

# 高能电子 - 正电子碰撞产生的喷注内部 分形性质的蒙特 - 卡洛研究\*

邢秀文<sup>1)</sup> 钟玮丽<sup>1)</sup> 刘连寿<sup>2)</sup>

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

**摘要** 用蒙特 - 卡洛方法研究了 91.2 GeV  $e^+e^-$  碰撞产生的喷注内部的分形性质. 采用一个新变量  $r$  得到了很好的反常标度性. 研究了不同阶标度指数之间的关系, 得到了喷注内部强子系统的 Lévy 指数, 并和电子 - 正电子碰撞及强子 - 强子碰撞的相应指数作了对比. 讨论了结果的意义.

**关键词** 高能电子 - 正电子碰撞 喷注 反常标度性 Lévy 指数

## 1 引言

夸克和胶子是组成强子物质的基本单元, 但由于色禁闭, 在实验中不能直接观察到它们. 历史上, 最早是通过实验观察到双喷注<sup>[1]</sup>和三喷注<sup>[2]</sup>而得到夸克和胶子存在的直接证据. 研究喷注性质是了解夸克和胶子的特性以及它们演化的动力学的重要方法.

对高能电子 - 正电子碰撞产生的喷注内部强子系统的反常标度性已进行过研究<sup>[3,4]</sup>, 采用的是以喷注轴为纵向的变量  $(y, p_t, \varphi)$ . 然而, 对其中每一个变量所得到的二维阶乘矩, 随着相空间区域分割数的增大都趋于饱和, 不存在反常标度性. 只是三维阶乘矩在以特定的赫斯特指数各向异性地分割相空间时才有这样的性质. 因而有必要寻找一个能更好地反映喷注内部反常标度性质的变量.

最近, 提出了一个新变量  $r$  来刻画喷注内部强子系统的性质<sup>[5]</sup>, 发现它有很好的反常标度性. 本文将对用这一变量描述的喷注内部的反常标度性质作进一步研究, 讨论不同阶阶乘矩之间的关系, 计算相应的 Lévy 指数, 并和电子 - 正电子碰撞及强子 - 强子碰撞的相应指数作对比研究.

我们采用 JETSET7.4<sup>[6]</sup>事件产生器产生 1500000 个  $\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$  的电子 - 正电子碰撞事件作为事件样本. 用 DURHAM 判别法<sup>[7]</sup>来判定喷注, 其中的参量<sup>3)</sup>选为  $d_{\text{cut}} = 10^{-2.2}$ . 可以证明, 这样得到的喷注是实验上可观察的“可视喷注”<sup>[3,5,8,9]</sup>.

## 2 表征喷注内部强子系统性质的新变量

采用赝快度  $\eta (= \log \tan(\theta/2))$  和方位角  $\varphi$  的二维直方图 (lego-plot)<sup>[10]</sup> 给出电子 - 正电子碰撞产生的单个事件. 每个末态强子在这种图中表示为一个点. 图 1 给出了两个三喷注事件的这种图作为例子. 在这样的图中, 每个和冲度轴有一定夹角的喷注中的粒子呈现为团聚在喷注轴的代表点  $(\eta_{\text{jet}}, \varphi_{\text{jet}})$  周围的一群点. 在图 1(a), (b) 所示的三喷注事件中各有两个这样的喷注. 每个事件中都另有一个喷注 (指向左方的喷注), 由于其轴和冲度轴接近平行, 其中粒子的方位角  $\varphi$  在 0 到  $2\pi$  之间散开, 因而不呈现为团聚在一起的点. 为了消除这种近似和冲度轴平行的喷注, 加上条件  $15^\circ < \theta < 165^\circ$ . 在这一条件下共得到 1150215 个喷注, 形成以下计算用的喷注样本.

2002 - 04 - 25 收稿

\* 国家自然科学基金 (19975018, 90103019) 资助

1) 国家理科 (物理学) 科学研究与教学人才培养基地班的学生

2) E-mail: liuls@iopp.cnu.edu.cn

3) DURHAM 判别法的参量通常用符号  $y_{\text{cut}}$  表示. 为了避免和快度  $y$  相混, 改用符号  $d_{\text{cut}}$ <sup>[5]</sup>

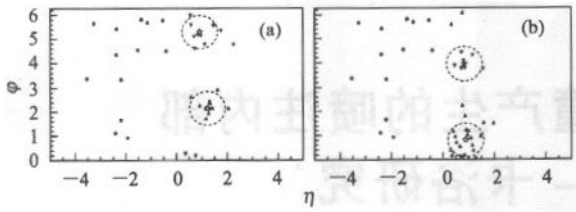


图 1 两个三喷注事件的二维直方图

• 未态强子, φ 喷注轴, --- 以喷注轴为中心半径为 0.7 的圆<sup>[10]</sup>.

