

核物质热力学系统的状态方程*

刘波¹ 郭华²

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2(北京大学技术物理系 北京 100871)

摘要 用 Bonn 势和考虑强子质量 Brown-Rho (BR) 标度规则修正, 提出了改进的相对论平均场有效模型, 由核物质的基态性质确定模型参数后, 将该模型用来研究热密核物质系统的状态方程.

关键词 Bonn 势 相对论平均场 有限温度下的核状态方程

1 引言

量子强子动力学(QHD)虽然在很多方面能够成功地描述有限核与核物质的基本性质, 但是 QHD 不同的模型参数组的特点及其对核物质或有限核性质描述的侧重点有所不同. 例如 Walecka 模型只有两个耦合常数: 标量和矢量介子与核子的耦合常数, 该模型可以给出合理的核物质饱和密度及饱和能, 但在饱和点处所给出的核物质压缩模数太大 ($K \approx 554 \text{ MeV}$)^[1,2]. 对 Walecka 模型的改进提出了微分耦合模型^[3], 该模型也只有两个耦合常数, 可以给出合理的核物质饱和密度、饱和能及核物质的压缩模数, 但在饱和点处该模型给出的核子有效质量比较大 ($\frac{M^*}{M_0} \approx 0.85$), 原因在于该模型的平均场比较弱, 因此也不能很好地符合有限核的自旋与轨道分裂^[4]. 对 Walecka 模型的另一个改进是引入介子的非线性自耦合作用, 即所谓的非线性 Walecka 模型^[5], 研究表明虽然非线性 Walecka 模型能够非常好地符合核物质及有限核的基态性质, 但相应地增加了模型参数的数目. 在建立或改进相对论核模型方面, 人们期望模型简单, 自由参数数目少, 模型预言能力强.

在 QHD 模型求解中, 通常采用平均场近似, 即把 QHD 模型中的介子场用其场量的平均值来代替. 虽然这种近似是求解 QHD 场方程非常有效的方法, 但也有不足之处, 例如, 不能考虑核子与核子之间的

关联效应, 不能明显地考虑强子的质量由于介质存在所带来的修正效应. 通过唯象分析认为, 核子和介子在介质中的有效质量近似满足 Brown-Rho (BR) 标度规则^[6], 在此基础上又提出了使用手征对称拉氏量密度加上 BR 标度规则来研究对称核物质基态性质的模型^[7,8], 但值得指出的是该模型不但需要把耦合常数用核物质在饱和点处的经验值来确定, 同时也要引入两个参数来对耦合常数与强子的质量分别进行标度^[8,9], 才可能得到核物质的基态性质.

Bonn 组^[10]用单玻色子交换(OBE)发展的二体核子-核子(N-N)相互作用势称为 Bonn 势. 相对论的 Bonn 势的参数是通过符合氘核的性质和低能 N-N 散射实验确定的, 即核子与介子的耦合常数可以通过符合氘核性质及低能 N-N 散射相移来确定, 而不必用核物质在饱和点处的经验值来确定, 例如耦合常数可以使用 Bonn 势参数^[10], 但问题是在构造相对论平均场模型时, 直接使用 Bonn 势参数又不能很好地满足核物质在饱和点处的性质, 为了克服这个困难, 在本文所构造的相对论平均场模型中, 核子与介子的耦合常数采用 Bonn 势参数, 而对强子质量的介质效应使用 BR 标度规则来描述. 所构造的模型特点是不必确定核子与介子之间的耦合常数, 而所引入的模型参数由核物质在饱和点处的性质来确定, 并把所构造的模型推广到有限温度的情况. 本文的目的是探索从 Bonn 势出发能否构造一个相对论平均场模型, 使之能给出核物质热力学系统的状态方程.

