第 27 卷 第 4 期
2003 年 4 月

高 能 物 理 与 核 物 理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol.27, No.4
Apr., 2003

高温近似下奇异夸克物质的体粘滞系数*

杨书华[1)] 郑小平[2)] 许云 李家荣
(华中师范大学物理系 武汉 430079)

摘要 在准粒子描述下,采用自洽的热力学方法,考虑奇异夸克物质(SQM)的介质效应,计算了高温近似下奇异夸克物质的体粘滞系数. 发现介质效应对奇异夸克物质的体粘滞系数有很大影响,这使得观测数据不再排除两味色超导相奇异星的存在.

关键词 奇异夸克物质 体粘滞系数 准粒子 奇异星

1 引言

1984 年 Witten 证实奇异夸克物质(SQM)是可能的绝对稳定态(或亚稳态)[1]. 这使人们普遍相信存在奇异夸克星(或中子星内部都有一个夸克核). 判断一颗脉冲星是中子星还是奇异星是首当其冲的任务. 目前,我们知道脉冲星的质量在 $1.4M_{\odot}$ 左右,在这一区间引力束缚占主导地位,而夸克物质自束缚变得次要,因而,中子星和奇异星的半径大体相当,没有本质的区别[2].

现在普遍认为,中子星与奇异星最大旋转速度的差异也许是区分它们的最好判据. 我们知道,如果不考虑物质的性质,一颗恒星在引力作用下,最大极限速度为 Keppler 极限. 但考虑物质的具体性质之后,情况就不一样了. 对于中子星或奇异星这样致密的天体,引力辐射激发的不稳定性是重要的,如果没有耗散机制,不稳定模式就会不断增长. 不过,幸运的是任何物质都有一定的粘滞性,它能抑制不稳定性的发生. 实际上,中子星或奇异星的最大极限旋转速度就是引力辐射引起的 r 模不稳定性与粘滞耗散竞争的结果. 当耗散时标与不稳定性时标相等时,是中子星被允许的极限旋转[3].

在研究奇异星中的奇异夸克物质性质时,大量的研究工作把夸克看成是完全自由的粒子,但 Schertler 等发现,夸克间的相互作用即介质效应对 SQM 的状态方程(EOS)有影响,这种效应对 EOS 影响较小. 不过,从等离子体集体动力学的知识知道,对于一个热力学系统的静态量贡献很小的效应,对其动力学量(如输运系数)的影响可能是非常重要的.

Wang and Lu, Saywer, 和 Madsen 都曾对奇异星中夸克物质的粘滞性作过研究,但在那些工作中都没有考虑夸克之间相互作用的贡献[4—6],计算夸克等离子体的相互作用是一项很困难的工作,但准粒子描述是一个极好的近似. 准粒子描述方法的基本思想是将受屏蔽的粒子看作准粒子:一方面粒子间大部分相互作用归结到夸克的屏蔽质量中去[7];另一方面,由于粒子的荷受到屏蔽,与周围物质的相互作用减弱,因而这些准粒子所组成的系统可以认为是自由或近自由的系统. 这样,就可以用一种自洽的热力学来描述.

本文的工作,首先基于"硬密圈"近似引入准粒子描述下的 u,d,s 夸克的有效质量,接着在一种自洽的热力学描述下研究奇异夸克物质的体粘滞系数. 由于年青脉冲星温度较高,因而在高温极限下的体粘滞系数常常是一个很好的近似, 我们将讨论

2002-05-20 收稿
* 国家自然科学基金(10175026)资助
1) E-mail: yshimp@sina.com
2) E-mail: zhxp@phy.ccnu.edu.cn

这一极限下的结果. 第 2 节给出 SQM 中夸克的有效质量和描述准粒子系统的自洽热力学,第 3 节推导包含介质效应的体粘滞系数,第 4 节给出我们的结果并加以讨论.

