

ϵ 衰变的能量和强度平衡计算

周春梅¹⁾ 吴振东 黄小龙

(中国原子能科学研究院核物理研究所, 中国核数据中心 102413 北京)

摘要 文中给出了 ϵ 衰变的能量和强度平衡的计算公式, 并以 ^{52}Mn 的 ϵ 衰变为例说明其实际应用.

关键词 核衰变 能量平衡 强度平衡 计算公式

1 引言

由质子和中子组成的原子核, 到目前已经发现的大约有 2000 多种. 其中, 只有少数核素是自然存在的, 稳定的; 大多数核素是人工合成的, 不稳定的. 不稳定的原子核会经过 $\alpha, \beta^-, \beta^+, \epsilon$ 和 IT(同质异能跃迁) 等衰变方式中的一种或多种衰变方式进行衰变, 并且一直衰变到稳定核素为止. 原子核的这种衰变过程是一个完全独立的系统, 他除了要保持系统的能量平衡(即能量守恒)之外, 还要保持衰变强度的平衡. 本文将就 ϵ 衰变的能量和强度平衡计算作简要介绍.

2 能量平衡

2.1 ϵ 衰变能

在 ϵ 衰变过程中, 由母核基态衰变到子核基态所放出的能量为 ϵ 衰变能 Q_ϵ ,

$$Q_\epsilon = \{M(A, Z) - M(A, Z - 1)\} c^2, \quad (1)$$

其中 $M(A, Z)$ 和 $M(A, Z - 1)$ 分别是母核与子核的中性原子核质量, c 是光在真空中的速度. 不同核素的 ϵ 衰变能 Q_ϵ 已经被评价, 可以查表得到^[1].

2.2 ϵ 衰变

ϵ 衰变(又称为电子俘获衰变)是原子核从核外

电子壳层中俘获一个电子, 同时放出一个中微子 ν 的原子核衰变过程, 即

$$p + e^- \rightarrow n + \nu, \quad (2)$$

由(2)式中可以看出, 原子核中的一个质子变为一个中子(即原子核的质子数减一, 同时中子数增一, 而原子核的质量数 A 保持不变).

母核经 ϵ 衰变到子核的第 j 条能级的中微子 ν 的能量为 $E_{\nu j}$, 则

$$E_{\nu j} = Q_\epsilon + E_{PL} - E_{dj}. \quad (3)$$

(3)式中, E_{PL} 为母核发生 ϵ 衰变的能级能量(母核基态的 $E_{PL} = 0.0$), E_{dj} 为子核第 j 条能级的能量, Q_ϵ 为母核基态 ϵ 衰变到子核基态的衰变能.

由(3)式可以看出, ϵ 衰变的中微子 ν 的能量是分立谱线能量.

母核经 ϵ 衰变到子核的第 j 条能级的绝对强度为 $I_{\epsilon j}$, 中微子 ν 的能量为 $E(\nu)_j$, 则有

$$E(\nu)_j = I_{\epsilon j} E_{\nu j}. \quad (4)$$

假定 ϵ 衰变过程中放出的中微子的总能量为 E_ν ,

$$E_\nu = \sum_j E(\nu)_j = \sum_j I_{\epsilon j} (Q_\epsilon + E_{PL} - E_{dj}). \quad (5)$$

2.3 β^+ 衰变

当 ϵ 衰变的能量 $Q_\epsilon > 2m_e c^2 = 1.02 \text{ MeV}$ (其中 m_e 为电子静止质量)时, 除了 ϵ 衰变外同时还会发生 β^+ 衰变, 即

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu. \quad (6)$$

由(6)式可以看出, 当发生 β^+ 衰变时, 原子核发射一

个 e⁺ 粒子,并且其中一个质子变为一个中子,还放出一个中微子 ν;β⁺ 衰变是一个三体过程,因此,e⁺ 粒子和中微子 ν 的能量是一个连续谱线.最小能量值为 0,最大能量值为

$$E_{j\max} = Q_\epsilon + E_{PL} - E_{dj} - 2m_e c^2. \quad (7)$$

假定 β⁺ 衰变到子核第 j 条能级的 β⁺ 粒子的能量为 E_{β⁺j},中微子的能量为 E(ν')_j,则有

$$E_{\beta^+j} + E(\nu')_j = Q_\epsilon + E_{PL} - E_{dj} - 2m_e c^2, \quad (8)$$

