

# 手征 $\sigma$ 模型中 $\sigma$ 介子的质量与核物质结合能曲线关系的研究\*

董东桥<sup>1;1)</sup> 陈伟<sup>2;2)</sup> 文德华<sup>1</sup> 刘良钢<sup>1</sup>

1 (中山大学物理系 广州 510275)

2 (暨南大学物理系 广州 510632)

**摘要** 文中研究了手征  $\sigma$  模型下  $\sigma$  介子的质量  $m_\sigma$  与核物质结合能曲线的关系, 主要的目的是研究在单圈图近似下所谓的“快子极点”问题, 即  $\sigma$  或  $\pi$  介子质量的平方变为负数, 这将导致能量密度为虚数. 把  $m_\sigma$  看成自由参数并通过拟合核物质的饱和性质而确定, 结果表明, 在单圈图真空起伏近似下, 并选重整化点在质量壳上, 当  $m_\sigma = 307.5\text{MeV}$  而且核密度小于 4.43 倍正常饱和密度时, “快子极点”没有出现, 因此首先得到了核物质结合能曲线以及计算了不可压缩系数  $K(\cong 175.7\text{MeV})$ .

**关键词** 手征  $\sigma$  模型 单圈图 重整化 传播子 核物质结合能 饱和点

## 1 引言

用量子强子动力学(QHD)来研究原子核的静态性质和流体性质, 被证明是很直接有效的<sup>[1]</sup>. 在近几十年里, 人们在 QHD 的框架内提出了许多模型: 较早的有 Walecka, Chin 等人提出的 Walecka 模型<sup>[2]</sup>, 该模型能很好地描述核物质的饱和性质, 但它给出的核物质的不可压缩系数太大(540MeV); 其它的例如 ZM 模型, Zimanyi 和 Moszkosiki 引进了核子与  $\sigma$  介子的微分自相互作用<sup>[3]</sup>, 从而有效降低了核物质的不可压缩系数, 但这种模型在高阶圈图近似下不可重整化; 而一个具有手征对称性又能很好的描述核物质的整体性质的模型, 是近年来由 R. J. Furnstahl, B. D. Serot 和 H. B. Tang 提出的 FST 模型<sup>[4-6]</sup>, 该模型在描述结合能, 自旋轨道分裂以及核电荷半径方面是很成功的, 不足之处是费米面附近的能级密度太低以及核电荷形状因子在大动量部分与实验数据存在差异等.

另一个具有手征对称性的模型是早期由 Schwinger 等人提出的手征  $\sigma$  模型<sup>[7]</sup>, 它能给出部分

轴矢量流守恒(PCAC)的关系以及低能  $\pi N$  散射的一些参数, 但是由于“快子极点”的存在一直没有得到更广泛和深入的研究. 其原因是将手征  $\sigma$  模型用于计算核物质, 例如求  $\sigma$  或  $\pi$  的传播子, 或在高阶近似下计算核物质的物态方程时, 会出现  $\pi$  介子的有效质量的平方变为负数, 这将导致在单圈图近似下  $\sigma$  或  $\pi$  介子负的能量密度, 这就是所谓“快子极点”的问题<sup>[8-10]</sup>, 因而有的研究考虑了其它的近似方法, 例如单核子圈近似<sup>[11]</sup>.

在分析“快子极点”产生的原因时发现,  $m_\sigma$  的大小与此密切相关, 大的  $m_\sigma$  容易导致“快子极点”, 相反, 比较小的  $m_\sigma$  就有可能避免这个问题. 而另一方面, 由于手征  $\sigma$  模型中的  $\sigma$  介子尚未被实验完全发现, 因此  $m_\sigma$  没有确定的取值, 这使我们可以尝试用不同的  $m_\sigma$  进行计算, 特别是比较小的  $m_\sigma$ , 最终通过饱和点的性质确定  $m_\sigma$  的取值. 结果表明在单圈图真空起伏近似下, 重整化点选在质量壳上时, 比较小的  $m_\sigma$  在饱和密度附近“快子极点”没有出现, 通过拟合饱和点的性质得出  $m_\sigma$  的取值为 307.5MeV.