可以合理地假定喷注中粒子的代表点有绕喷注轴的对称性, 因而可以定义<sup>[5]</sup>

$$r = \sqrt{(\eta - \eta_{jet})^2 + (\varphi - \varphi_{jet})^2}, \quad (1)$$

而研究  $r$  分布的标度性质.  $r$  的几率分布表示在图 2(a) 中. 注意  $\varphi$  的取值范围为  $[0, 2\pi]$ . 当喷注轴偏在图的上(下)方时, 喷注中的一些粒子会从上(下)方超出图的范围而出现在图的下(上)方, 从而加大它和喷注轴之间的距离, 参见图 1(a) 的上喷注和图 1(b) 的下喷注. 为了得到正确的距离, 当  $|\varphi - \varphi_{jet}| > \pi$  时令  $r = \sqrt{(\eta - \eta_{jet})^2 + (2\pi - |\varphi - \varphi_{jet}|)^2}$ .

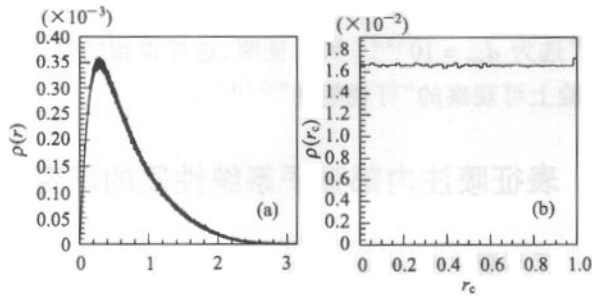


图 2 (a)  $r$  的原始分布; (b) 变换到累积变量后的分布

采用通常的办法来进行反常标度性的研究<sup>[11]</sup>. 首先通过累积变量变换来消除  $r$  分布不平的影

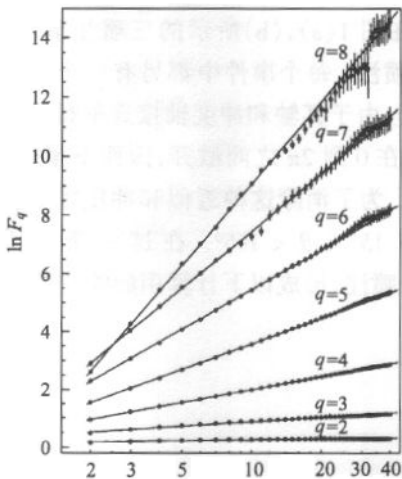


图 3

响<sup>[12]</sup>. 变换后的分布见图 2(b). 然后将区间  $0 < r \leq \pi$  划分成  $M$  个小区间, 计算阶乘矩<sup>[13]</sup>.

$$F_q(M) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m - 1) \cdots (n_m - q + 1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (2)$$

其中  $n_m$  是第  $m$  个小区间中的粒子数.

图 3 给出  $q = 2-8$  阶的阶乘矩. 由图可见,  $\ln F_q - \ln M$  呈现相当好的线性, 表明  $r$  的分布有很好的反常标度性<sup>[5]</sup>.

### 3 阶乘矩对矩阶数的依赖关系 Lévy 指数

阶乘矩的反常标度性意味着粒子的几率分布有自相似的分形性质<sup>[13]</sup>. 反映这种性质的最简单模型是随机级联模型<sup>[13,14]</sup>. 这种模型将一个相空间区域分成  $\lambda$  个子区间(为了简单可以取  $\lambda = 2$ ), 粒子落入各个子区间中的几率  $\omega_\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, \lambda$ ) 是有几率分布  $p(\omega)$  的随机数. 然后又将每一个子区间分为  $\lambda$  个子子区间, 每个子子区间中的几率是它们各自的母区间中的几率乘上  $\omega_\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, \lambda$ ). 这样继续分割下去, 就得到一个自相似分形系统.

容易看到, 级联到  $\nu$  代以后的一个小区间中的几率是  $\nu$  个服从基元分布  $p(\omega)$  的随机数的乘积  $p = \prod_i \omega_i$ , 取对数以后成为  $\nu$  个随机数的和  $\ln p = \sum_i \ln \omega_i$ . 在中心极限定理成立的条件下, 这种大量随机数的和服从高斯分布. 可以证明<sup>[13]</sup>, 在此情况下, 不同阶阶乘矩之间有关系

$$\phi(q) = \phi(2) \frac{q(q-1)}{2}. \quad (3)$$

但是, 如果基元几率分布  $p(\omega)$  的尾部趋于零不够快, 使得中心极限定理不成立, (3) 式就不成立, 而应修改为<sup>[15]</sup>

$$\phi(q) = \phi(2) \frac{q^\mu - q}{2^\mu - 2}, \quad (4)$$

其中的参数  $\mu$  称为 Lévy 指数.