同时假定 β⁺ 衰变到子核第 j 条能级的强度为 I_{ε⁺j},则有

$$I_{\beta^+j} = I_{\beta^+j} \langle E_{\beta^+} \rangle_j, \quad (9)$$

$$\langle E(\nu') \rangle_j = I_{\beta^+j} (E_{j\max} - \langle E_{\beta^+} \rangle_j). \quad (10)$$

(9)式和(10)式中,⟨E(ν')⟩_j和⟨E_{β⁺}⟩_j分别是β⁺衰变到子核第 j 条能级的中微子 ν 和 β⁺粒子的平均能量,由 LOGFT 程序^[2]计算得到.假定β⁺衰变的β⁺粒子总平均能量为 E_{β⁺},中微子总平均能量为 E_{ν'},则有

$$E_{\beta^+} = \sum_j I_{\beta^+j} \langle E_{\beta^+} \rangle_j, \quad (11)$$

$$E_{\nu'} = \sum_j I_{\beta^+j} (E_{j\max} - \langle E_{\beta^+} \rangle_j). \quad (12)$$

2.4 γ, X 和 γ[±] 射线

母核发生 ε 和 β⁺ 衰变后,通常情况下,子核处于激发态,从高激发态通过 γ 跃迁退激发到低激发态,一直到子核基态.除了发射 γ 射线以外,通过内转换电子发射退激发.内转换电子发射和电子俘获过程又会产生 X 射线发射.假定第 j 条 γ 射线的能量为 E_{γi},其强度为 I_{γi},其辐射跑量为 E_i(γ),则有

$$E_i(\gamma) = E_{\gamma i} \cdot I_{\gamma i}. \quad (13)$$

假定总的 γ 射线能量为 E_γ,则有

$$E_\gamma = \sum_i E_i(\gamma) = \sum_i E_{\gamma i} \cdot I_{\gamma i}. \quad (14)$$

由内转换电子和电子俘获产生的 X 射线的强度的计算,请参考文献^[3].假定第 k 条 X 射线的能量为 E_{Xk},强度为 I_{Xk},其辐射能量为 E_k(X),则有

$$E_k(X) = E_{Xk} \cdot I_{Xk}. \quad (15)$$

总的 X 射线能量为 E_X,则有

$$\begin{aligned} E_X &= \sum_k E_k(X) + E_L(X) \\ &= \sum_k E_{Xk} \cdot I_{Xk} + E_{XL} \cdot I_{XL}. \end{aligned} \quad (16)$$

在式(16)中,E_L(X),E_{XL}和I_{XL}是L壳层X射线辐射的能量、X射线能量及其强度.

正电子 e⁺ 与物质中的负电子 e⁻ 相遇,发生能量为 511keV 的正电子湮没辐射,γ[±],其强度是 β⁺ 衰

变强度的 2 倍.假定 γ[±] 的强度为 I_{γ[±]},则有

$$I_{\gamma^\pm} = 2 \sum_j I_{\beta^+j}. \quad (17)$$

假定 γ[±] 的能量为 E_{γ[±]},则有

$$E_{\gamma^\pm} = 511 \times 2 \sum_j I_{\beta^+j}. \quad (18)$$

2.5 内转换电子和俄歇电子

假定能量为 E_{γi} 的第 i 条 γ 射线,K,L 和 M 壳层电子的结合能分别为 E_{BK},E_{BL}和 E_{BM}.则 K,L 和 M 电子壳层的内转换电子能量分别为

$$E_{eKi} = E_{\gamma i} - E_{BK}, \quad (19)$$

$$E_{eLi} = E_{\gamma i} - E_{BL}, \quad (20)$$

$$E_{eMi} = E_{\gamma i} - E_{BM}. \quad (21)$$

令第 i 条 γ 射线的强度为 I_{γi},它的 K,L 和 M 电子壳层的内转换电子系数分别为,α_{Ki},α_{Li}和 α_{Mi},则其内转换电子强度分别为

$$I_{Ki} = I_{\gamma i} \alpha_{Ki}, \quad (22)$$

$$I_{Li} = I_{\gamma i} \alpha_{Li}, \quad (23)$$

$$I_{Mi} = I_{\gamma i} \alpha_{Mi}. \quad (24)$$

并令,第 i 条 γ 射线的内转换电子能量为 E_i(ce)

$$\begin{aligned} E_i(\text{ce}) &= I_{\gamma i} [(E_{\gamma i} - E_{BK}) \alpha_{Ki} + \\ &\quad (E_{\gamma i} - E_{BL}) \alpha_{Li} + (E_{\gamma i} - E_{BM}) \alpha_{Mi}]. \end{aligned} \quad (25)$$