2003-02-11 收稿, 2003-05-21 收修改稿

\* 国家自然科学基金(10275099)和广东省自然科学基金(001182)资助

1) E-mail: dongdongqiao@hotmail.com

2) E-mail: tchenw@jnu.edu.cn

本文的内容和结构:首先给出重整化模型,求出核子能量密度的表达式,根据数值计算的结果画出不同 $m_\sigma$ 所对应的结合能曲线,并根据它们经过正常饱和点的情况,定出 $m_\sigma$ 后计算核物质的不可压缩系数,最后是本文的总结和讨论.

## 2 手征 $\sigma$ 模型与核物质结合能

手征 $\sigma$ 模型的拉氏密度形式如下<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \psi_0 [i\gamma_\mu \partial^\mu - g_0(\sigma_0 + i\boldsymbol{\pi}_0 \cdot \boldsymbol{\tau}\gamma_5)] \psi_0 + \\ & \frac{1}{2} [(\partial \sigma_0)^2 + (\partial \boldsymbol{\pi}_0)^2] - \frac{1}{2} \mu_0^2 (\sigma_0^2 + \boldsymbol{\pi}_0^2) - \\ & \frac{1}{4} \lambda_0^2 (\sigma_0^2 + \boldsymbol{\pi}_0^2)^2 + c_0 \sigma_0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中下标“0”代表该量是裸的, $\psi_0$ 是质子,中子两分量场算符, $\sigma_0, \boldsymbol{\pi}_0$ 分别是 $\sigma$ 和 $\pi$ 介子的场算符. $g_0, \lambda_0$ 是耦合常数,最后一项明显的破坏手征对称性,并导致部分轴矢量流守恒(PCAC).常数 $c_0$ 与 $\pi$ 介子的衰变常数 $f_\pi$ 满足<sup>[7]</sup>:  $f_\pi m_\pi^2 = Z_M^{\frac{1}{2}} c_0$ , (2) 这里 $m_\pi$ 是 $\pi$ 介子在真空态的物理质量, $Z_M$ 是 $\pi$ 介子的波函数重整化常数.

设 $\bar{\nu}_0$ 为 $\sigma$ 介子在核物质基态时的平均值,即

$$\langle \Psi_0 | \sigma_0 | \Psi_0 \rangle = \bar{\nu}_0, \quad (3)$$

其中 $|\Psi_0\rangle$ 表示核物质基态,当核密度 $\rho \rightarrow 0$ 时, $|\Psi_0\rangle$ 将成为真空态 $|0\rangle_{vac}$ ,相应地 $\bar{\nu}_0 \rightarrow \nu_0$ (本文中字母上方带符号“~”表示该量是密度有关的).引进新的场算符 $\phi_0$ 如下:  $\sigma_0 = \bar{\nu}_0 + \phi_0$ , (4)

显然 $\langle \Psi_0 | \phi_0 | \Psi_0 \rangle = 0$ ,再按如下方式引入重整化常数:

$$\begin{aligned} (\psi_0, \phi_0) = & Z_F^{\frac{1}{2}} (\psi, \phi), (\bar{\nu}_0, \phi_0, \boldsymbol{\pi}_0) = Z_M^{\frac{1}{2}} (\bar{\nu}, \phi, \boldsymbol{\pi}), \\ \mu_0^2 = & Z_M^{-1} (\mu^2 + \delta\mu^2), \end{aligned} \quad (5a)$$

$$g_0 = Z_g Z_F^{-1} Z_M^{\frac{1}{2}} g, \lambda_0^2 = Z_\lambda Z_M^{-2} \lambda^2, \quad (5b)$$

