

# 粒子脉冲形状甄别的向量投影法

刘大治<sup>1,1)</sup> 李元景<sup>1</sup> 李玉兰<sup>1</sup> 岳骞<sup>2</sup> 李金<sup>1,2,2)</sup>

1(清华大学工程物理系 北京 100084)

2(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 文中根据多种粒子脉冲形状甄别(PSD)方法的特点,抽象其数学实质提出向量投影法,讨论了向量投影法的普适性,对其参数选择进行了详细的分析,并给出最优化的选择.文中还对 $\alpha$ 、 $\gamma$ 粒子实测数据进行了计算,给出结果,证明了在合理参数的选择下,向量投影法可以得到最优的脉冲甄别效果.

**关键词** 脉冲形状甄别 向量投影 投影方向 CsI(Tl) 优质因子

## 1 引言

脉冲形状甄别(Pulse Shape Discrimination)在核物理、重离子物理、高能物理等科学领域以及中微子探测、暗物质寻找等前沿科学方向有着广泛的应用<sup>[1]</sup>,针对这一方法的理论研究很有意义.以前,由于技术手段的限制,一般只能利用电流积分的方法分析.近年来,随着FADC的广泛应用,实现了对粒子电流脉冲形状的采集,这在技术上推进了脉冲形状甄别方法的进步.本文利用CsI(Tl)晶体由FADC对 $\alpha$ 、 $\gamma$ 粒子的实测脉冲形状,抽象出一些常用甄别方法的数学实质,提出了具有普适性的脉冲形状甄别方法——向量投影法.

## 2 实验

### 2.1 装置

CsI(Tl)晶体具有良好的粒子甄别能力<sup>[2,3]</sup>,因此本文实验中采用的探测器是CsI(Tl)晶体探测器来进行研究.CsI(Tl)晶体(北京三思达晶体材料有限公司产品),规格为 $\phi 3\text{cm} \times 3\text{cm}$ ,侧面及一个端

面内层包裹特氟纶(Teflon),外层包裹铝箔,另外一端面抛光. $\alpha$ 源用<sup>241</sup>Am放射源, $\gamma$ 源用<sup>137</sup>Cs放射源. $\alpha$ 、 $\gamma$ 脉冲形状分别独立测量.CsI(Tl)晶体抛光一面与光电倍增管CR110(北京滨松光子技术有限公司产品)通过硅油耦合.测量 $\gamma$ 脉冲时, $\gamma$ 源置于靠近另一端面处;测量 $\alpha$ 脉冲时, $\alpha$ 源要紧贴该面,并将铝箔和特氟纶刻出一个小口,以便 $\alpha$ 粒子进入晶体.上述探测器、光电倍增管、源均置于避光黑箱中,将信号引出和高压引入.

电子学系统的核心器件是8位20MHz的模数转换器件FADC<sup>4</sup>,它对电流脉冲进行转换,每50ns的间隔给出一个电流值(用一个字节表示),因此能够对电流脉冲形状进行采集.

### 2.2 数据

FADC的输出被采集并存储于数据文件中,每一次粒子入射(称为一个事件)实测数据为612字节,即对每个事件记录了612个时刻的脉冲数值,间隔50ns,总共30.6 $\mu\text{s}$ .由于在硬件中采用适当的门控与延迟,前100点记录的数据为基线,后512点数据为脉冲波形.以下有关脉冲形状的图中,横坐标为时间,纵坐标为脉冲幅度.如图1所示.

2003-03-04 收稿

1)E-mail: liudz00@mails.tsinghua.edu.cn

2)E-mail: lij@mail.ihep.ac.cn

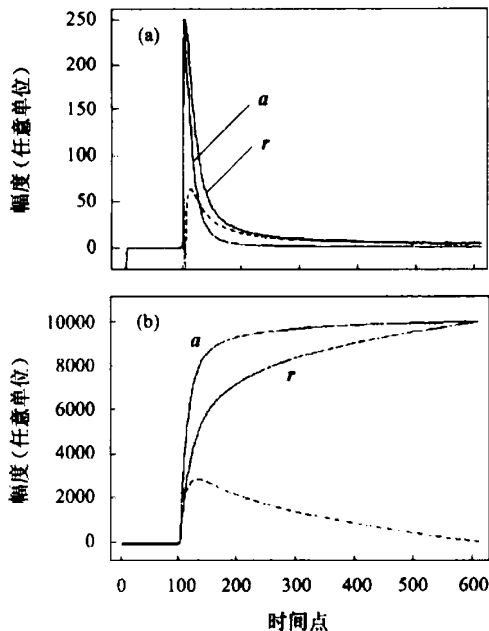


图 1 实测波形的平均波形

横坐标为采集点数, 两点间隔 50ns. (a) 为电流脉冲; (b) 为电荷脉冲(由(a)图积分得到),  $\alpha, \gamma$  脉冲均以最大值归一(无穷范数归一). 虚线所示(a)为  $\delta = -(a-r)$ , (b) 为  $\delta = a-r$ .