令内转换电子总能量为 E_{ce},则有

$$\begin{aligned} E_{\text{ce}} &= \sum_i E_i(\text{ce}) = \sum_i I_{\gamma i} [(E_{\gamma i} - E_{BK}) \alpha_{Ki} + \\ &\quad (E_{\gamma i} - E_{BL}) \alpha_{Li} + (E_{\gamma i} - E_{BM}) \alpha_{Mi}]. \end{aligned} \quad (26)$$

由于电子俘获和内转换电子发射都会使电子壳层产生孔穴,外壳层电子将填充这些孔穴,并发射俄歇电子,其能量和强度的计算可参考我们的文章^[3].令 K 壳层俄歇电子的能量为 E_{AK},L 壳层俄歇电子的能量为 E_{AL},其强度分别为 I_{AK}和 I_{AL},俄歇电子总能量为 E_{Auger},则有

$$E_{\text{Auger}} = I_{AK} \cdot E_{AK} + I_{AL} \cdot E_{AL}. \quad (27)$$

2.6 原子核反冲

γ 射线发射时,原子核会有核反冲,并带走一部分动能 E_R,

$$E_{Ri} = \frac{1}{2} mv^2 \cong \frac{1}{2} \frac{E_{\gamma i}^2}{mc^2} = 5.3678 \times 10^{-7} E_{\gamma i}^2 / A. \quad (28)$$

在(28)式中,m 是核质量,v 是核反冲速度,A 是核质量数,E_{γi}是以 keV 为单位的第 i 条 γ 射线能量.

由(28)式可以看出,当轻核时,或 γ 射线是高能时,E_R是不能被忽略的.总的核反冲能量

$$E_R = \sum_i E_{Ri} = \sum_i 5.3678 \times 10^{-7} E_{\gamma i}^2 / A. \quad (29)$$

2.7 未放入纲图的 γ 射线

由于有些被测量的 γ 射线不能被放入衰变纲图中,对于这部分 γ 射线已应计算它们对能量平衡的贡献.令,未放入纲图的第 n 条 γ 射线的能量为 $E_{\gamma n}$,其强度为 $I_{\gamma n}$,其能量为 $E_{\gamma'}(n)$,则有

$$E_{\gamma'}(n) = E_{\gamma n} \cdot I_{\gamma n}. \quad (30)$$

令放入纲图的 γ 射线的总能量为

$$E_{\gamma'} = \sum_n E_{\gamma n} \cdot I_{\gamma n}. \quad (31)$$

2.8 能量平衡

为方便起见,令

$$E_{\gamma+\gamma^++X} = E_{\gamma} + E_{\gamma^+} + E_X, \quad (32)$$

$$E_{ce+Auger} = E_{ce} + E_{Auger}, \quad (33)$$

$$E_{\nu+\nu'} = E_{\nu} + E_{\nu'}. \quad (34)$$

则有

$$E_T = E_R + E_{\beta^+} + E_{ce+Auger} + E_{\gamma+\gamma^++X} + E_{\gamma'} + E_{\nu+\nu'}. \quad (35)$$

再令,

$$E_{ab} = E_R + E_{\beta^+} + E_{ce+Auger} + E_{\gamma+\gamma^++X} + E_{\gamma'}. \quad (36)$$

(36)式中, E_{ab} 是被物质吸收的辐射衰变能量,而中微子的总平均能量 $E_{\nu+\nu'}$ 是因其穿透能力非常强,不能被物质吸收;(35)式中, E_T 是辐射衰变的总能量.

E_{ab} 吸收的辐射衰变能量数据对核反应堆安全和放射性治疗都是非常重要的参数.因此,引起了人们的关注.