式中 $Z_F, Z_M$ 分别是核子和介子的波函数重整化常数, $Z_g, Z_\lambda$ 是耦合常数 $g, \lambda^2$ 的重整化常数.将(2)–(5b)式代入(1)式并整理可得重整化的拉氏密度:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \psi [Z_F i \not{\partial} - \tilde{m}_N - \delta\tilde{m}_N] \psi + \frac{1}{2} [Z_M (\partial_\mu \phi)^2 - \\ & (\tilde{m}_\sigma^2 + \delta\tilde{m}_\sigma^2) \phi^2] + \frac{1}{2} [Z_M (\partial_\mu \boldsymbol{\pi})^2 - (\tilde{m}_\pi^2 + \\ & \delta\tilde{m}_\pi^2) \boldsymbol{\pi}^2] - Z_g g \bar{\psi} (\phi + i\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\tau}\gamma_5) \psi - \\ & \frac{1}{4} Z_\lambda \lambda^2 (\phi^2 + \boldsymbol{\pi}^2)^2 - Z_\lambda \lambda^2 \bar{\nu} \phi (\phi^2 + \boldsymbol{\pi}^2) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [f_\pi m_\pi^2 - \bar{\nu} (\tilde{m}_\pi^2 + \delta\tilde{m}_\pi^2)] \phi - \\ & \frac{1}{2} \bar{\nu}^2 (m_\pi^2 + \delta m_\pi^2) - \frac{1}{8\nu^2} (\delta m_\sigma^2 - \delta m_\pi^2) \\ & (\bar{\nu}^2 - \nu^2)^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 (\bar{\nu}^2 - \nu^2)^2 + \\ & f_\pi m_\pi^2 \bar{\nu} + \frac{1}{4} Z_\lambda \lambda^2 \nu^4, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\tilde{m}_N, \tilde{m}_\sigma, \tilde{m}_\pi$ 分别是核子、 $\sigma, \pi$ 介子的有效质量, $\delta\tilde{m}_N, \delta\tilde{m}_\sigma, \delta\tilde{m}_\pi$ 是相应的质量补偿项,相应不带“~”的为真空态的量.耦合常数 $g$ 和 $\lambda$ 由如下关系定义:

$$m_N = g\nu, \quad (7a)$$

$$m_\sigma^2 - m_\pi^2 = 2\lambda^2 \nu^2, \quad (7b)$$

粒子的有效质量及其补偿项与相应真空态的量之间满足如下关系

$$\tilde{m}_N = m_N \frac{\bar{\nu}}{\nu}, \delta\tilde{m}_N = \delta m_N \frac{\bar{\nu}}{\nu}, \quad (8a)$$

$$\tilde{m}_\sigma^2 = m_\sigma^2 + \frac{3}{2} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \left( \frac{\bar{\nu}^2}{\nu^2} - 1 \right),$$

$$\delta\tilde{m}_\sigma^2 = \delta m_\sigma^2 + \frac{3}{2} (\delta m_\sigma^2 - \delta m_\pi^2) \left( \frac{\bar{\nu}^2}{\nu^2} - 1 \right), \quad (8b)$$

$$\tilde{m}_\pi^2 = m_\pi^2 + \frac{1}{2} (m_\sigma^2 - m_\pi^2) \left( \frac{\bar{\nu}^2}{\nu^2} - 1 \right),$$

$$\delta\tilde{m}_\pi^2 = \delta m_\pi^2 + \frac{1}{2} (\delta m_\sigma^2 - \delta m_\pi^2) \left( \frac{\bar{\nu}^2}{\nu^2} - 1 \right), \quad (8c)$$

在一般情况下, $m_\sigma > m_\pi, \bar{\nu}/\nu < 1$ ,因此很可能出现 $\tilde{m}_\pi^2 < 0$ .当用小于零的 $\tilde{m}_\pi^2$ 代入 $\pi$ 介子的传播子时,在动量比较小( $q^2 < |\tilde{m}_\pi^2|$ )的情况下, $\pi$ 介子的能量 $\bar{E}_\pi(q) \equiv \sqrt{q^2 + \tilde{m}_\pi^2}$ 将成为虚数,这就是所谓 $\pi$ 介子传播子的“快子极点”.显然 $m_\sigma$ 越大,“快子极点”越容易出现.相反,比较小的 $m_\sigma$ 就有可能避免这个问题,这是我们最初的想法.

