)资助

其中  $V^{A(N)}(x, Q^2)$ ,  $S^{A(N)}(x, Q^2)$  和  $G^{A(N)}(x, Q^2)$  分别表示原子核(A)或自由核子(N)内价夸克(V)、海夸克(S)和胶子(G)动量分布函数. 按照(1)式,知道了自由核子的部分子分布函数和核(A)的  $x$  重标度参数  $\delta_i$  ( $i = V, S, G$ ) 值,相应的核(A)中束缚核子的部分子分布函数就能得出. 该模型能够较好地解释 EMC 效应、核 Drell-Yan 过程和  $J/\psi$  光生过程中的核效应. 其中表 1 给出了他们得到的 3 种核的重标度参数值<sup>[5,6]</sup>. 它们是通过拟合 DIS 过程、核 Drell-Yan 过程和  $J/\psi$  光生过程的实验数据而得到的.

表 1 3 种核的重标度参数值

	$C^{12}$	$Fe^{56}$	$Sn^{116}$
$\delta_V$	1.024	1.026	1.039
$\delta_S(G)$	0.954	0.945	0.924

但是,对于还没有实验数据或只有个别过程实验数据的大多数核,它们的重标度参数值并不知道. 为了对其核效应进行理论研究,又迫切需要知道这些核的重标度参数值. 本文在核动量守恒的条件下,通过拟合推广  $x$  重新标度模型表 1 给出的 3 种核的重标度参数值,得到了一套重标度参数经验公式,特别是建立了重标度参数与原子核平均结合能之间的联系. 由该公式可以得出  $A \geq 12$  的所有核的重标度参数值,利用这些参数值可以计算有关核过程并做出预言.

## 2 推广 $x$ 重新标度模型的重标度参数经验公式

为了用唯象的方法寻找一套推广  $x$  重新标度模型的重标度参数经验公式,我们从下述 3 个方面进行了探索:

第一,重标度参数经验公式给出的核的重标度参数值,必须满足核动量守恒这个条件. 对于自由核子,其核动量守恒条件为

$$\int_0^1 [V^N(x, Q^2) + S^N(x, Q^2) + G^N(x, Q^2)] x dx = 1, \quad (2)$$

而对于核质量数为  $A$  的束缚核子而言,该条件为

$$\int_0^1 [V^A(x, Q^2) + S^A(x, Q^2) + G^A(x, Q^2)] x dx = 1. \quad (3)$$

利用推广  $x$  重新标度模型,将核  $A$  的重标度参数  $\delta_i$  ( $i = V, S, G$ ),代入上式得到

$$\int_0^1 \{V^N(\delta_V x, Q^2) + [S^N(\delta_S x, Q^2) + G^N(\delta_G x, Q^2)]\} x dx = 1. \quad (4)$$

重标度参数通过(4)式相联系. 因此,用经验公式得到的重标度参数只有满足(4)式才是可以接受的. 可见,核动量守恒条件为检验重标度参数经验公式提供了一个重要判据.

第二,表 1 给出的 3 种核的重标度参数值,是寻找和检验参数公式的出发点和重要参考. 由表 1 给出的重标度参数值,是经过拟合多个核过程的实验数据而得出的,因此,这套参数值有一定的可靠性. 但是,由于核效应的实验数据存在较大的误差,拟合实验数据确定参数时,有一定的不确定范围,因此,这些参数又有小量的可调性. 基于这样两个特点,使我们能够拟合已有的重标度参数值,做出随  $A$  变化的重标度参数的光滑连续曲线.

第三,通过建立重标度参数与原子核平均结合能之间的联系,寻找参数经验公式.重标度参数描述的是原子核内的核子与自由核子的差异,是核效应的一种描述;在核物理学中,原子核的结合能也是描述原子核内的核子与自由核子的差异,也是核效应的一种描述.它们是从不同侧面描述着自由核子组成原子核时产生的核效应.据此,我们推测,它们之间应当有某种联系.

在核物理学中,C.F.Weizsacker 根据原子核液滴模型给出一个结合能半经验公式<sup>[7]</sup>

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_{sym} (N - Z)^2 A^{-1} + \delta a_p A^{-1/2}, \quad (5)$$

其中

$$a_v = 15.67\text{MeV}, a_s = 17.23\text{MeV}, a_c = 0.72\text{MeV}, a_{sym} = 23.29\text{MeV}, a_p = 12\text{MeV},$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{对偶偶核} \\ 0 & \text{对奇 } A \text{ 核} \\ -1 & \text{对奇奇核} \end{cases} \quad (6)$$

由(5)式可得原子核平均结合能的强相互作用部分  $E$  与核的质量数  $A$  之间的关系为

$$E = a_v - a_s A^{-1/3} - a_{sym} (N - Z)^2 A^{-2} + \delta a_p A^{-3/2}. \quad (7)$$

经过以上 3 个方面的思考、推断和反复探索,得到了一套经验公式:

$$\delta_v = 1/(1 - 0.00275 E), \quad (8a)$$

$$\delta_s(G) = 1 - 0.0059 E. \quad (8b)$$

由经验公式(8)给出的重标度参数随核质量数  $A$  的变化曲线如图 1. 图中‘+’是表 1 给出的 3 种核重标度参数值. 由图可见,经验公式的参数值与表 1 的参数值符合较好.