### 3 向量投影法

#### 3.1 向量投影法原理

##### 3.1.1 数学原理

考虑理想的脉冲形状,  $M$  个数字所表示  $\alpha, \gamma$  脉冲形状可以看成  $M$  维向量空间  $\mathcal{R}$  中的向量. 先将  $\alpha, \gamma$  脉冲形状进行归一化(下面讨论的向量  $a_i, r_i$  都是经过归一化的, 关于归一化的具体讨论见 3.3.2 节), 得到归一化向量  $a_i, r_i$ . 对于空间  $\mathcal{R}$  中某个方向上, 计算向量  $a_i, r_i$  在该方向上的投影, 分别为  $a$  和  $r$ . 一般来说投影值  $a$  和  $r$  总是不相等的(当然, 在某些特殊方向上两向量的投影值相等), 因此可以利用投影值作为甄别判据.

一般的, 选择不同的投影方向向量(简称“投影方向”), 向量  $a_i, r_i$  在投影方向上的投影值  $a$  和  $r$  是不同的, 投影的差  $a-r$  也不同. 如果以  $\Delta$  ( $\Delta = |a-r|$ ) 的大小作为甄别方法优劣的评判依据(详见 3.1.4 节), 则希望在空间  $\mathcal{R}$  中找一个合适的投影方向, 使  $\Delta$  最大化. 设  $\delta$  为投影方向的单位向量, 则  $(a_i, \delta), (r_i, \delta)$  分别为向量  $a_i, r_i$  在  $\delta$  方向的

投影.

$$\Delta_{\max} = \max |a-r| = \max |(a_i, \delta) - (r_i, \delta)| = \max |(a_i - r_i, \delta)|, \tag{1}$$

所以, 只有当  $\delta = \pm (a_i - r_i) / |a_i - r_i|$  时, 即  $\delta$  是方向为  $\pm (a_i - r_i)$  的单位向量时,  $\Delta$  有最大值, 最大值是

$$\Delta_{\max} = |a_i - r_i|, \tag{2}$$

即, 当投影方向  $\delta$  选择在  $a_i - r_i$  方向(或其反向), 可使投影差最大化, 因此可选择投影方向

$$\delta = a_i - r_i, \tag{3}$$

其中  $a_i, r_i$  分别是  $\alpha, \gamma$  理想脉冲形状的归一化向量. 由于上述“ $\delta$  是单位向量”的条件不是必要条件, 简单起见, 这里并没有将  $\delta$  单位化. 在实际操作中无法获得理想脉冲, 因此用大量真实脉冲的平均脉冲  $a_{\text{avg}}$  和  $r_{\text{avg}}$  来代替理想脉冲

$$\delta = a_{\text{avg}} - r_{\text{avg}}. \tag{4}$$

##### 3.1.2 图解

下面以 2 维空间为例图解说明以上原理. 如图 2,  $p_1, p_2$  是空间中任意的 2 维向量,  $p_1, p_2$  在其差向量  $p_1 - p_2$  方向的投影差是  $|p_1 - p_2|$ , 现给出空间任意方向  $t$ ,  $p_1, p_2$  在  $t$  上投影的差是  $|p'_1 - p'_2|$ , 根据三角形原理可得  $|p_1 - p_2| > |p'_1 - p'_2|$ .  $t$  是空间中的任意方向, 因此,  $p_1, p_2$  最大的投影差为  $|p_1 - p_2|$ , 最佳的投影方向为  $p_1 - p_2$ .