由(6)式按照一般的方法可求得核子的能量密度 $\mathcal{E}$ 在单圈图近似下的表达式<sup>[12]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_F d\mathbf{k} \bar{E}_n(\mathbf{k}) + \frac{1}{32\pi^2} (-\gamma m_n^4 F(x_n^2) + \\ & \frac{1}{2} m_\sigma^4 F(x_\sigma^2) + \frac{3}{2} m_\pi^4 F(x_\pi^2)) + \\ & \frac{1}{8\nu^2} (\delta m_\sigma^2 (m_\sigma^2) - \delta m_\sigma^2(0) - \delta m_\pi^2 (m_\pi^2) + \\ & \delta m_\pi^2(0)) (\bar{\nu}^2 - \nu^2)^2 + \frac{1}{2} (\delta m_\pi^2 (m_\pi^2) - \\ & \delta m_\pi^2(0)) (\bar{\nu}^2 - \nu^2) - f_\pi m_\pi^2 (\bar{\nu} - \nu) + \\ & \frac{1}{2} m_\pi^2 (\bar{\nu}^2 - \nu^2) + \frac{1}{4} \lambda^2 (\bar{\nu}^2 - \nu^2), \end{aligned} \quad (9)$$

上式中的第一项积分是在费米球内进行,其中

$\bar{E}_n(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \tilde{m}_n^2}$ ,  $\gamma$  是核子的自旋同位旋简并算符.  $F(x_\alpha^2)$  ( $\alpha = n, \sigma, \pi$ ) 的表达式在附录中给出,  $\delta m_\alpha^2(\mu^2)$ , ( $\mu^2 = 0, m_\alpha^2$ ), ( $\alpha = \sigma, \pi$ ) 的表达式为

$$\delta m_\pi^2(\mu^2) = \gamma g^2 \{ 2F_1(m_\pi^2) + \mu^4 F'_2(\mu^2, m_\pi^2, m_\pi^2) - \lambda^2 \{ 5F_1(m_\pi^2) + F_1(m_\sigma^2) + 4\lambda^2 \nu^2 [ F_2(\mu^2, m_\sigma^2, m_\pi^2) - \mu^2 F'_2(\mu^2, m_\sigma^2, m_\pi^2) ] \} \}, \quad (10a)$$

$$\delta m_\sigma^2(\mu^2) = \gamma g^2 \{ 2F_1(m_\sigma^2) + 4m_\sigma^2 F_2(\mu^2, m_\sigma^2, m_\pi^2) + \mu^2(\mu^2 - 4m_\sigma^2) F'_2(\mu^2, m_\sigma^2, m_\pi^2) - 3\lambda^2 \{ F_1(m_\pi^2) + F_1(m_\pi^2) + 2\lambda^2 \nu^2 [ 3F_2(\mu^2, m_\sigma^2, m_\sigma^2) + F_2(\mu^2, m_\pi^2, m_\pi^2) - \mu^2(3F'_2(\mu^2, m_\sigma^2, m_\sigma^2) + F'_2(\mu^2, m_\pi^2, m_\pi^2)) ] \} \}, \quad (10b)$$

其中函数  $F_1, F_2, F'_2$  的表达式在附录中给出.