2 SQM 中夸克的有效质量及准粒子系统的等效热力学

对于零温下的奇异夸克物质(SQM),准粒子(这里指费米子)的色散关系可由有限化学势 HDL 近似下的夸克自能描述[8],而有效质量则被定义为零动量下夸克自能的色散关系. 由此,对于 u,d 夸克,流质量约为 5MeV 和 10MeV,可忽略,于是得到[9]

$$m_q^* = \frac{g\mu_q}{\sqrt{6}\pi}, \tag{1}$$

而对于 s 夸克,流质量较大,与自能有相同的量级,故有[8]

$$m_s^* = \frac{m_s}{2} + \sqrt{\frac{m_s^2}{4} + \frac{g^2\mu_s^2}{6\pi^2}}, \tag{2}$$

这里 g 是强相互作用耦合常数.

这样,对于一个准粒子,具有下面简单的质壳关系

$$\omega_{q,s}^* = \sqrt{k^2 + m_{q,s}^{*2}}. \tag{3}$$

准粒子系统可由一种自洽的有效热力学描述. 对于这样一个费米子系统,它的数密度,能量密度和压强分别为[10]

$$\rho(\mu) = \frac{d}{2\pi^2}\int_{k=0}^{k_F} dk k^2, \tag{4}$$

$$\varepsilon(\mu) = \frac{d}{2\pi^2}\int_{k=0}^{k_F} dk k^2 \omega^*(k) + B^*(\mu), \tag{5}$$

$$p(\mu) = \frac{d}{2\pi^2}\int_{k=0}^{k_F} dk k^2[\mu - \omega^*(k)] - B^*(\mu). \tag{6}$$

其中 d 是系统的简并度,$k_F = (\mu^2 - m^*)^{\frac{1}{2}}$ 是费米动量,m^* 是组成系统的粒子的有效质量. 为了使原有的热力学关系在准粒子系统中成立,这里引进了一个额外的补偿项 $B^*(\mu)$,它的引入受热力学自洽条件

$$\frac{\partial p}{\partial m^*}(\mu) = 0 \tag{7}$$

的限制[11].

3 SQM 的体粘滞系数及计算方法

奇异夸克物质的体粘滞系数主要依赖于一个非轻子弱作用过程[4,6]

$$u + d \leftrightarrow s + u \tag{8}$$

的反应率. 这是因为,由于 s 夸克比 u,d 夸克重的多,该反应的发生将改变 d 夸克和 s 夸克的浓度;而系统各组分浓度的改变与星体振动时系统密度的周期性变化一起可以导致 PdV 做功,进而引起能量耗散.

这种能量耗散能否有效进行,要看反应式(8)的反应速率与星体振动的频率是否一致. 如果反应式(8)进行的太慢,则夸克浓度在系统密度的周期性变化中几乎总保持初始值. 相反的,如果反应式(8)进行的太快,则夸克浓度的变化与密度的周期性变化相比太快,其总体效果就好象是总保持着平衡态的值而没有发生变化. 以上两种极端情况下,能量的耗散都不可能很有效,只有在反应式(8)的进行的速率与系统的密度变化频率大致相当时,能量的耗散才最有效.

采用王、陆提供的方法(见文献[4])来计算体粘滞系数. 在计算中已经将原有的夸克流质量用相应的准粒子有效质量来代替,而且遇到热力学量时也相应地采用前一节得到的自洽的表达式.

假定单位质量的 SQM 的体积 v 随时间变化的关系式是

$$v(t) = v_0 + \Delta v \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right), \tag{9}$$

其中 v_0 是系统处于平衡态时的体积,Δv 是扰动的振幅,τ 是扰动的周期. 于是,单位质量物质的平均能量耗散率是

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{av} = -\frac{1}{\tau}\int_0^\tau p(t)\frac{dv}{dt}, \tag{10}$$

t 时刻的压强 $p(t)$ 可以在平衡态时的压强 p_0 附近作展开:

$$p(t) = p_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0 \delta v + \left(\frac{\partial p}{\partial n_d}\right)_0 \delta n_d + \left(\frac{\partial p}{\partial n_s}\right)_0 \delta n_s,$$