通常情况下,它和 ϵ 衰变的辐射能量 $Q_{\epsilon} \cdot Br$ 应该是相等的.其中 Br 是 ϵ 衰变的分支比,通常情况下 $Br = 100\%$.因此,根据能量平衡得,

$$E_T = Q_{\epsilon} \cdot Br. \quad (37)$$

实际上,由于测量条件的限制,测量误差等诸多原因, E_T 和 $Q_{\epsilon} \cdot Br$ 不可能完全相等.他们只能在其范围内符合(或称自洽).

3 强度平衡检验

一般情况下,除能量平衡以外,最重要的物理自洽是其各条激发能级的强度平衡.

3.1 除基态和最高激发态外的其他能级

对于除基态和最高激发态外的其他能级,原则

上,对子核各条 j 能级的跃迁 γ 射线应满足(38)式, $I_{\epsilon+\beta^+,j} = \left[\sum_o I_{\gamma jo} (1 + \alpha_{jo}) - \sum_i I_{\gamma ij} (1 + \alpha_{ij}) \right]$. (38)

在(38)式中, $I_{\gamma jo}$, $I_{\gamma ij}$, α_{jo} 和 α_{ij} 分别是离开和进入第 j 条能级的 γ 射线的绝对强度和总内转换系数, $I_{\epsilon+\beta^+,j}$ 是 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变到第 j 条能级的强度.即离开和进入能级 j 的所有跃迁 γ 射线绝对强度之差应等于母核 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至能级 j 的 $(\epsilon + \beta^+)$ 射线强度(发射几率) $I_{\epsilon+\beta^+,j}$.

3.2 基态

对子核基态,至基态的所有跃迁 γ 射线绝对强度之和应满足(39)式

$$(100 - I_{\epsilon+\beta^+,o}) = \sum_j I_{\gamma jo} (1 + \alpha_{jo}). \quad (39)$$

在(39)式中, $I_{\epsilon+\beta^+,o}$ 是 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至基态的强度, $I_{\gamma jo}$ 是由能级 j 跃迁至基态的 γ 射线绝对强度, α_{jo} 是它的总内转换系数.即至基态的所有跃迁 γ 射线绝对强度之和应等于母核 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至子核基态 $(\epsilon + \beta^+)$ 射线强度(发射几率)与母核 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变分支比之差 $(100 - I_{\epsilon+\beta^+,o})$,其中 $I_{\epsilon+\beta^+,o}$ 是母核 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至子核基态 $(\epsilon + \beta^+)$ 射线强度(发射几率).

3.3 最高激发态

对子核最高激发能级 L ,离开能级 L 的所有跃迁 γ 射线绝对强度之和应满足(40)式

$$I_{\epsilon+\beta^+,L} = \sum_j I_{\gamma Lj} (1 + \alpha_{Lj}). \quad (40)$$

在(40)式中, $I_{\gamma Lj}$ 是离开子核最高激发能级 L 的第 o 条 γ 射线的绝对强度, α_{Lj} 是它的总内转换系数, $I_{\epsilon+\beta^+,L}$ 是母核 $(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至最高激发能级 L 的 $(\epsilon + \beta^+)$ 射线强度(发射几率).

4 实例应用

以 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变^[4] 为例说明其实际应用.图 1 是 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变纲图,并分别标明了 β^+ 和电子俘获衰变至子核各条能级的衰变强度, γ 射线的能量、多极性、发射 γ 射线及其内转换电子的强度、与相对位置等.表 1 给出了 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至子核各条能级的 γ 射线、内转换电子、X 射线、Auger 电子以及湮没辐射的能量及其绝对强度,以及 β^+ 衰变的最大能量、平均能量与强度和 ϵ 衰变的强度;它们是用 RADLST 程序^[2] 计算的.