另外, 由于核子之间存在短程排斥力, 可以通过唯象地引入  $\omega$  介子而得到, 在单圈图近似下, 它对

能量密度的贡献为: 
$$\mathcal{E}_{\text{mf}}^\omega = \frac{g_{\omega\text{NN}}^2}{2m_\omega^2} \rho^2, \quad (11)$$

其中  $\rho$  为核物质密度,  $g_{\omega\text{NN}}$ ,  $m_\omega$  分别是  $\omega\text{NN}$  耦合常数和  $\omega$  介子的质量, 因此核物质结合能  $BE$  可表示为 
$$BE(\rho) = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_{\text{mf}}^\omega}{\rho} - m_n. \quad (12)$$

### 3 数值计算与核物质结合能曲线

为了计算核物质结合能, 选取参数的值如下

$$\begin{aligned} m_n &= 938.5\text{MeV}, \quad m_\pi = 140\text{MeV}, \\ m_\omega &= 782.57\text{MeV}^{[13]}, \quad f_\pi = 130.7\text{MeV}^{[13]}, \\ \gamma &= 4, \quad \frac{g^2}{4\pi} = 14.4, \end{aligned}$$

$$\rho_0 = 0.1662\text{fm}^{-3}, \quad BE_0 = -15.75\text{MeV},$$

其中  $\rho_0, BE_0$  分别是正常饱和密度与正常饱和点结合能,  $m_\sigma$  看作可变参数, 对给定的  $m_\sigma$  值, 根据(7a), (7b)式可求出  $\nu$  与  $\lambda, \tilde{m}_\alpha$ , ( $\alpha = \sigma, \pi, n$ ) 通过式(8a) — (8c) 依赖于  $\tilde{\nu}$ , 因此能量密度表达式(9)只有  $\tilde{\nu}$  与  $\rho$  不确定. 而  $\tilde{\nu}$  可根据给定的  $\rho$ , 然后通过核子能量

$$\mathcal{E} = \frac{E}{\rho} \quad (13)$$

随  $\tilde{\nu}$  变化所得曲线的极小值点求出<sup>[8,9]</sup>, 图 1(a) 表示了在  $m_\sigma = 307.5\text{MeV}$ ,  $\rho = (0.1, 1, 1.6)\rho_0$  的条件下,  $E$  与函数  $\tilde{\nu}/\nu$  的关系曲线, 从图中可以看出每条

曲线都存在一个极小值点, 例如当  $\rho = \rho_0$  时, 根据数值计算的结果, 能量极小值点对应的  $\tilde{\nu}/\nu$  约等于 0.876. 比较 3 条曲线可以发现, 随着  $\rho$  的增大, 能量极小值点对应的  $\tilde{\nu}/\nu$  减小. 图 1(b) 表示了在  $\rho = \rho_0$ ,  $m_\sigma = 180, 307.5, 420\text{MeV}$  条件下,  $E$  与函数  $\tilde{\nu}/\nu$  的关系曲线仅在能量极小值点附近的部分, 从图中也可以看出每条曲线都存在一个极小值点, 而且随着  $m_\sigma$  的增大, 能量极小值点对应的  $\tilde{\nu}/\nu$  略为增大.

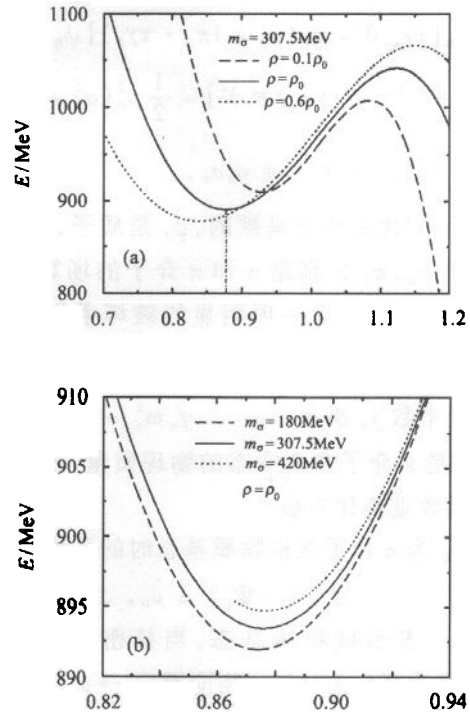


图 1 核子的能量  $E$  与函数  $\tilde{\nu}/\nu$  的关系曲线

因此对于给定的  $m_\sigma$ , 核子能量  $E$  可根据  $\rho$  确定. 进一步可根据结合能曲线经过正常饱和点的条件: 
$$BE(\rho_0) = BE_0, \quad (14)$$