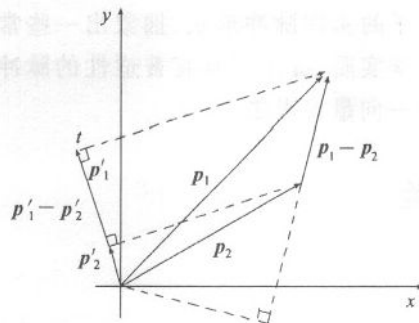


图 2 向量投影法原理

##### 3.1.3 计算某个脉冲波形的甄别量 $D$

采集到一个脉冲波形, 即可看作一个向量  $a_{\text{mv}}$ , 利用归一化参数  $N$  将其归一化(归一化参数的选择见 3.3.2 节), 得到其归一化向量  $a$ :

$$a = a_{\text{mv}} / N. \tag{5}$$

由已经选取的投影方向  $\delta$  ( $\delta$  的具体选取见

3.3.3 节),  $\alpha$  与  $\delta$  作内积, 得到每个脉冲波形甄别量  $D$ :

$$D = (\alpha, \delta). \tag{6}$$

对所获取  $\alpha$  粒子和  $\gamma$  粒子的每一个脉冲, 做了甄别量  $D$  计算, 得到甄别量  $D$  的分布谱, 如图 3 所示. 不难看出, 在谱形上  $\alpha$  粒子和  $\gamma$  粒子的  $D$  值分别集中在不同位置, 形成两个峰. 利用  $D$  值的不同就可以对  $\alpha, \gamma$  进行甄别.

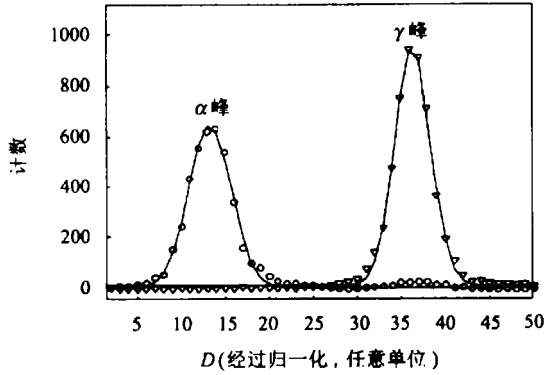


图 3 一个实测甄别谱(采用向量投影法)  
 $\alpha, \gamma$  选用电荷脉冲, 归一化参数  $N$  采用无穷范数, 投影方向  $\delta$  采用  $\delta = \alpha_{\alpha\gamma} - r_{\alpha\gamma}$ , 如图 1(b) 所示.

### 3.1.4 优质因子(FOM)

为了使甄别效果量化, 使不同的甄别方法具有可比性, 优质因子<sup>[5]</sup> (FOM, Figure of Merit) 被广泛的使用于这一领域<sup>[6,7]</sup>:

$$FOM = \frac{\Delta D}{W_1 + W_2}, \tag{7}$$

其中  $\Delta D$  为甄别值分布谱上两峰之间距离,  $W_1, W_2$  分别为两峰的半高宽, 见图 3. FOM 越大, 说明甄别效果越好. 在向量投影法中两甄别峰间距  $\Delta D$  对应于投影差  $\Delta$ , 因而, 在  $W_1, W_2$  不变的情况下, 投影差  $\Delta$  越大, FOM 越大, 甄别效果越好, 这也就是为什么 3.1 节中要以投影差  $\Delta$  的大小作为甄别优劣的依据 (进一步的讨论见 3.3.3 节).

## 3.2 向量投影法最优化参数选择

为了使向量投影法达到最优, 本文作者对影响该方法的参数进行了研究, 从 3.1 节的讨论中可以看出主要影响有: 向量  $\alpha, r, \delta$  的选择、归一化参数  $N$  的选择. 另外, 由于实际采集的某一个波形对于理想波形(或平均波形)会有偏差, 考虑这一因素, 投影方向  $\delta$  的选择要进一步修正, 以下分别讨论.

### 3.2.1 向量 $\alpha, r$ 选择

向量  $\alpha, r$  的选择有多种方案: 电流波形、电荷波形、电压波形或者是经过其他方法滤波后的波形, 由于本文采用的 FADC 系统直接可采集到电流脉冲, 对其直接积分可得电荷脉冲, 所以作者对这两种脉冲进行了比较.

定性的看, 电流脉冲是直接采集的波形, 有较大的涨落, 而电荷脉冲是电流积分得到的, 积分起到了一定的平滑作用, 应该优于电流脉冲. 为了证明这一点作者进行了计算, 对于同一组数据, 分别用电流脉冲和电荷脉冲对于各自的差向量进行投影计算 FOM 得到: 电流脉冲  $FOM < 2.6$ , 电荷脉冲  $FOM > 2.6$ .

这说明选择电荷脉冲优于选择电流脉冲进行甄别.