其中 n_i 是单位质量的夸克数,且有

$$\delta v = v(t) - v_0 = \Delta v \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right),$$

$$\delta n_d = -\delta n_s \quad \int_0^t \frac{dn_d}{dt} dt,$$

所以,有

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_{av} = -\frac{1}{\tau}\Delta v \cdot \omega\int_0^\tau\left[\left(\frac{\partial p}{\partial n_d}\right)_0\right.$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial n_s}\right)_0\Big]\left(\int_0^t \frac{\mathrm{d}n_d}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t\right)\cos\omega t\,\mathrm{d}t, \qquad (14)$$

其中 $\omega=\frac{2\pi}{\tau}$. 对于(8)式的反应速率,使用 Madsen 所采用的公式[6],但考虑高温近似($4\pi T \gg \delta\mu$),有

$$\frac{\mathrm{d}n_d}{\mathrm{d}t} \approx \frac{64}{5\pi^3} G_F^2 \sin^2\theta_C \cos^2\theta_C \mu_d^2 v_0 T^2 \delta\mu, \qquad (15)$$

其中,

$$\frac{64}{5\pi^5} G_F^2 \sin^2\theta_C \cos^2\theta_C = 2.70\times 10^{-25}\mathrm{MeV}^{-4}$$

$$\delta\mu = \mu_s - \mu_d.$$

由于 $T \ll \mu_i$,系统处于完全简并态,因而可应用零温热力学关系. 由(4)式,可得

$$n_i = \frac{1}{\pi}(\mu_i^2 - m_i^{*2})^{\frac{3}{2}} v. \qquad (16)$$

于是,有

$$\left(\frac{\partial \mu_s}{\partial v}\right)_0 = -\frac{k_{Fs}^2}{3v_0 C_s}, \quad \left(\frac{\partial \mu_d}{\partial v}\right)_0 = -\frac{k_{Fd}^2}{3v_0 C_d}. \qquad (17)$$

$$\left(\frac{\partial \mu_s}{\partial n_s}\right)_0 = \frac{\pi^2}{3v_0 k_{Fs} C_s}, \quad \left(\frac{\partial \mu_d}{\partial n_d}\right)_0 = \frac{\pi^2}{3v_0 k_{Fd} C_d}. \qquad (18)$$

其中 $\mu=(\mu_s)_0=(\mu_d)_0$, $k_{Fi}=(\mu^2-m_i^{*2})^{\frac{1}{2}}$, $C_i=\mu-m_i^*\frac{\partial m_i^*}{\partial \mu_i}$. 而且,

$$\left(\frac{\partial \mu_d}{\partial n_s}\right)_0 = \left(\frac{\partial \mu_s}{\partial n_d}\right)_0 = 0, \qquad (19)$$

所以,可得到

$$\delta\mu = \left(\frac{\partial \delta\mu}{\partial v}\right)_0 \delta v + \left(\frac{\partial \delta\mu}{\partial n_d}\right)_0 \delta n_d + \left(\frac{\partial \delta\mu}{\partial n_s}\right)_0 \delta n_s = \frac{1}{3}\left(\frac{k_{Fd}^2}{C_d} - \frac{k_{Fs}^2}{C_s}\right)\frac{\Delta v}{v_0}\sin\omega t - \frac{\pi^2}{3}\frac{1}{v_0}\left(\frac{1}{C_d k_{Fd}} + \frac{1}{C_s k_{Fs}}\right)\int_0^t \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t. \qquad (20)$$

联立(15),(20)式,有

$$\delta\mu = \frac{A_1}{A_2^2+\omega^2}[-A_2\exp(-A_2 t) + A_2\cos\omega t + \omega\cos\omega t], \qquad (21)$$

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = A_0 \delta\mu, \qquad (22)$$

其中 $A_0 = \frac{64}{5\pi^3} G_F^2 \sin^2\theta_C \cos^2\theta_C \mu_d^2 v_0 T^2$ $A_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{k_{Fd}^2}{C_d} - \frac{k_{Fs}^2}{C_s}\right)\frac{\Delta v}{v_0}\omega$, $A_2 = A_0\frac{\pi^2}{3}\frac{1}{v_0}\left(\frac{1}{C_d k_{Fd}} + \frac{1}{C_s k_{Fs}}\right)$.