求出  $g_{\omega\text{NN}}$ , 从而可得到核物质的结合能曲线. 对不同的  $m_\sigma$  需要重新求出  $g_{\omega\text{NN}}$ , 因此得到不同的结合能曲线. 为了便于比较, 图 2(a) 表示了  $m_\sigma$  分别取 257.5, 307.5 与 357.5 MeV 仅在正常饱和点附近所对应的结合能曲线, 结果表明  $m_\sigma$  取 307.5 MeV 时,  $g_{\omega\text{NN}} = 5.3$ , 曲线的饱和点为正常饱和点; 而当  $m_\sigma$  增大或减小, 例如取 357.5 与 257.5 MeV, 相应曲线的饱和点分别右移和左移, 而且都低于正常饱和点. 比较而言,  $m_\sigma$  取 307.5 MeV 的曲线能更好的经过正常饱和点. 图 2(b) 表示了  $m_\sigma$  取 307.5 MeV 时, 相对图 2(a) 核密度  $\rho$  取较大变化范围的结合能曲线, 并

且求出的不可压缩系数为 175.7 MeV.

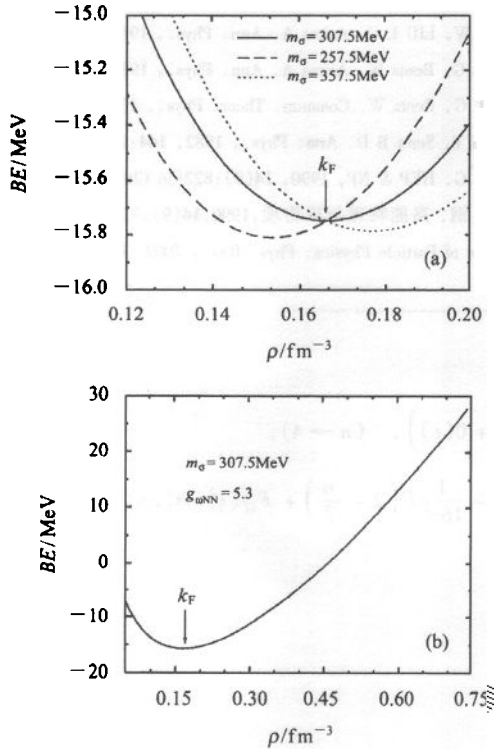


图 2 核物质结合能曲线

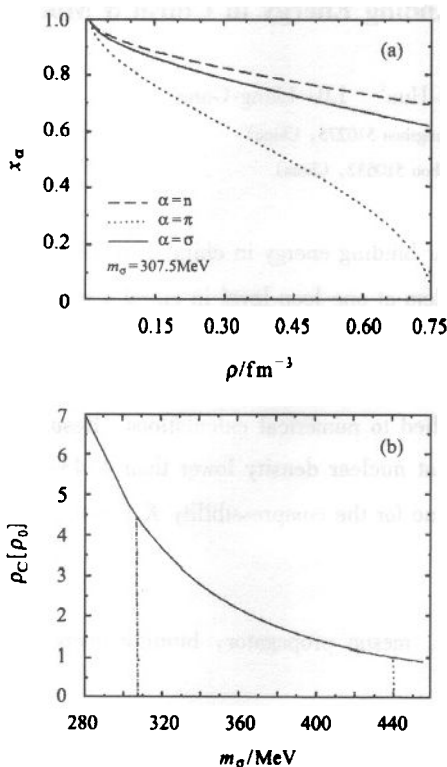


图 3 (a) 表示  $m_\sigma = 307.5 \text{ MeV}$ ,  $x_\alpha = \tilde{m}_\alpha / m_\sigma$ , ( $\alpha = \sigma, \pi, n$ ) 与  $\rho$  的关系曲线