让(4)式中的  $\phi(2)$  作为自由参数进行双参数拟合, 分别对  $q = 2-8, 3-8, 4-8$  拟合的结果列在表 1 中, 取平均得到

表 1 对不同  $q$  进行双参数拟合得到的 Lévy 指数  $\mu$

| $q$ 值范围  | 2-8               | 3-8               | 4-8               |
|----------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\mu$    | $2.510 \pm 0.025$ | $2.498 \pm 0.025$ | $2.486 \pm 0.025$ |
| $\chi^2$ | 42.5              | 27.3              | 15.0              |

$$\mu = 2.498 \pm 0.025. \quad (5)$$

用(5)式按(4)式给出的曲线和  $\phi_q$  一同列在图 4 中.

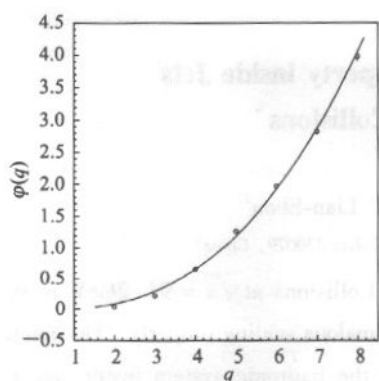


图 4 反常标度指数  $\phi_q$  作为阶数  $q$  的函数  
—用(5)式的  $\mu$  得到的函数(4)式.

按照 Lévy 稳定性理论<sup>[15]</sup>, 参数  $\mu$  的值应在  $[0, 2]$  区间内,  $\mu \rightarrow 2$  相当于中心极限情况. 由(5)式可见, 对喷注内部强子系统得到的  $\mu$  值大于 2. 类似的现象在强子-强子碰撞的末态系统中也曾经见到过<sup>[16]</sup>. 对电子-正电子碰撞的蒙特-卡洛研究<sup>[17]</sup> 得到的  $\mu$  则小于 2. 为了便于比较, 将这 3 种情况下的  $\mu$  值列在表 2 中.

表 2 不同系统的 Lévy 指数

|       | $e^+e^-$ 碰撞<br>$\sqrt{s} = 91.2\text{GeV}$ | $\pi^+(K^+)p$ 碰撞<br>入射动量 $250\text{GeV}/c$ | $e^+e^-$ 碰撞中的喷注<br>$\sqrt{s} = 91.2\text{GeV}$ |
|-------|--|--|--|
| $\mu$ | $1.701 \pm 0.043$                          | $2.50 \pm 0.08$                            | $2.498 \pm 0.025$                              |

由表 2 可见, 喷注内部系统和强子-强子碰撞的  $\mu$  值非常接近, 都大于 2, 而电子-正电子碰撞的  $\mu$  值则小于 2. 为了解这一结果, 我们注意  $\sqrt{s} = 91.2\text{GeV}$  能量下的电子-正电子碰撞产生强子的过程是一个以硬胶子辐射或部分子(夸克或胶子)硬分叉为主的过程; 而  $250\text{GeV}/c$  的强子-强子碰撞则是一个软过程. 两者在分形性质上有定性差别<sup>[18]</sup>. 现在我们讨论的电子-正电子碰撞中喷注的产生过程是部分子碎裂过程. 它基本上是一个软过程. 它和强子-强子碰撞软过程有相近的性质是可以理解的. 从这个意义上说, 喷注内部的强子系统 and 强子-强子碰撞一样有大于 2 的 Lévy 指数, 而电子-正电子碰撞产生强子的过程则有小于 2 的 Lévy 指数, 为软-硬过程的定性差别提供了一个新证据.

## 4 结论

本文用蒙特-卡洛方法研究了  $91.2\text{GeV } e^+e^-$  碰撞产生的喷注内部的分形性质. 采用一个新变量  $r$  对从 2 阶到 8 阶的阶乘矩得到了很好的反常标度性. 研究了不同阶标度指数之间的关系, 得到了喷注内部强子系统的 Lévy 指数. 发现它和强子-强子碰撞在三维相空间中的 Lévy 指数非常接近, 两者都大于 2, 而和电子-正电子碰撞全相空间中的 Lévy 指数 ( $< 2$ ) 完全不同. 这样就给软-硬过程的定性差别提供了一个新证据.

