

# Mg, Si 和 S 同位素链的壳反常\*

钟显辉<sup>1)</sup> 谭玉红 宁平治

(南开大学物理系 天津 300071)

**摘要** 采用考虑轴向形变的相对论平均场理论,以双中子、双质子分离能隙  $\delta_{2n}/\delta_{2p}$  作为壳封闭的特征,分析了 Mg, Si 和 S 同位素链的壳封闭和壳反常,发现 Mg 同位素链在  $N = 12, 16$  处, Si 同位素链在  $N = 14$ , S 同位素链在  $N = 16$  处出现明显的壳封闭结构, Si 同位素链在  $N = 28$  处壳层结构并没有消失. Mg, Si 和 S 同位素链在  $N = 20$  处壳效应并不太明显.

**关键词** 壳封闭 壳反常 双质子(双中子)分离能隙

## 1 引言

壳反常和壳封闭的现象引起了人们的极大兴趣. 通常,在  $\beta$  稳定线附近的核,当  $N = 8, 20, 28, 50, 82$  等幻数时会出现明显的壳结构. 可是,对远离  $\beta$  稳定线的丰中子或丰质子核而言壳结构往往发生反常,壳封闭不再出现在  $N = 8, 20, 28, 50, 82$  等处,而出现了一些新的封闭壳层. T. R. Werner 等人利用 self-consistent mean-field 方法系统地研究了 Si, S, Ar 和 Ca 等奇特核的同位素链的基态性质<sup>[1]</sup>,发现  $^{44}\text{S}$  在  $N = 28$  处壳封闭已经不存在了; G. A. Lalazissis 等人利用 RHB (relativistic Hartree + Bogoliubov) 方法对  $N = 28$  区的形变核进行了研究<sup>[2]</sup>,在  $N = 28$  时, Mg, Si, S 同位素链并没有明显的壳结构;另外,任中洲等人利用 RMF (relativistic mean-field theory) 理论对 Mg 的同位素链进行了研究<sup>[3]</sup>,也发现 Mg 在  $N = 28$  时壳结构已不复存在. 总之,各种理论从不同角度都说明丰中子核在  $N = 28$  处的壳结构已经不明显,那么新的壳结构又会出现在哪儿呢?

实验上对新的可能的壳结构已经做了一些探讨. 近来实验表明 Ca 可能在  $N = 32, 34$  处存在壳封闭<sup>[4]</sup>. 最新的实验<sup>[5]</sup>证实 Cr 在  $N = 32$  时出现明显的壳封闭. 在实验中人们还推测在  $N = 14, 16$  处也

可能存在壳封闭<sup>[4]</sup>. 探测和证实这些新的壳结构已经成为实验关注的问题之一<sup>[6,7]</sup>.

本文拟研究最有可能出现壳反常结构的 Mg, Si, S 同位素链. 研究的目的是:(1)考察这些同位素链的壳反常;(2)壳封闭具体出现在哪些地方. 主要方法是利用考虑轴向形变的 RMF 理论计算出所需的同位素链的束缚能,进而得到检验壳封闭最直接和最敏感的信号:双中子和双质子分离能隙  $\delta_{2n}, \delta_{2p}$  并由此分析可能的壳反常和新的壳封闭.

## 2 理论框架

利用标准的考虑轴向形变的相对论平均场理论 (RMF) 进行计算. 有关的公式和数值计算方法见文献 [8—10]. 选用 NL3<sup>[11]</sup> 作为输入参数:  $M = 939\text{MeV}$ ,  $m_\sigma = 508.194\text{MeV}$ ,  $m_\omega = 782.501\text{MeV}$ ,  $m_\rho = 763.000\text{MeV}$ ;  $g_\sigma = 10.217$ ,  $g_\omega = 12.868$ ,  $g_\rho = 4.474$ ,  $g_2 = -10.431\text{fm}^{-1}$ ,  $g_3 = -28.885$ . 这些参数的具体定义见文献 [8]. 计算过程中考虑了对效应对束缚能的贡献. 对能由 BCS 近似给出,具体细节亦参考文献 [8]. 中子和质子的对能隙  $\Delta_n, \Delta_p$  近似取为奇偶质量差,由实验数据<sup>[12]</sup> 给出. 若无实验数据,则由 Möller 和 Nix<sup>[13]</sup> 公式

2002-12-30 收稿, 2003-02-19 收修改稿

\* 国家自然科学基金(10275037), 高等学校博士学科点专项科研基金(20010055012)和中国博士后基金(2002032169)资助

1) E-mail: xianhuizhong@eyou.com

$$\Delta_n = \frac{4.8}{\sqrt[3]{N}}, \Delta_p = \frac{4.8}{\sqrt[3]{Z}} \quad (1)$$

给出. 计算中谐振子参数  $b_0 = 41A^{-1/3}$ , 电四极形变参数  $\beta_0$  由核电四极矩  $Q$  给出, 这里

$$Q = \sqrt{16\pi/5} (3/4\pi) AR_0^2 \beta_0, R_0 = 1.2A^{1/3},$$

最初输入的电四极形变参数  $\beta$  选任意合理的值. 在所有计算中, 对费米子波函数选用 12 个谐振子壳层, 对玻色子波函数选用 20 个谐振子壳层.