2002-10-30 收稿

* 国家自然科学基金(10275002)和国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)资助

2 模型拉氏量密度和运动方程

具有 BR 标度修正且包含介子非线性自相互作用项的模型拉氏量密度可写为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} [i\gamma_\mu \partial^\mu - M^* + g_\sigma \phi - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu - \\ & g_\rho \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}_\mu] \psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_\sigma^{*2} \phi^2) - U(\phi) + \\ & \frac{1}{2} m_\omega^{*2} \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{4} c (\omega_\mu \omega^\mu)^2 + \frac{1}{2} m_\rho^{*2} \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu - \\ & \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathbf{G}_{\mu\nu} \mathbf{G}^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\phi, \omega_\mu, \mathbf{b}_\mu$ 分别表示 σ, ω 和 ρ 介子场, $\boldsymbol{\tau}$ 是同位旋矩阵, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$ 和 $\mathbf{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{b}_\nu - \partial_\nu \mathbf{b}_\mu$, $U(\phi)$ 是 σ 介子自相互作用势:

$$U(\phi) = \frac{1}{3} a \phi^3 + \frac{1}{4} b \phi^4 \quad (2)$$

式中 a 和 b 是 σ 介子非线性自相互作用势的系数, c 是 ω 介子非线性自相互作用势的系数. 强子质量的 BR 标度为^[6-9]

$$\frac{M^*}{M} = \frac{m_\sigma^*}{m_\sigma} = \frac{m_\omega^*}{m_\omega} = \frac{m_\rho^*}{m_\rho} = \Phi(\rho), \quad (3)$$

式中 Φ 取与核物质密度相关的形式为^[7,9]

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{1 + \gamma \rho / \rho_0}, \quad (4)$$

这里 γ 是 BR 标度参数, ρ 是核物质密度, ρ_0 为核物质的饱和密度.

在平均场近似下的场方程为

$$\begin{aligned} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M^* + g_\sigma \phi - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - g_\rho \gamma^0 \boldsymbol{\tau}_3 b_0) \psi &= 0, \\ m_\sigma^{*2} \phi + a \phi^2 + b \phi^3 &= \langle g_\sigma \bar{\psi} \psi \rangle = g_\sigma \rho_s, \\ m_\omega^{*2} \omega_0 + c \omega_0^3 &= \langle g_\omega \bar{\psi}^+ \psi \rangle = g_\omega \rho, \\ m_\rho^{*2} b_0 &= \langle g_\rho \bar{\psi}^+ \boldsymbol{\tau}_3 \psi \rangle = g_\rho \rho_3, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\rho_3 \equiv \rho_p - \rho_n, \rho \equiv \rho_p + \rho_n$, 而 ρ_i 和 ρ_s 分别为核子 ($i = p, n$) 的数密度和标量密度.

由于拉氏量密度(1)引入的 BR 标度修正是核物质密度相关的, 为了保证热动力学的自洽性, 核子场的运动方程应包括重排项的贡献, 在平均场近似下可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \psi} &= \\ (i\gamma_\mu \partial^\mu - M^* + g_\sigma \phi - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - g_\rho \gamma^0 \boldsymbol{\tau}_3 b_0 + \\ \gamma^0 \Sigma_0) \psi &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\hat{\rho}^2 \equiv j_\mu j^\mu, j_\mu \equiv \bar{\psi} \gamma_\mu \psi,$

$$\Sigma_0 = m_\omega^{*2} \omega_0^2 \frac{\partial m_\omega^*}{\partial \rho} + m_\rho^{*2} b_0^2 \frac{\partial m_\rho^*}{\partial \rho} -$$

$$m_\sigma^{*2} \phi^2 \frac{\partial m_\sigma^*}{\partial \rho} - \psi \bar{\psi} \frac{\partial M^*}{\partial \rho}, \quad (7)$$

其中

$$\frac{\partial M^*}{\partial \rho} = M \frac{\partial \Phi}{\partial \rho}, \quad (8)$$

和

$$\frac{\partial m_i^*}{\partial \rho} = m_i \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} = -m_i \frac{\gamma}{\rho_0 (1 + \gamma \rho / \rho_0)^2} \quad i = \sigma, \omega, \rho. \quad (9)$$