### 3.2.2 归一化参数 $N$ 的选择

直接采集到某种粒子的一组脉冲, 会发现脉冲形状上具有相似性, 但幅度不等, 这是由于入射粒子的能量不同造成的. 只有利用公式(5)对粒子的脉冲形状进行归一化, 同种粒子的脉冲才会相对集中到一个确定的形状附近, 这时才能进行有效的甄别.

文献中的一些甄别方案, 多采用最大值归一化<sup>[8]</sup> (电荷比较法中采用总电荷归一<sup>[4]</sup>, 其实就是电荷脉冲的最大值归一). 从向量的角度考虑最大值归一化就是无穷范数归一化:

$$N = \max_{j=1, M} (a_j), \tag{8}$$

其中  $\alpha$  是需要归一化的  $M$  维向量. 因此可以推想还有利用其他范数来进行归一化的方法. 一般的, 以  $m$  范数归一的公式为

$$N = \left( \sum_{j=1}^M a_j^m \right)^{\frac{1}{m}} \tag{9}$$

本文研究了以不同范数归一的多种方法的优质因子, 比较得出, 以 1 范数归一化具有最好的甄别结果, 见图 5, 因此本文认为最优甄别方案应采用 1 范数归一化, 即令:

$$N = \sum_{j=1}^M a_j. \tag{10}$$

### 3.2.3 投影方向 $\delta$ 的最优选择

这里我们以  $\alpha, \gamma$  为例来说明如何得到投影方向  $\delta$ . 由 3.1 节的讨论可知, 理论上  $\delta$  应该由理想的  $\alpha, \gamma$  脉冲求得, 最优选择是  $\delta = \alpha_i - r_i$ . 然而理想的  $\alpha, \gamma$

脉冲形状无法获得,所以,首先要从实验上获取纯净的  $\alpha, \gamma$  事例,再由这些大量实测波形,经归一化,分别计算代表  $\alpha$  和  $\gamma$  平均波形,用来代替理想波形.图 1 所示的脉冲波形实际上是用大量纯净的  $\alpha, \gamma$  得到的平均波形.可见,向量  $\delta$  来源于平均波形的差.

实际采集到的某一个粒子脉冲波形在归一化后并不与理想波形(或平均波形)完全重合,这就是甄别值  $D$  的分布谱中峰展宽的原因,如果偏差与波形横坐标无关(即偏差具有白噪声的特性),则  $\delta$  不论截取  $a-r$  上哪一段,甄别值  $D$  的峰宽总是一定的,这时,  $\delta$  最优选择是取  $a-r$  全长,因为这样可以使两峰距离最远.但作者计算发现,实测波形对于平均波形的偏差与横坐标是具有相关性的,见图 4. 所以选择  $a-r$  全长来得到  $\delta$ ,并不一定能使 FOM 值达到最大.

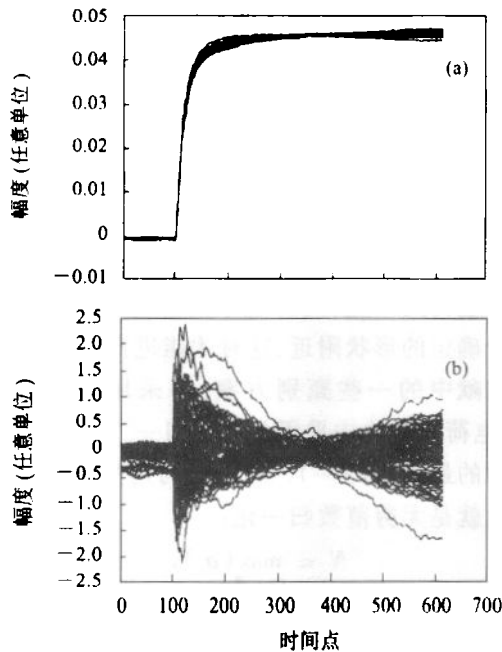


图 4 (a) 实测  $\alpha$  粒子电荷脉冲以 2 范数归一化后的波形(100 个事件); (b) 为(a)图波形与平均电荷脉冲波形的偏差,可以看出偏差在时间(点数)方向上是不均匀的

如果考虑  $\delta$  选择向量  $a-r$  上的一个区间或几个区间的并集,  $\delta$  的最优选择应是兼顾两个因素:

(1) 投影值的差别应该尽量大,即不同粒子甄别值  $D$  相应的峰尽量远.

(2) 实测波形与平均波形偏差尽量小,这样可以使甄别值  $D$  的涨落尽量小(即甄别峰展宽尽量小).