既然前一节已经证明,准粒子系统的热力学关系保持不变,因而我们可以利用热力学公式 $\frac{\partial p}{\partial n_i} = \frac{\partial \mu_i}{\partial v}$,即

$$\left(\frac{\partial p}{\partial n_d}\right)_0 - \left(\frac{\partial p}{\partial n_s}\right)_0 = \left(\frac{\partial \delta\mu}{\partial v}\right)_0 = \frac{1}{3v_0}\left(\frac{k_{Fd}^2}{C_d} - \frac{k_{Fs}^2}{C_s}\right). \qquad (23)$$

体粘滞系数的定义为

$$\zeta = 2\frac{1}{v_0}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}\right)_{av}\left(\frac{v_0}{\Delta v}\right)^2\frac{1}{\omega^2}. \qquad (24)$$

由(14),(23)和(24)式,得

$$\zeta = -\frac{1}{v_0}\frac{1}{\pi}\frac{v_0}{\Delta v}\frac{1}{3}\left(\frac{k_{Fd}^2}{C_d} - \frac{k_{Fs}^2}{C_s}\right)\int_0^\tau \mathrm{d}t\left(\int_0^t \frac{\mathrm{d}n_d}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t\right)\cos\omega t. \qquad (25)$$

把(22)式代入(25)式,得体粘滞系数的表达式

$$\zeta = \frac{\alpha^* T^2}{\omega^2+\beta^* T^4}\left\{1 - [1-\exp(-\beta^{*\frac{1}{2}} T^2 \tau)] \times \frac{1}{\omega^2+\beta^* T^4}\frac{2}{\tau}\beta^{*\frac{1}{2}} T^2\right\}. \qquad (26)$$

其中, $\alpha^* = 9.39\times 10^{22}\mu^5\left(\frac{k_{Fd}^2}{C_d} - \frac{k_{Fs}^2}{C_s}\right)^2$, $\beta^* = 7.11\times 10^{-4}\left[\frac{\mu^5}{2}\left(\frac{1}{C_d k_{Fd}} + \frac{1}{C_s k_{Fs}}\right)\right]^2$. 注意,计算中温度、质量和化学势的单位都是 MeV,即采用了 $c=h=k_B=1$ 单位制.

由于包含了夸克间相互作用的介质效应,系数 α^*, β^* 不同于 Madsen 的结果. 显然,当 μ 给定时, α^*, β^* 不仅依赖与 s 夸克流质量 m_s,还与介质相互作用(耦合常数 g)有关. 但是,当 $g=0$ 时,有 $\alpha^*=\alpha$, $\beta^*=\beta$,即回到 Madsen 的结果.

为了进一步说明介质效应对粘滞性的影响,计算了 ζ 的具体值. 为简便起见,计算中近似取

$$\zeta = \frac{\alpha^* T^2}{\omega^2+\beta^* T^4}. \qquad (27)$$

表1列出了 ζ 的数值结果. 其中取参数 $\tau=0.001\mathrm{s}^{-1}$, $T=0.001\mathrm{MeV}$,且 m_s, μ 的单位是 MeV,粘滞系数 ζ 的单位是 $10^{25}\mathrm{cmg}^{-1}\mathrm{s}^{-1}$. 我们的结果是 Madsen 的几倍到几十倍.