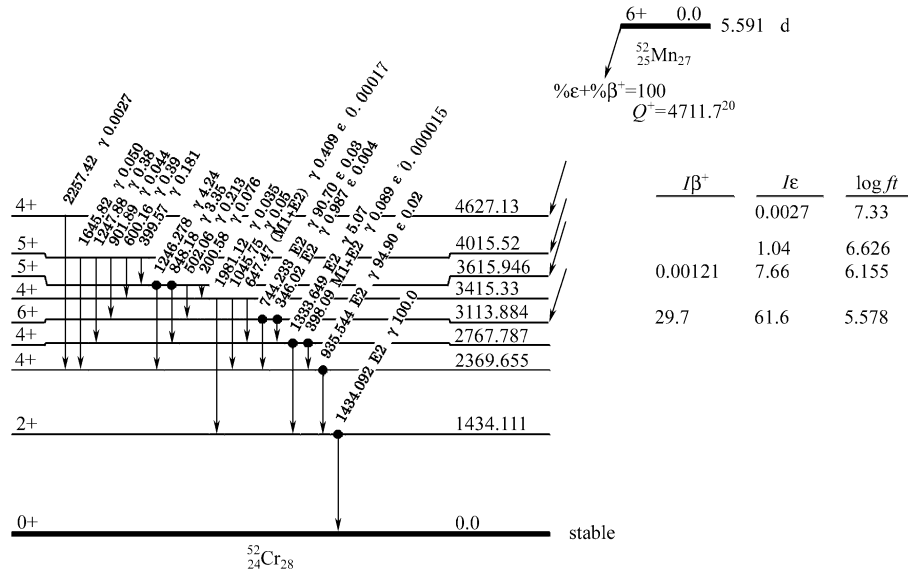


图 1 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变纲图

表 1 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变的辐射数据

辐射类型	能量/keV	绝对强度 (%)	辐射类型	能量/keV	绝对强度 (%)
EC_1^+		0.0027 ^a	γ_6	600.16	5 0.39 1
EC_2		1.04	γ_7	647.47	6 0.409 17
EC_3		7.66	γ_8	744.233	13 90.7 3
EC_4		61.6	$e\text{ce}_{8K}$	738.244	13 0.0300 8
$\beta_1^+ \text{ max}^*$	73.7	20	γ_9	848.18	5 3.35 4
Avg^*	34.1	9 0.00121	γ_{10}	901.89	18 0.044 4
$\beta_2^+ \text{ max}$	575.8	20	γ_{11}	935.544	12 94.9 3
Avg	241.8	9 29.7	$e\text{ce}_{11K}$	929.555	12 0.0161 5
$e\text{Au}_L^\#$	0.5400	100.0	γ_{12}	1045.75	8 0.05 4
$e\text{Au}_K^\#$	4.780	45.0	γ_{13}	1246.278	15 4.24 5
XL^\S	0.5700	0.26	γ_{14}	1247.88	9 0.38 4
$\text{XK}_{\alpha 2}^\oplus$	5.40551	5 5.24	γ_{15}	1333.649	17 5.07 3
$\text{XK}_{\alpha 1}^\oplus$	5.41472	5 10.4	γ_{16}	1434.092	17 100.0 3
XK_β^\oplus	5.950	2.08	γ_{17}	\times 1441.0	10 0.003 2
γ_1^{++}	200.58	4 0.076	γ_{18}	1645.82	4 0.050 4
γ_2	346.02	4 0.987	γ_{19}	\times 1839.14	17 0.005 1
$e\text{ce}_{2K}^\&$	340.03	4 0.0034	γ_{20}	1981.12	4 0.035 2
γ_3	398.09	9 0.089	γ_{21}	2257.42	19 0.0027 6
γ_4	399.57	5 0.181	γ^{\pm}	510.99906	15 59.4 8
γ_5	502.06	5 0.213			

注：+ 编号为 1 的电子俘获；a 不确定度(误差)；数据数字后空格给出的数字为其不确定度(误差)。例如，0.0027 6 表示 0.0027 ± 0.0006 (最后一位对齐，下同)；* 编号为 1 的 β^+ 衰变的最大能量和平均能量；# 分别是 L 和 K 壳层的欧歇电子； \S L 壳层的 X 射线； \oplus 分别是不同能量的 K 壳层的 X 射线；++ 编号为 1 的 γ 射线； $\&$ 编号为 2 的 γ 射线的 K 壳层的内转换电子(下同)； \times 未放入纲图内。

4.1 能量平衡

由表 1 数据按照辐射能量的计算公式进行了计

算,并得到的结果列于表 2.由表 2 可看出,在计算误差范围内, $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变能量与辐射总能量是平衡(或称自洽)的.