略去对介子场的微分后, 在平均场近似下, 能量动量张量可以表示为

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} = & i\bar{\psi} \gamma_\mu \partial_\nu \psi + \left[\frac{1}{2} m_\sigma^{*2} \phi^2 + U(\phi) - \right. \\ & \left. \frac{1}{2} m_\omega^{*2} \omega_\lambda \omega^\lambda - \frac{1}{4} c (\omega_\lambda \omega^\lambda)^2 - \frac{1}{2} m_\rho^{*2} \mathbf{b}_\lambda \mathbf{b}^\lambda + \right. \\ & \left. \bar{\psi} u_\lambda \gamma^\lambda \Sigma \psi \right] g_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \Sigma = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = & m_\omega^{*2} \omega_\mu \omega^\mu \left(\frac{\partial m_\omega^*}{\partial \beta} \right) + m_\rho^{*2} \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu \left(\frac{\partial m_\rho^*}{\partial \beta} \right) \\ & m_\sigma^{*2} \phi^2 \left(\frac{\partial m_\sigma^*}{\partial \beta} \right) - \bar{\psi} \psi \frac{\partial M^*}{\partial \beta}, \end{aligned} \quad (11)$$

在静止系中, 可取 $u_\mu = (1, \mathbf{0})$.

3 核物质热力学系统的状态方程

在有限温度下, 核物质热力学系统的性质可以用热力学势来描述. 对于体积为 V 的热力学系统, 热力学势定义为 $\Omega = -PV = -\ln Z / \beta$ ^[2], 式中 β 是温度 T 的倒数: $\beta = 1/T, Z$ 为配分函数: $Z = \text{Tr} \{ e^{-\beta(\hat{H} - \sum_i (\mu_i \hat{B}_i))} \}$, 这里 \hat{H} 为哈密顿算符, \hat{B}_i 表示重子数算符 ($i = p$, 质子; $i = n$, 中子), μ_i 为化学势. 核物质热力学系统的状态方程可以从热力学势 Ω 推导出:

$$\begin{aligned} \epsilon = & \sum_{i=n,p} 2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} E_N^*(k) (n_i(k) + \bar{n}_i(k)) + \\ & \frac{1}{2} m_\sigma^{*2} \phi^2 + U(\phi) + \frac{1}{2} m_\omega^{*2} \omega_0^2 + \frac{3}{4} c \omega_0^4 + \frac{1}{2} m_\rho^{*2} b_0^2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} P = & \sum_{i=n,p} \frac{2}{3} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} E_N^*(k) k^2 (n_i(k) + \bar{n}_i(k)) - \\ & \frac{1}{2} m_\sigma^{*2} \phi^2 - U(\phi) + \frac{1}{2} m_\omega^{*2} \omega_0^2 + \\ & \frac{1}{4} c \omega_0^4 + \frac{1}{2} m_\rho^{*2} b_0^2 - \Sigma_0 \rho, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $E_N^* = \sqrt{k^2 + M_N^{*2}}$, 核子有效质量定义为 $M_N^* = M^* - g_\sigma \phi$, 这里 M^* 是由式(3)给出的核子 BR 标度

质量,为明了起见,以下用 M_{BR}^* 表示 ($M_{BR}^* = M^*$).

在方程(12)和(13)中的 $n_i(k)$ 和 $\bar{n}_i(k)$ 分别是核子和反核子的分布函数

$$n_i(k) = \frac{1}{1 + \exp\{(E_N^*(k) - \mu_i^*)/T\}}, \quad (14)$$

$$\bar{n}_i(k) = \frac{1}{1 + \exp\{(E_N^*(k) + \mu_i^*)/T\}}, \quad (15)$$

式中核子的有效化学势 μ_i^* 由核子的数密度 ρ_i 确定

$$\rho_i = 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (n_i(k) - \bar{n}_i(k)), \quad (16)$$

核子的有效化学势 μ_i^* 与核子化学势 μ_i 的关系为

$$\mu_i^* = \mu_i - g_\omega \omega_0 + \sum_0 \mp g_\rho b_0, \quad (17)$$

标量密度定义为

$$\rho_s = 2 \sum_{i=n,p} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M_N^*}{E_N^*} (n_i(k) + \bar{n}_i(k)). \quad (18)$$

4 结果与讨论

研究不对称核物质热力学系统的性质时,需要引入不对称性参数:

$\alpha = (\rho_n - \rho_p)/\rho$, 则中子和质子密度可以表示为: $\rho_n = \frac{1+\alpha}{2}\rho$ 和 $\rho_p = \frac{1-\alpha}{2}\rho$. 显然,核物质热力学系统的

状态方程是温度 T , 核物质密度 ρ 和不对称性参数 α 的函数, 自治地求解状态方程(12)和(13), 可以得到对称的和不对称的核物质热力学系统在不同温度时的能量密度和压强.