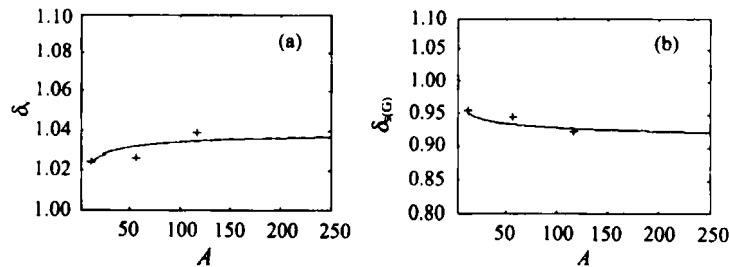


图 1 重标度参数随核质量数  $A$  的变化曲线

### 3 重标度参数经验公式(8)的有效性

当用推广  $x$  重新标度模型研究核过程的核效应时,利用经验公式(8),很容易求出核质量数  $A \geq 12$  的所有核的重标度参数值,如对  $\text{Al}^{27}$ ,  $\text{Ca}^{40}$ ,  $\text{Xe}^{132}$ ,  $\text{W}^{184}$ ,  $\text{Au}^{197}$ ,  $\text{Pb}^{208}$  和  $\text{U}^{238}$  求得的重标度参数值如表 2. 经验证,这些参数值均能很好地满足核动量守恒条件(4)式.

表 2 7 种核的重标度参数值

	$\text{Al}^{27}$	$\text{Ca}^{40}$	$\text{Xe}^{132}$	$\text{W}^{184}$	$\text{Au}^{197}$	$\text{Pb}^{208}$	$\text{U}^{238}$
$\delta_v$	1.0288	1.0303	1.0350	1.0360	1.0362	1.0364	1.0368
$\delta_s(G)$	0.9409	0.9370	0.9275	0.9254	0.9250	0.9247	0.9239

由经验公式(8)得到的重标度参数值正确与否,需要通过计算核过程的核效应与实验数据对照做检验. 对于质量数  $A$  为 12—116 的核,由于有表 1 中 3 种核的重标度参数值作依据;经验又表明,重标度参数值随  $A$  又是缓慢变化的,因此,我们认为,经验公式(8)是有效的.  $Al^{27}$  及  $Ca^{40}$  的轻自 DIS 过程的计算结果与已有实验数据符合很好也证明了这点. 对于质量数  $A > 116$  重核区,由于没有已知核的重标度参数值可供参考,经验公式(8)的有效性就有些令人担心. 为了在重核区对公式(8)进行检验,我们对轻子-铅核深度非弹性散射中核效应进行了计算.

已知在推广  $x$  重新标度模型中,考虑遮蔽效应后质量为  $A$  的核的平均结构函数

$$F_2^A(x, Q^2) = \sum e_i^2 x \{ q_{vi}^N(\delta_v x, Q^2) + R_{sh}^A(x) [ q_{si}^N(\delta_s x, Q^2) + \bar{q}_{si}^N(\delta_s x, Q^2) ] \}, \quad (9)$$

式中  $e_i$  是味为  $i$  的夸克的电荷数,  $q_{vi}^N(\delta_v x, Q^2)$ ,  $q_{si}^N(\delta_s x, Q^2)$  和  $\bar{q}_{si}^N(\delta_s x, Q^2)$  是核内味为  $i$  的夸克和反夸克的动量分布函数,根据文献[6]引入了核遮蔽因子

$$R_{sh}^A(x) = \begin{cases} 1 + a \ln A \ln(x/0.08), & x < 0.08, \\ 1 + b \ln A \ln(x/0.08) \ln(x/0.24) & 0.08 < x < 0.3, \\ 1 & x > 0.3, \end{cases} \quad (10)$$

式中参数  $a$  和  $b$  分别取作为 0.025 和 -0.02. 为了与实验数据进行比较,我们利用公式(8)给出的铅核与碳核的重标度参数计算了核效应函数

$$R^{Pb/D}(x, Q^2) = F_2^{Pb}(x, Q^2)/F_2^D(x, Q^2), \quad R^{Pb/C}(x, Q^2) = F_2^{Pb}(x, Q^2)/F_2^C(x, Q^2). \quad (11)$$