表 2 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变辐射能量计算结果

(单位:keV)

	E_{β^+}	$E_{ce + Auger}$	$E_{\gamma + \gamma^* + X}$	$E_{\gamma'}$	E_R	$E_{\nu + \nu'}$	E_{ab}	E_T	$Q * Br$
能量	71.815	3.039	3468.434	0.135	0.044	1170.821	3543.331	4714.156	4711.700
能量误差	1.000	0.569	5.541	0.034	0.023	8.250	5.659	10.004	2.000

4.2 强度平衡

由表 1 数据按照各条激发能级的强度平衡计算公式(38),(39)和(40)进行了计算,并得到的结果列于表 3.在表 3 中, RI_{out} , RI_{in} , \dots TI_{out} 和 TI_{in} 、分别是离开和进入子核各条能级的 γ 射线的绝对强度和包

括内转换电子的 γ 射线的绝对强度, $I_{\epsilon + \beta^+}^{calc}$ 和 $I_{\epsilon + \beta^+}^{input}$ 分别是根据强度平衡计算公式计算的和测量(在图 1 中所示)的 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至子核各条能级的衰变强度.由表 3 可看出,在计算误差范围内, $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至子核各条激发能级的强度是平衡(或称自洽)的.

表 3 $^{52}\text{Mn}(\epsilon + \beta^+)$ 衰变至子核各条激发能级的强度计算结果

(单位:%)

Level/keV	RI_{out}	RI_{in}	$RI_{out} - RI_{in}$	TI_{out}	TI_{in}	$TI_{out} - TI_{in}$	$I_{\epsilon + \beta^+}^{calc}$	$I_{\epsilon + \beta^+}^{input}$	/
0.0	0.000	100.0	-100.0	0.000	100.0	-100.0	0.000		
1434.111 17	100.0	100.0	3 0.0 3	100.0	100.0	3 0.0 3	0.0	3	
2369.655 21	94.9	3 95.1	3 -0.2 5	94.9	3 95.1	3 -0.2 5	-0.2	5	
2767.787 23	5.16	3 5.13	7 0.03 7	5.16	3 5.13	7 0.03 7	0.03	7	
3113.884 24	91.7	3 0.257	17 91.4 3	91.7	3 0.257	17 91.4 3	91.4	3	91.3 5
3415.33 3	0.49	5 0.466	11 0.03 5	0.49	5 0.466	11 0.03 5	0.03	5	
3615.946 24	7.88	7 0.181	7 7.70 7	7.88	7 0.181	7 7.70 7	7.70	7	7.66 6
4015.52 4	1.05	5 0.000	1.05 5	1.05	5 0.000	1.05 5	1.05	5	1.04 5
4627.13 20	0.0027	6 0.000	0.0027 6	0.0027	6 0.000	0.0027 6	0.0027	6	0.0027 6

5 讨论

5.1 对其他衰变的能量和强度的平衡计算

上面只讨论了 ϵ 衰变的能量和强度的平衡计算问题.对 α , β^- 和 IT 衰变能量和强度的平衡计算,其原理是一样的.但对 β^- 衰变的能量计算中,应该注

意的是 β^- 衰变是一个三体过程,其 β^- 和反中微子带走的能量是连续谱线,应先计算它的平均能量,然后再计算其带走的总能量.

5.2 衰变能量和强度平衡计算的意义

其计算结果是检验测量数据和衰变纲图的准确性和精确性的一种好方法.此外,它也是衰变热量计算和吸收剂量计算的必需数据.

参考文献 (References)

- 1 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys., 1995, **A595**:409—480
- 2 Brouws T W. ENSDF Physics Analysis Codes. Private Communications. 1998
- 3 ZHOU Chun-Mei, HUANG Xiao-Long, WU Zhen-Dong. HEP & NP, 2003, **27**(4):341—348(in Chinese)
(周春梅, 黄小龙, 吴振东. 高能物理与核物理, 2003, **27**(4):341—348)
- 4 HUO Jun-De. Nuclear Data Sheets, 2000, **90**: 1—106

Calculations of Energy and Intensity Balances in ϵ DecayZHOU Chun-Mei¹⁾ WU Zhen-Dong HUANG Xiao-Long(China Nuclear Data Center, Department of Nuclear Physics,
China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

Abstract The formulas for calculating the energy balance and the intensity balance in ϵ decay are presented. As an application, the ϵ decay of ^{52}Mn is given.

Key words nuclear decay, energy balance, intensity balance, calculation formulas