本文所使用的 Bonn 势的参数和耦合常数取自文献[10]: $m_\sigma = 550\text{MeV}$, $m_\omega = 782.6\text{MeV}$ 和 $m_\rho = 769\text{MeV}$ 分别为 σ , ω 和 ρ 介子的质量, 耦合常数分别取为: $g_\sigma^2/4\pi = 8.0769$, $g_\omega^2/4\pi = 20$, $g_\rho^2/4\pi = 0.95$.

虽然介子质量和耦合常数在 Bonn 势中已经给定,但是状态方程(12)和(13)中的系数 a , b 和 c 还需要重新确定. 为此,取核子的质量 $M = 939\text{MeV}$, BR 参数 $y = 0.10$, 核物质的饱和密度 $\rho_0 = 0.16\text{fm}^{-3}$, 对于对称的核物质系统($\alpha = 0$)来说,在饱和密度处核子有效质量取为 $M_N^* = 0.60M$, 相应的结合能(或饱和能)取为 $E/A = c/\rho - M = -16\text{MeV}$, 在此条件下可以确定非线性自相互作用项的系数为 $A = a/g_\sigma^3 = -0.02303\text{fm}^{-1}$, $B = b/g_\sigma^4 = 0.033749$ 和 $C = c/g_\omega^4 = 0.0096414$.

本文用 Bonn 势参数及所得到的非线性自相互作用项的系数,研究核物质热力学系统的状态方程.

首先计算核物质的不可压缩性: $K = 9 \frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0}$, 在 $T = 0$ 时得到 $K = 192\text{MeV}$, 这说明本文所得到的模型参数给出软的核物质状态方程,它可能对重离子碰撞过程的物理分析是有用的,因为一些研究表明用软的核物质状态方程可以很好地描述重离子碰撞中 K 介子的产生^[11].

图 1 给出在 $T = 0$ 时核子有效质量 M_N^* 和 BR 标度质量 M_{BR}^* 随核物质密度的变化,与 BR 标度的核子质量 M_{BR}^* 相比核子有效质量 M_N^* 真实地反映了该模型标量场的强度. 图 1 表明核子有效质量 M_N^* 随着核物质密度的增加而减小,比 BR 标度的核子质量下降地更为显著. 由于在该模型参数下,在饱和点处对应的核子有效质量取值为 $M_N^* = 0.60M$, 这意味着用该模型参数进行有限核计算时,应该较好地符合有限核的自旋与轨道分裂^[12].

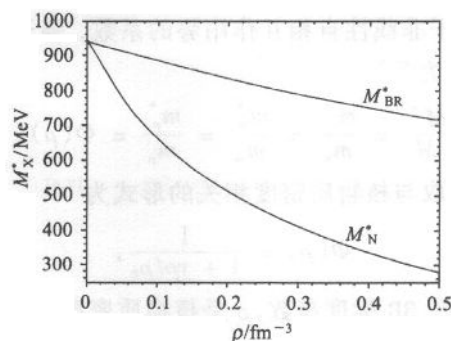


图 1 核子有效质量 M_N^* 和 BR 标度质量 M_{BR}^* 在 $T = 0$ 时随密度的变化

对称的核物质热力学系统($\alpha = 0$)在不同温度时的结合能随核物质密度的变化在图 2 中给出,在 $T = 8\text{MeV}$ 时,核物质热力学系统的压强随核物质密度及不对称参数的变化由图 3 给出. 图 2 和图 3 的结果显示,状态方程曲线的变化趋势和已知的模型,如密度相关的相对论平均场模型等给出的变化趋势基本一致^[13,14],这说明该模型可以再现核物质热力学系统的基本性质.

在反复的计算过程中得出这样的经验:由于核物质状态方程对于 Bonn 势参数是很敏感的^[15],即便在拉氏量密度中包含了介子场的自作用项,在核子-介子耦合常数取 Bonn 参数的情况下,如果不在模型拉氏量密度中引入 BR 标度,是很难得到合理的核物质状态方程.