在  $m_\sigma = 307.5 \text{ MeV}$  的条件下,  $x_\alpha = \tilde{m}_\alpha / m_\sigma$ , ( $\alpha = \sigma, \pi, n$ ) 与  $\rho$  的关系曲线如图 3(a) 所示. 数值计算过程中, 我们发现在相同的  $m_\sigma$  条件下, 随着  $\rho$  增大, 求出的  $\tilde{v}/v$  减小(图 1(a) 已表明), 而  $\rho$  大于某一临界值  $\rho_c$  时, 由于  $\tilde{v}/v$  的减小, 将出现  $\tilde{m}_\pi$  小于零, 即快子极点. 由此可见, 用较小的  $m_\sigma$  只能克服  $\rho$  不太大时的快子极点问题. 另一方面, 随着  $m_\sigma$  增大, 在  $\rho$  相同的条件下, 对应的  $\tilde{v}/v$  略为增大(图 1(b) 已表明), 但相应的  $\rho_c$  仍将减小, 当  $m_\sigma$  大于临界值  $m'_\sigma = 440 \text{ MeV}$  时,  $\rho_c$  将小于饱和密度  $\rho_0$ , 结合能曲线将不能经过饱和点. 这就说明, 若取  $m_\sigma$  大于  $440 \text{ MeV}$  进行结合能计算, 在正常核密度条件下, 都会出现快子极点. 图 3(b) 表示了  $\rho_c$  与  $m_\sigma$  的关系曲线, 当  $m_\sigma = 307.5 \text{ MeV}$  时  $\rho_c = 4.43\rho_0$ , 当  $m_\sigma = m'_\sigma$  时,  $\rho_c = \rho_0$ .

### 4 总结和讨论

在这篇文章中, 主要针对手征  $\sigma$  模型中出现的“快子极点”问题进行了研究, 考虑到较小的  $m_\sigma$  有可能避免快子极点问题, 通过用不同的  $m_\sigma$ , 分别计算核物质的结合能, 根据不同  $m_\sigma$  所得到的结合能曲线, 比较它们经过正常饱和点的情况, 得出的结果是: 当  $m_\sigma$  较小时, 核密度不太大的条件下, 快子极点不会出现, 特别是当  $m_\sigma = 307.5 \text{ MeV}$  结合能曲线能很好地通过饱和点, 求出的不可压缩系数为 175.7 MeV. 但是当核密度大于临界密度  $\rho_c = 4.43\rho_0$  时, 还是存在“快子极点”的问题. 因此我们下一步的工作将要计算在高阶近似下的核物质结合能, 研究是否可以提高临界密度.

另外, 关于  $\sigma$  介子的质量, 由于它尚未被实验所完全证实, 因此质量的取值是一个尚未定论的问题. 通过拟合实验数据而确定是目前一般的方法, 例如 Walecka 模型中取  $520 \text{ MeV}$  是通过拟合  $^{40}\text{Ca}$  的电荷半径而得到的<sup>[1]</sup>, 而在手征  $\sigma$  模型中采用单核子圈近似, 通过拟合饱和点的性质所得结果是  $770 \text{ MeV}$ <sup>[11]</sup>, 本文进一步考虑了其它介子的单圈图, 同样通过拟合饱和点的性质所得结果是  $307.5 \text{ MeV}$ . 可见, 不同的模型, 或同一模型中采用不同的近似, 所得  $\sigma$  介子的质量会有很大的差别, 因此, 在未得到实验证实的条件下,  $\sigma$  介子的质量仍是一个需要研究的问题.