观察图 1 中向量  $\delta$  的波形,发现对于相同点数的一段向量,处于脉冲前部的点(例如[100,200])投影差要大于处于后部的点(例如[500,600]),因此由因素(1)推出选择脉冲前部的点作为  $\delta$  比较有利;观察图 4 中的偏差,由因素(2)推出选择脉冲中部的点比较有利.

为了验证这一推断,本文作者对向量  $a-r$  进行了分段截取,令其值为  $\delta$ ,计算 FOM 比较,结果如图 5. 结果说明选取向量  $\delta$  的合适区间作为投影方向可以得到最优的 FOM. 研究文献可以发现,在甄别效果最好的“波形加权平均法”<sup>[5]</sup>中,其加权函数的形状是与图 1 中向量  $\delta$  类似的,加权函数的区间是与图 5 计算得出的最优区间趋势吻合的.

从图 5 中可以看出:以 1 范数归一化具有较优的 FOM 值;取向量  $a-r$  的不同区间时可以得到不同的 FOM 值;在区间[100,170]的 FOM 值最大的;在其变化规律与本节中两个因素作用的讨论是基本符合的.

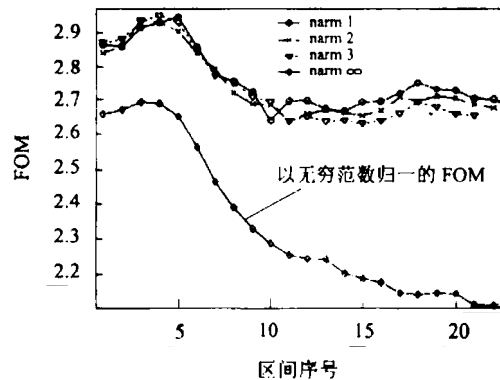


图 5 优质因子随向量  $\delta$  取值区间不同的变化

图 5 中 4 条曲线分别是 1 范数、2 范数(以长度归一化)、3 范数和无穷范数归一化(以最大值归一化)的情况,区间序号对应的点数见表 1.

表 1

1,2,3 范数:

区间序号	1	2	3	4	5	6	...	26
对应点数	126	[121,130]	[111,140]	[101,150]	[101,170]	[101,190]	...	[101,590]

无穷范数:

区间序号	1	2	3	4	5	6	...	26
对应点数	134	[131,140]	[121,150]	[111,160]	[101,170]	[101,190]	...	[101,590]

从表 1 中可以看出:以 1 范数归一化具有较优的 FOM 值;取向量  $a - r$  的不同区间时可以得到不同的 FOM 值,其变化规律与 3.3.4 节中两个因素作用的讨论是基本符合的.

## 4 讨论

### 4.1 向量投影法的普适性

向量投影法是具有普适性的方法,当向量  $a, r$  代表两种不同粒子的脉冲,投影方向  $\delta$  采用不同的选取方案时,可以衍生出不同的具体方法.例如,向量  $a, r$  代表  $\alpha, \gamma$  粒子脉冲形状(可以是电流波形、电荷波形、电压波形或者是经过其他方法滤波后的波形),投影方向  $\delta$  的选择是不同方法主要的差别所在.很多应用很广泛的方法的实质都是向量投影法,下面略举几例.

例 1:波形平均法<sup>[8]</sup>,向量  $a, r$  选用电荷波形,投影方向  $\delta$  是一矩形窗函数.

例 2:波形加权平均法<sup>[8]</sup>,向量  $a, r$  选用电荷波形,投影方向  $\delta$  是一用户自定义的加权函数.

例 3:波形抽样法<sup>[8]</sup>,向量  $a, r$  选用电荷波形,投影方向  $\delta$  是单位抽样信号(宽度为 1 的矩形窗),所以该方法就简化为比较某一位置(就是矩形窗函

数值为 1 的那一点)的幅度值.

例 4:电荷比较法,对两段特定时间的电流脉冲进行积分,求其比值作为甄别判据.例如求慢成分与全部电荷的比值<sup>[4]</sup>,求快成分与慢成分的比值<sup>[5]</sup>等.由于电流脉冲的积分对应于电荷脉冲上的一点或两点的差,所以电荷比较法实际上是波形抽样的变形.