本文得到的初步结果表明: Bonn 势参数描述了自由空间中核子-核子的二体相互作用,而 BR 标

度反映了核介质对强子质量的修正. 从基本的 Bonn 势出发, 用包含 BR 标度修正的相对论平均场近似可以给出核物质热力学系统的状态方程. 本工作是研究核物质热力学系统性质的一种新的尝试, 提供

一种新方法, 与传统的非线性 Walecka 模型相比, 可调的模型参数的数目有所减少, 且在平均场近似下通过 BR 标度引入了介子的质量随核物质密度增加而减小的效应, 进一步的工作正在进行中.

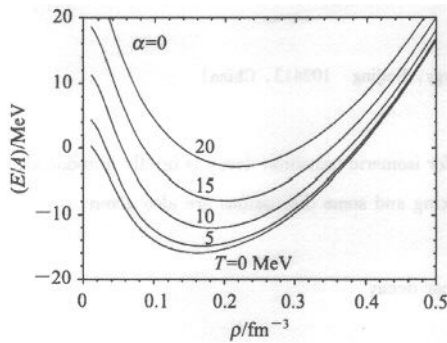


图 2 对称核物质热力学系统 ($\alpha = 0$) 在不同温度时结合能随密度的变化

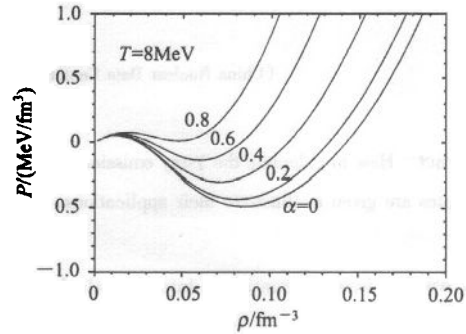


图 3 在 $T = 8 \text{ MeV}$ 时, 具有不同 α 的核物质热力学系统的压强随密度的变化

参考文献 (References)

- 1 Walecka J D. *Ann. Phys.*, 1974, **83**:491—529
- 2 Serot B D, Walecka J D. *Adv. Nucl. Phys.*, 1986, **16**:1—321
- 3 Zimanyi J, Moszkowski S. *Phys. Rev.*, 1991, **C42**:1416—1420
- 4 GUO Hua, Chossy T, Stocker W. *Phys. Rev.*, 2000, **C61**:014307(1)—014307(8)
- 5 Bodmer A R. *Nucl. Phys.*, 1991, **A526**:703—721
- 6 Brown G E, Rho M. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **66**:2720—2723
- 7 SONG C. *Phys. Rep.*, 2001, **347**:289—371
- 8 SONG C, MIN D P, Rho M. *Phys. Lett.*, 1998, **B424**:226—234
- 9 LIU B et al. *High Energy Phys. and Nucl. Phys.*, 2002, **26**:1056—1064 (in Chinese)
- 10 Machleidt R. *Adv. Nucl. Phys.*, 1989, **19**:189
- 11 Fuchs C et al. *Phys. Rev.*, 1997, **C56**:R606—R609
- 12 Furnstahl R J, Rusnak J J, Serot B D. *Nucl. Phys.*, 1998, **A632**:607—623
- 13 GUO Hua, LIU B, Toro M D. *Phys. Rev.*, 2000, **C62**:035203(1)—035203(8)
- 14 LIU B et al. *Phys. Rev.*, 2002, **C65**:045201(1)—045201(11)
- 15 Santra A B, Lombardo U. *Phys. Rev.*, 2000, **C61**:018202(1)—018202(4)

Equation of State for the Thermal System of Nuclear Matter^{*}

LIU Bo¹ GUO Hua²

1(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

2(Department of Technical Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract With use of the Bonn potential, a modified relativistic mean field model is proposed when the effects of in-medium hadron masses are considered by the Brown-Rho scaling. Then, the model is extended to investigate the equation of state of nuclear matter at finite temperature when the scaling parameter is calibrated by the properties of nuclear matter ground state.

Key words Bonn potential, relativistic mean field, equation of state of nuclear matter at finite temperature

Received 30 April 2002

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10275002) and Major State Basic Research Developing Program (G2000077400)