表 1

耦合常数 g	$m_s=80$		$m_s=180$	
	$\mu=350$	$\mu=470$	$\mu=350$	$\mu=470$
0	0.418	1.012	10.71	25.95
1	0.482	1.276	11.51	28.13
2	0.762	2.327	14.56	37.30
3	1.374	4.536	21.88	59.01
4	2.738	9.388	39.80	110.0
5	6.494	22.41	97.32	262.1

注: $g=0$ 对应于无相互作用情形,即 Madsen 的结果.

4 结果与讨论

我们在考虑了 SQM 的介质效应后,重新计算了奇异星中 SQM 的体粘滞系数.

从研究可以发现,SQM 的介质效应确实不仅对 EOS 有贡献,而且对输运性质有影响,这种影响是非常大的.

同 Madsen 的计算结果相比,考虑介质效应后,奇异星内的 SQM 具有更大的粘滞性. 在高温近似下,最大粘滞系数是原来的 22.1 倍(对应表 1 中 $g=5$, $m_s=80\mathrm{MeV}$, $\mu=470\mathrm{MeV}$). 显然,这将对奇异星的极限旋转产生较大的修正.

在中子星和奇异星的研究中,两味色超导相(2SC)的研究具有重要意义. 但是 Madsen 指出,已有的观测数据很有可能排除 2SC 奇异星的存在[12]. Madsen 采用高温近似下无介质效应的 SQM 体粘滞系数,计算了具有不同物态的年青奇异星的极限旋转速度,并与已观测到的两颗转动最快的年青奇异星的数据相比较. 结果发现,观测数据位于正常简并相奇异星的稳定区,但刚好处于 2SC 奇异星的临界区. 之所以出现这样的结果,是因为 2SC 物态的体粘滞系数只是正常 SQM 的 $\frac{1}{9}$. 从本文的讨论中,我们知道考虑介质效应使得正常 SQM 物态的粘滞系数增大数倍. 这样,正常简并相奇异星和 2SC 异星的最大旋转速度都有所提高. 显然,可以推断,考虑介质效应后,观测数据也将处于 2SC 奇异星的稳定区,即 2SC 相在奇异星中是可能存在的.

参考文献(References)

1 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**:272

2 Schertler K, Greiner C, Bielich J S et al. Nucl. Phys., 2000, **A677**:463

3 Glendenning N K. Compact Stars (Springer-Verlag, 1997)

4 WANG Q D, LU T. Phys. Lett., 1984, **148B**:211

5 Saywer R F. Phys. Lett., 1989, **B233**:412

6 Madsen J. Phys. Rev., 1992, **D46**:3290

7 Levai P, Heinz U. Phys. Rev., 1998, **C57**:1879—1890; Peshier A, Kampfer B, Soff G. Phys. Rev., 2000, **C61**:045203

8 Pisarski R D. Nul. Phys., 1989, **A498**:423; Blaizot J P, Ollitrault J Y. Phys. Rev., 1993, **D48**:1390—1408

9 Klimov V V. Sov. Phys. JETP, 1982, **55**:199; Weldon H A. Phys. Rev., 1982, **D26**:1394

10 Schertler K, Greiner C, Thoma M H. Nucl. Phys., 1997, **A616**:659—679

11 Gorenstein M I, Yang S N. Phys. Rev., 1995, **D52**:5206

12 Madsen J. Phys. Rev. Lett., 2000, **85**:10—13

Bulk Viscosity of Strange Quark Matter in High Temperature Approximation*

YANG Shu-Hua ZHENG Xiao-Ping XU Yun LI Jia-Rong

(Department of Physics, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract Taking medium effects into account, we calculate the bulk viscosity of strange quark matter in high temperature approximation using a consistent thermodynamics method in quasi-particle description. We find that medium effects have great influence to the bulk viscosity of strange quark matter, which leads to the result that two-flavor superconductivity (2SC) is not excluded by pulsar data, unlike Madsen's result.

Key words strange quark matter, bulk viscosity, quasi-particle, strange star

Received 20 May 2002

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10175026)