### 3 壳封闭标志

观测壳封闭的方法很多. 单核子能谱间隔大小, 核的第一激发态  $2^+$  和基态  $0^+$  的间隔大小都可直观准确地反映壳封闭出现在何处. 另外双质子(双中子)分离能隙  $\delta_{2p}$  ( $\delta_{2n}$ ) 是壳封闭是否出现的一个敏感而直接的标志.  $\delta_{2p}$ ,  $\delta_{2n}$  定义为

$$\delta_{2p}(Z, N) = BE(Z - 2, N) + BE(Z + 2, N) - 2BE(Z, N), \quad (2)$$

$$\delta_{2n}(Z, N) = BE(Z, N - 2) + BE(Z, N + 2) - 2BE(Z, N). \quad (3)$$

其中  $BE(Z, N)$  是质子数为  $Z$ , 中子数为  $N$  的核束缚能. 实质上  $\delta_{2p}$  ( $\delta_{2n}$ ) 在物理上直接体现了单核子能谱间隔的大小, 因此  $\delta_{2p}$  ( $\delta_{2n}$ ) 的峰值与闭壳结构相对应. 用  $\delta_{2p}$  ( $\delta_{2n}$ ) 来判断封闭壳结构的方法已经被很多人采用<sup>[14-16]</sup>, 并被实验所检验<sup>[4]</sup>.

### 4 计算结果与分析

本工作针对 Mg, Si 和 S 3 个同位素链, 由 RMF 计算(NL3)得到所需要的束缚能, 进而利用(2)和(3)式计算出双质子和双中子分离能隙. 数值结果分别示于图 1 至图 3(黑方块). 各图中给出了相应的实验值<sup>[17]</sup>(黑三角). 为比较, 还给出了另两个文献的理论结果, 即 RMF(NL-SH)结果<sup>[18]</sup>(黑圆点)和唯象的 FRDM(Finite-Range Droplet Model)模型计算结果<sup>[19]</sup>(空三角). 另外对 Mg, Si 和 S 3 个同位素链, 由 RMF 计算(NL3)得到四极形变参数  $\beta$ , 并与文献[18]给出的其他两组四极形变参数(NL-SH 和 FRDM)进行比较, 见图 4. 下面对这些结果做简要分析.

纵观图 1, 2, 3, 四组数据给出的结果在有的地方有明显差别, 比如图 1 和图 2(a)中  $N = 22$  处, 图 3(a)  $N = 24$  处, NL3 计算的结果没有其他的好的, 经过

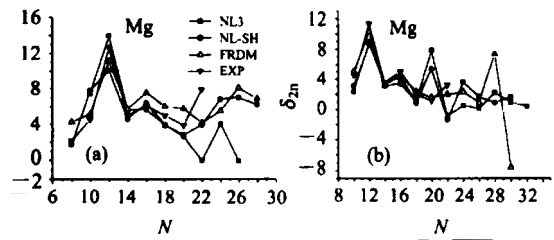


图 1 Mg 同位素链  $\delta_{2p}$  和  $\delta_{2n}$  随  $N$  变化(说明见正文)

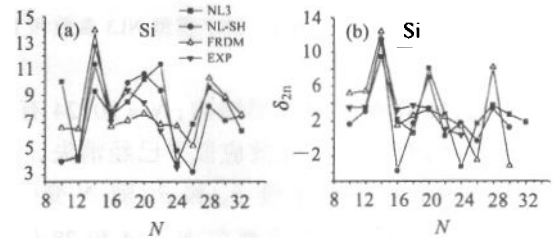


图 2 Si 同位素链  $\delta_{2p}$  和  $\delta_{2n}$  随  $N$  变化(说明见正文)

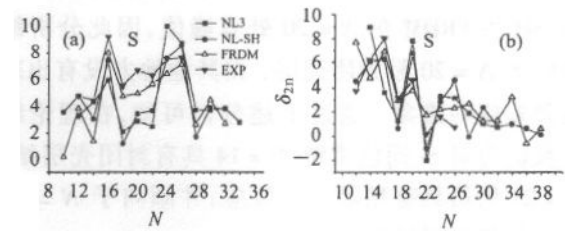


图 3 S 同位素链  $\delta_{2p}$  和  $\delta_{2n}$  随  $N$  变化(说明见正文)

分析, 是个别核素的束缚能计算得不太精确, 由于存在偶然性, 我们才采用多组数据, 不过这些偶然性并没有影响以后的分析.