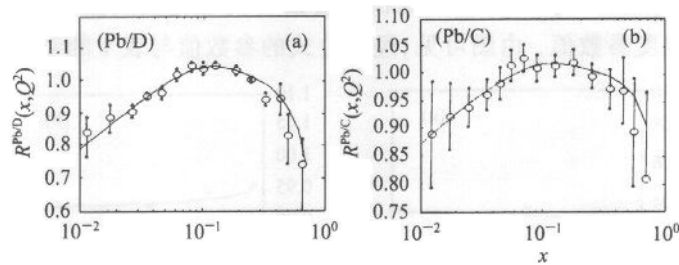


图 2  $R^{Pb/D}(x, Q^2)$  和  $R^{Pb/C}(x, Q^2)$  的理论值与实验值的比较

计算时对自由核子的部分子分布函数采用 GRV 参数化函数集<sup>[8]</sup>. 计算结果如图 2 曲线.

新  $\mu$  子实验合作组 1996 年报告了它们测量的  $F_2^{Pb}/F_2^D$  和  $F_2^{Pb}/F_2^C$  等实验结果<sup>[9]</sup>, 数据覆盖范围为  $0.01 < x < 0.8$ , 其数据也标于图 2 上. 由图 2 可见,理论曲线与实验数据符合较好,证明了参数公式(8)的有效性. 当然,该式还有待更多实验数据的检验和修正.

## 4 结论

本文给出了推广  $x$  重新标度模型的重标度参数经验公式,其中建立了重标度参数与原子核平均结合能之间的联系. 利用这套公式可以给出  $A \geq 12$  的所有核重标度参数值,进而可以采用这些参数值计算有关核过程做出预言.

我们在寻找(8)式时,建立了重标度参数与原子核平均结合能之间的联系,加深了我

们对重标度参数的认识.

经验公式(8)式的适用范围需要说明. 其一,对于  $A < 12$  的轻核,原子核的液滴模型只给出结合能的平均结果,没有能显示出起伏,即没有给出各核的结合能的确切值;其二,对于  $A < 12$  的核没有重标度参数值可供参考;其三,轻核的核效应并不明显,人们的注意力主要集中于研究  $A \geq 12$  的核的核效应. 考虑到上述各方面原因后,本文没有涉及  $A < 12$  核的重标度参数问题.

### 参考文献 (References)

- 1 Aubert J J et al (EMC Collab.). Phys Lett., 1983, **B123**:275
- 2 Llewellyn Smith C H. Phys. Lett., 1983, **B128**:107
- 3 LI Guang-Lie, LIU Ke-Fei. HEP & NP, 1989, **13**(7):620(in Chinese)  
(厉光烈,刘克非. 高能物理与核物理,1989,**13**(7):620)
- 4 LI Guang-Lie et al. Nucl. Phys., 1990, **A509**:757
- 5 DUAN Chun-Gui et al. HEP & NP, 1997, **21**(5):433(in Chinese)  
(段春贵等. 高能物理与核物理,1997,**21**(5):433)
- 6 CHAO Wei-Qin, LIU Bo. Z. Phys., 1996, **C72**:291
- 7 YANG Fu-Jia et al. Nuclear Physics. Shanghai: Fudan University Publisher, 1993. 16—23(in Chinese)  
(杨福家等. 原子核物理学. 上海:复旦大学出版社,1993. 16—23)
- 8 Ggluck M, Reya E, Vogt A. Z. Phys., 1995, **C67**:433
- 9 Arneodo M et al (NMC Clllab.). Nucl. Phys., 1996, **B481**:3

## Empiric Formula of $x$ Rescaling Parameters in the Extended $x$ Rescaling Model \*

GAO Yong-Hua<sup>1,3</sup> HE Ming-Zhong<sup>2</sup> DUAN Chun-Gui<sup>3</sup>

1 (Department of Physics, Shijiazhuang Teachers' College, Shijiazhuang 050801, China)

2 (Department of Electronics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050031, China)

3 (Department of Physics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050016, China)

**Abstract** In this paper, we presented a  $x$  rescaling parameters' empiric formula of the extended  $x$  rescaling model, where we have established the connection between the rescaling parameters and the mean binding energy in nucleus. By using the formula, we can get the  $x$  rescaling parameters for various nuclei with  $A \geq 12$ , and thus further calculate the relevant nuclear process and make out prediction.

**Key words** extended  $x$  rescaling, nuclear effect, binding energy

Received 15 October 2001

\* Supported by NSFC(10175074) and Natural Science Foundation of Hebei Province of China (100144)