例 5: $\langle t \rangle$ 因子法<sup>[1]</sup>,定义如下,因子作为甄别判据:

$$\langle t \rangle = \frac{\sum t_i a_i}{\sum a_i}, \quad (11)$$

其中  $a_i$  和  $t_i$  分别是第  $i$  点的波形幅度和时间,由于  $\frac{\sum t_i a_i}{\sum a_i} = \sum \left( t_i \frac{a_i}{\sum a_i} \right)$ ,所以这种方法也是向量投影法的特例,向量  $a, r$  分别选取的是脉冲波形以 1 范数归一化的向量  $\frac{a}{\sum a_i}$ ,投影方向  $\delta$  选择的是时间  $t$  (即  $\delta$  的各分量的值为  $t_i$ ).

### 4.2 向量投影法与其他方法的比较

为了说明向量投影法对于其他方法在甄别效果上的优势,以及向量投影法中参数选择对甄别效果的影响,作者进行了一些比较计算,现将具有代表性的结果在表 2 中列出:

表 2

方法	向量 $a, r$ 的选择	归一化参数 $N$ 的选择	投影方向 $\delta$ 的选择	FOM	备注
电荷比较法	电荷脉冲	无穷范数	$n = 134$	2.42	*
波形平均法	电荷脉冲	无穷范数	[130, 140] 值为 1 的矩形窗	2.45	
向量投影法	电流脉冲	2 范数	差向量 [101, 590]	2.59	**
向量投影法	电荷脉冲	1 范数	差向量 [101, 170]	2.946	
向量投影法	电荷脉冲	1 范数	差向量 [101, 170] $\cup$ [370, 450]	2.954	***

\* 这种方法由于尾部的起始位置不同,优质因子有所不同.  $n = 134$  即以 134 点作为尾部起始位置进行计算.

\*\* 向量  $\delta$  的区间是在此情况下经过计算选择的最优区间.

\*\*\* 这是本文作者采用各种方法比较计算以后得到的最优的优质因子.

## 5 结论

本文通过理论分析和实际计算可以得出如下结论:

向量投影法是具有普适性的粒子脉冲形状甄别方法,许多常用方法都是它的特例.因此,对于向量投影法的最优化分析也适用于其他多种方法本身的

参数选择.

在应用向量投影法时,采用 1 范数归一化具有较好的效果,向量选用电荷脉冲优于选择电流脉冲,投影方向  $\delta$  应选取待甄别粒子理想波形(或平均波形)  $a$  和  $r$  的向量差  $a - r$ . 在实际计算中应该根据实际测量波形对平均波形的偏差特征,对向量  $a - r$  截取其中部分区间(或部分区间的并集),才能取得最优的甄别效果.

## 参考文献 (References)

- 1 Gerbier C, Mallet J, Mosca L et al. *Astr. Phys.*, **11**:287
- 2 Shigekazu Usuda, Hitooshi Abe. *Nucl. Instr. and Meth.* 1992, **A321**: 242
- 3 Moszynski M, Wolski D, Ludziejewski T. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1993, **A336**:587
- 4 LIU Yan, LI Jin et al. *Nuclear Techniques*, 2001, **14**:497—502 (in Chinese)  
(刘延, 李金等. *核技术*, 2001, **24**:497—502)
- 5 Benrachi F et al. *Nucl. Instr. and Meth.* 1989, **A281**:137—142
- 6 AN Ji-Gang, ZHANG Jing-Yi. *Teaching Material of Radiation Detection*, Tsinghua University, 1992 (in Chinese)  
(安继刚, 张静懿. *致电离辐射探测学讲义* (下册). 清华大学校内讲义, 1992)
- 7 DeVol T A, Tan H, Fjeld R A. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1999, **A435**: 433—436
- 8 Skulski W, Momayez M. *Nucl. Instr. and Meth.*, 2001, **A458**:759—771

## Vector Projection Method in Particles Pulse Shape Discrimination

LIU Da-Zhi<sup>1,1)</sup> LI Yuan-Jing<sup>1</sup> LI Yu-Lan<sup>1</sup> YUE Qian<sup>2</sup> LI Jin<sup>1,2,2)</sup><sup>1</sup>(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)<sup>2</sup>(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** This paper develops a method of Vector Projection (VP), which is based on investigations and a mathematical abstraction of many methods of Pulse Shape Discrimination (PSD) used in particle identification. VP is a universal method and its optimum parameter selection is discussed in detail. Optimized PSD effect by using VP with appropriate parameters is verified utilizing the data obtained from the FADC measurement system.

**Key words** pulse shape discrimination, vector projection, projective direction, CsI(Tl), factor of merit

Received 4 March 2003

1) E-mail: liudz00@mails.tsinghua.edu.cn

2) E-mail: lij@mail.ihep.ac.cn