图 1 表示 Mg 同位素链  $\delta_{2p}$  和  $\delta_{2n}$  随  $N$  的变化. 从图中可以看出, 不论是在(a)还是(b)中, 四组数值同时在  $N = 12$  和  $16$  处出现峰值, 表明在  $N = 12, 16$  处出现壳封闭.  $N = 12$  的峰值比  $N = 16$  的大得多, 说明此处壳效应比  $N = 16$  强. 在图 1(a)中, 所有曲线在  $N = 20$  处都没有峰值; 在图 1(b)中只有 NL3 和 NL-SH 出现明显的峰值, 因此  $N = 20$  是否为壳封闭结构, 结论并不一致. 在图 1(a)中, 在  $N = 28$  处只有 NL-SH 和 FRDM 的数据点, 这两组数据都显示在该处壳效应已经消失; 在图 1(b)中, 在  $N = 28$  处只有 FRDM 有一个较大的峰值. 总的结果倾向于在  $N = 28$  处没有壳效应. 在  $N = 24$  处, 图 1(a)中 NL3 结果有一个较大的峰值, 而图 1(b)中 NL-SH 结果有一个峰值. 从上面的分析中可知 RMF 理论的两组参数 NL3 和 NL-SH 所显示的结果有所不同; 不同模型 RMF 和 FRMD 间显示的结果也有所不同, 但总体上还是一致的. 总之, 理论结果一致认为对 Mg 同位素

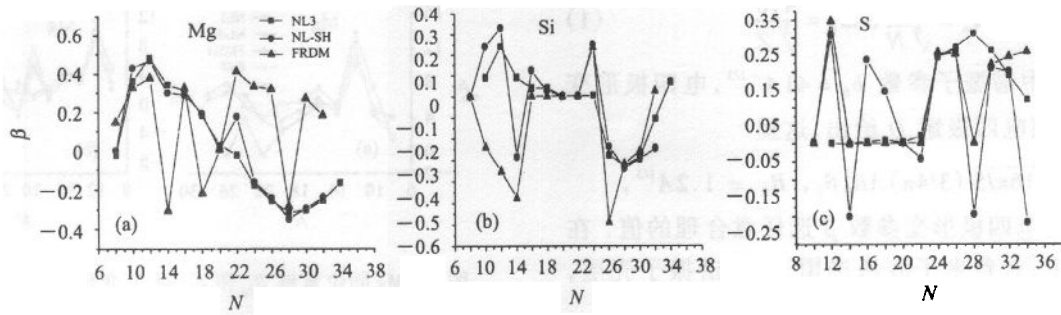


图 4 RMF 模型 NL3 参数和 NL-SH 参数以及 FRDM 模型计算的四极形变  $\beta$

链  $N = 12, 16$  具有封闭壳层结构;  $N = 20, 24$  有可能出现壳封闭; 而  $N = 28$  壳效应似乎已经消失.

图 2 表示 Si 同位素链  $\delta_{2p}$  和  $\delta_{2n}$  随  $N$  变化. 图 2(a) 和图 2(b) 中四组数值都在  $N = 14$  和 28 处出现峰值,  $N = 14$  的峰值比  $N = 28$  的大得多. 图 2(a) 中 NL-SH 和 FRDM 在  $N = 20$  处有峰值, 图 2(b) 中 NL3, NL-SH 和 FRDM 在  $N = 20$  处有峰值, 因此分析结果倾向于  $N = 20$  是封闭壳层. 在其他地方没有出现明显壳效应的迹象. 通过上述分析可知, 在理论结果一致认为对 Si 同位素链  $N = 14$  具有封闭壳层结构;  $N = 28$  仍然具有稍弱的壳效应; 并倾向于  $N = 20$  也具有封闭壳层结构.

图 3 为 Si 同位素链  $\delta_{2p}$  和  $\delta_{2n}$  随  $N$  的变化. 除图 3(b) 中的 NL3 外, 图 3(a) 和 (b) 中的所有四组数值在  $N = 16$  处出现最大峰值. 图 3(b) 中所有四组数值在  $N = 20$  处出现峰值, 但在图 3(a) 中只有 NL3 和 EXP 出现一个小小的峰值. 另外由图 3(a) 和图 3(b) 可知在  $N = 24, 26$  处可能存在壳层结构, 具体位置不明确, NL3 和 EXP 倾向于  $N = 24$ , NL-SH 和 FRDM 倾向于  $N = 26$ . 在  $N = 28$  处没有显示会出现壳层结构. 综上分析,  $N = 16$  具有明显的封闭壳层结构;  $N = 20$  为封闭壳层结构的可能性很大;  $N = 24, 26$  处可能存在壳层结构;  $N = 28$  已经没有壳效应了.