## 参考文献 (References)

- 1 Serot B D, Walecka J D. The Relativistic Nuclear Many-Body Problem. In: J. W. Negele, Erich Vogt, Advances in Nuclear Physics, New York: Plenum Press. 1986. 1
- 2 Chin S N. Ann. of Phys., 1977, **108**:301
- 3 Zimanyi J, Moszkowski S A. Phys. Rev., 1990, **C42**:1416
- 4 Furnstahl R J, TANG H B, Serot B D. Phys. Rev., 1995, **C52**:1368
- 5 Furnstahl R J, Serot B D, TANG H B. Nucl. Phys., 1996, **A598**:539
- 6 Furnstahl R J, Serot B D, TANG H B. Nucl. Phys., 1997, **A615**:441
- 7 Lee B W. Chiral Dynamics'. New York: Gordon & Beach, 1972. 1
- 8 Bentz W, LIU L G, Arima A. Ann. Phys., 1988, **188**:61
- 9 LIU L G, Bentz W, Arima A. Ann. Phys., 1989, **194**:387
- 10 LIU L G, Bentz W. Commun. Theor. Phys., 1995, **24**(4):417
- 11 Matsui T, Serot B D. Ann. Phys., 1982, **144**:107
- 12 LIU L G. HEP & NP, 1990, **14**(9):822(in Chinese)  
(刘良刚. 高能物理与核物理, 1990, **14**(9):822)
- 13 Review of Particle Physics. Phys. Rev., 2002, **D66**:439

## 附录

$$F_1(m^2) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon} = -\frac{m^2}{16\pi^2} \left( \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) + 1 - \ln m^2 + O(\epsilon) \right), \quad (n \rightarrow 4),$$

$$F_2(q^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{1}{(q^2 - m_1^2 + i\epsilon)[(q-k)^2 - m_2^2 + i\epsilon]} = -\frac{1}{16\pi^2} \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) + F_{2f}(q^2, m_1^2, m_2^2), \quad (n \rightarrow 4),$$

$$F_{2f}(q^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \ln[q^2 x^2 - (q^2 + m_1^2 - m_2^2)x + m_1^2],$$

$$F'_2(q^2, m_1^2, m_2^2) \equiv \frac{d}{dq^2} F_2(q^2, m_1^2, m_2^2) = F'_{2f}(q^2, m_1^2, m_2^2),$$

$$F(x_\alpha^2) = x_\alpha^4 \ln x_\alpha^2 - \frac{3}{2}(x_\alpha^4 - 1) + 2(x_\alpha^2 - 1), \quad x_\alpha^2 = \frac{\tilde{m}_\alpha^2}{m_\alpha^2}, \quad \alpha = n, \sigma, \pi.$$

Study of the Relation Between  $\sigma$  Mass and Nuclear Binding Energy in Chiral  $\sigma$  Model\*

DONG Dong-Qiao<sup>1;1)</sup> CHEN Wei<sup>2;2)</sup> WEN De-Hua<sup>1</sup> LIU Liang-Gang<sup>1</sup>

1 (Department of Physics, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

2 (Department of Physics, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

**Abstract** Study of the relation between  $\sigma$  meson's mass  $m_\sigma$  and nuclear binding energy in chiral  $\sigma$  model is given. The main purpose of this paper is to study the so-called "tachyon pole" problem at one-loop level in chiral  $\sigma$  model. That is, the square of the pion or  $\sigma$  meson effective mass become negative and this will lead to imaginary energy density. We regard  $m_\sigma$  as a free parameter and adjust it (especially use smaller  $m_\sigma$ ) to fit the saturation properties. On-mass-shell renormalization, vacuum fluctuation and one-loop approximation are applied to numerical calculations. Results are indicated for  $m_\sigma = 307.5\text{MeV}$  in which the "tachyon pole" doesn't appear at nuclear density lower than  $4.43\rho_0$  ( $\rho_0$  is the saturation nuclear density), so that the binding energy curve and the value for the compressibility  $K$  ( $\cong 175.7\text{MeV}$ ) are obtain at the first time.

**Key words** chiral  $\sigma$  model, one-loop approximation, renormalization, meson propagator, binding energy of nuclear matter, saturation point

Received 11 February 2003, Revised 21 May 2003

\* Supported by NSFC (10275099) and Science Foundation of Guangdong Province of China (001182)

1) E-mail: dongdongqiao@hotmail.com

2) E-mail: tchenw@jnu.edu.cn