## 参考文献 (References)

- Hanson G et al. Phys. Rev. Lett., 1975, **35**:1609
- Brandelik R et al (TASSO Coll.). Phys. Lett., 1979, **B86**:243; Barber D P (Mark J Coll.). Phys. Rev. Lett., 1979, **43**:830; Berger Ch et al (PLUTO Coll.). Phys. Lett. 1979, **B86**:418; Bartel W et al (JADE Coll.). Phys. Lett., 1980, **B91**:142
- LIU Lian-Shou, CHEN Gang, FU Jing-Hua. Phys. Rev., 2001, **D63**:054002
- ZHANG Kun-Shi, YIN Jian-Wu, CHEN Gang et al. HEP & NP, 2002, **26**(2):158 (in Chinese); (张昆实,尹建武,陈刚等. 高能物理与核物理, 2002, **26**(2):158)
- ZHANG Kun-Shi, CHEN Gang, YU Mei-Ling et al. A Monte Carlo Study on the Dynamical Fluctuations inside Quark and Antiquark Jets, HEP-ph/0203098
- LIU Lian-Shou. Phase Space Partition in High Energy Collisions, HEP-PH/0204003
- Sjöstrand, Comp. Phys. Comm., 1992, **67**:465
- Dokshitzer Yu L. J Phys. 1991, **G17**:1537
- LIN Xiao-Yan, LIU Lian-Shou. HEP & NP, 2003, **27**(1):7 (in Chinese) (林晓燕,刘连寿. 高能物理与核物理, 2003, **27**(1):7)
- Dokshitzer Yu L., Leder G D, Moretti S et al. JHEP, 1997, **08**:001
- Bjorken J D. Geometry of Multihadron Production, Proc. XXIV Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, Vietri sul Mare, 1994, eds. A. Giovannini et al. Singapore: World Scientific, 1995. 579
- See e. g. CHEN Gang, LIU Lian-Shou. A Comparison of Different Methods in the Study of Dynamical Fluctuations in High Energy  $e^+e^-$  Collisions, HEP-PH/0203073 (to Appear in Phys. Rev. D) and the Papers Cited Therein
- Ochs W. Z. Phys. 1991, **C50**:339; Białas A, Gazdzichi M. Phys. Lett. 1990, **B252**:483
- Białas A, Peschanski R. Nucl. Phys. 1986, **B273**:703; 1988, **308**:857
- WU Yuan-Fang, LIU Lian-Shou. Phys. Rev. Lett., 1993, **70**:319
- Lévy P. J. Math. Pures Appl., 1935, **14**:347; Braxa Ph et al. Phys. Lett., 1991, **B253**:315
- Agababyan N et al (NA22). Z. Phys. 1993, **C59**:405

17 CHEN Gang, LIU Lian-Shou. A Monte Carlo Study of the Levy Stability and Multifractal Spectrum in  $e^+e^-$  Collisions, HEP-PH/0204148

18 LIU Feng, LIU Fu-Ming, LIU Lian-Shou. Phys. Rev., 1999, D59: 114020

## A Monte Carlo Study of the Fractal Property inside Jets Produced in High Energy $e^+e^-$ Collisions\*

XING Xiu-Wen<sup>1)</sup> ZHONG Wei-Li<sup>1)</sup> LIU Lian-Shou<sup>2)</sup>

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

**Abstract** The anomalous scaling property inside jets produced in  $e^+e^-$  Collisions at  $\sqrt{s} = 91.2\text{GeV}$  is studied using Monte Carlo method. A new variable  $r$  is applied, which has very good anomalous scaling property. The relation between the scaling indices of different orders is investigated. The Lévy index for the hadronic system inside jets is obtained, which turns out to be  $\mu = 2.498 \pm 0.025$ , very close to the same index of hadron-hadron collisions. On the contrary, the Lévy index of  $e^+e^-$  collisions is  $1.701 \pm 0.043$ , being less than 2. Since the multi-hadron production in  $e^+e^-$  collisions is dominated by hard gluon emission or hard parton branching, while the parton fragmentation into jet, like the multi-production in hadron-hadron collisions, is a soft process, the above results suggest that the value of Lévy index may provide another signal for the qualitative difference between hard and soft processes.

**Key words** high energy  $e^+e^-$  collisions, jets, anomalous scaling, Lévy exponent

---

Received 25 April 2002

\* Supported by NSFC (19975018, 90103019)

1) Students of the State-Level personnel Training Base for Research and Teaching in Fundamental Sciences (Physics)

2) E-mail: liuls@iopp.ccnu.edu.cn