图 4 中三组数值结果有较大的不同, 但还能体现一定的规律, 有较少中子数和较多中子数的核素一般具有较大的形变, 中子数与质子数相等或略大于质子数的核素一般形变不明显. 三组数值由 RMF 计算的两组较为接近, 最接近的是图 4(a) Mg 的同位素链的结果. 从图中可看出有时即使对同一核素三组数值结果有正有负, 这可能说明该核素具有形状共存现象.

## 5 小结

本文由考虑轴向形变的 RMF 模型考察 Mg, Si 和 S 同位素链的壳封闭和壳反常并与其他理论模型和实验结果进行了比较, 得到较好的一致. 尤其是在  $10 < N < 20$  时的结果非常一致; 在  $N > 20$  时所得结果略有差别, 说明用 RMF 理论来研究 Mg, Si 和 S 同位素链的壳封闭是非常有效的. 通过分析得出 Mg 同位素链的壳封闭出现在  $N = 12, 16$  处,  $N = 12$  最明显,  $N = 28$  时没有明显的壳效应.  $N = 20, 24$  有可能存在壳封闭现象; Si 同位素链的壳封闭明显出现在  $N = 14$  处, 在  $N = 20, 28$  存在相对较弱的壳封闭,  $N = 28$  仍然为壳封闭结构与以前的理论预言不同<sup>[2]</sup>; S 同位素链的壳封闭明显出现在  $N = 16$  处,  $N = 20$  理论上倾向于封闭,  $N = 28$  已经不存在壳效应.

## 参考文献 (References)

- (钟显辉等. 高能物理与核物理, 2003, 27(7):598)
- 1 Werner T R, Sheikh J A et al. Nucl. Phys., 1996, **A597**:327
  - 2 Lalazissis G A, Vretenar D et al. Phys. Rev., 1999, **C60**:014310
  - 3 REN Zhong-Zhou, ZHU Z Y et al. Phys. Lett., 1996, **B380**:241
  - 4 Grawe H, Lewitowicz M. Nucl. Phys., 2001, **A693**:116
  - 5 Prisciandaro J I, Mantica P F et al. Phys. Lett., 2001, **B510**:17
  - 6 Grawe H et al. RISING Experimental Proposal, GSI, 2002
  - 7 de Angelis G et al. RISING Experimental Proposal, GSI, 2002
  - 8 Gambhir Y K, Ring P et al. Ann. Phys., 1990, **198**:132
  - 9 Ring P, Gambhir Y K et al. Comp. Phys. Comm., 1997, **105**:77
  - 10 ZHONG Xian-Hui et al. HEP & NP, 2003, **27**(7):598 (in Chinese)
  - 11 Lalazissis G A, König J et al. Phys. Rev., 1997, **C56**:540
  - 12 Wapstra A H, Audi G. Nucl. Phys., 1985, **A432**:55
  - 13 Möller P, Jr Nix. Nucl. Phys., 1992, **A536**:20
  - 14 Rutz K, Bender M et al. Phys. Rev., 1997, **C56**:238
  - 15 Bender M, Cornelius T et al. nucl-th/0110057
  - 16 Bender M, Rutz K et al. nucl-th/9906030
  - 17 Audi G, Wapstra A H et al. Nucl. Phys., 1993, **A565**:1
  - 18 Lalazissis G A, Farhan A R et al. nucl-th/9711038
  - 19 Möller P, Jr Nix et al. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1995, **61**:127

## Shell Anomalies of Mg, Si and S Isotopes \*

ZHONG Xian-Hui<sup>1)</sup> TAN Yu-Hong NING Ping-Zhi

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract** The shell closure and shell anomalies of Mg, Si and S isotopes are investigated in the framework of relativistic mean-field theory. From two-proton and two-neutron separation gaps, we find that (1) there exist obvious shell effects at  $N = 12, 16$  in Mg isotopes, at  $N = 14$  in Si isotopes, and at  $N = 16$  in S isotopes, (2) the shell structure of Si isotopes at  $N = 28$  does not disappear, (3) the shell effects of Mg, Si and S isotopes at 20 are not very obvious.

**Key words** shell closure, shell anomalies, two-proton(two-neutron) separation energy gaps

Received 30 December 2002, Revised 19 February 2003

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (10275037), Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20010055012) and China Postdoctoral Science Foundation (2002032169)

1) E-mail: xianhuizhong@eyou.com