

利用虚光子康普顿散射对同步辐射 和回旋辐射的研究^{*}

孟现柱¹⁾

(聊城大学物理科学与信息工程学院 山东聊城 252059)

摘要 从虚光子的康普顿散射出发,提出了一个同步辐射理论,其波长的计算结果与实验数据很吻合,该理论同时还解释了同步辐射的方向性和宽广的连续光谱等问题,并且当粒子的能量不大时,由该理论可以推出回旋辐射理论.

关键词 虚光子 康普顿散射 同步辐射 回旋辐射

1 引言

在磁场中做圆周运动的带电粒子,由于具有向心加速度,会不断地辐射电磁波.当电子的能量不大时,这种电磁辐射称回旋辐射.如果电子的能量很大,以至回旋速度可以和光速相比,这时电磁辐射称同步辐射.回旋辐射近似为单一的频率,而同步辐射却有一个宽广平滑的连续光谱^[1],包含从红外到 X 射线的各种波长,表 1 是根据 SPEAR(斯坦福直线加速中心)的同步辐射曲线^[2]绘制的加速电子的能量 ϵ_e 和相应特征波长的光子能量 ϵ_c 数据.

表 1 加速电子的能量 ϵ_e 和相应特征波长的光子能量 ϵ_c 数据

ϵ_c/keV	0.58	1.4	2.7
ϵ_c/GeV	1.5	2.0	2.5
$(\epsilon_c/\epsilon_e^3)/\text{eV}^{-2}$	1.72×10^{-25}	1.75×10^{-25}	1.72×10^{-25}
4.7	7.4	11	15.7
3.0	3.5	4.0	4.5
1.74×10^{-25}	1.72×10^{-25}	1.71×10^{-25}	1.72×10^{-25}

从表 1 看出, ϵ_c/ϵ_e^3 的比值为常数.本文从虚光

子的康普顿(A. H. Compton)散射出发,提出了一个推导此常数的理论,其计算结果与实验数据很吻合,该理论同时还解释了同步辐射的方向性和宽广的连续光谱问题,并且当粒子的能量不大时,该理论自然回归到回旋辐射.

2 基本理论

自由电子激光器(FEL)的理论认为:在电子静止坐标系(ER)中,可以将摇摆器的周期静磁场(UM)等效为虚光子,高能电子在 UM 中运动时与虚光子发生弹性康普顿散射,在散射中虚光子转换为实光子,这就是 FEL 的自发辐射过程^[3].

当带电粒子在加速器中做圆周运动时,相对于做圆周运动的带电粒子来说,加速器的磁场相对电子做圆周运动,因此加速器的磁场就是周期静磁场,完全可以等效为虚光子,该虚光子同样可以与加速器中运动的带电粒子发生康普顿散射,在散射中该虚光子同样转换为实光子辐射出去.

设与虚光子发生散射的粒子的静止质量为 m_0 ; 粒子沿圆周切线方向以速度 V_1 运动;虚光子散射前的波长为 λ_1 ; 散射后转换为实光子的波长为 λ_2 ; λ_1 波矢量与圆周切线方向的夹角为 θ_1 ; λ_2 波矢量与圆

2003-11-03 收稿

* 聊城大学科研基金(Y0201020)资助

1) E-mail: mengxz12@yahoo.com.cn

周切线方向的夹角为 θ_2 ; λ_1 波矢量与圆周切线方向构成的平面和 λ_2 波矢量与圆周切线方向构成的平面之间夹角为 Ω . 利用相对论变换可以得到 λ_2 和 λ_1 的关系^[4]:

$$\lambda_2 - \lambda_1 \left(\frac{1 - \beta_1 \cos \theta_2}{1 - \beta_1 \cos \theta_1} \right) = \frac{h}{m_0 c} \gamma_1 \times \left(1 - \frac{\gamma_1^2 (\cos \theta_1 - \beta_1) (\cos \theta_2 - \beta_1) + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \Omega}{\sqrt{[\gamma_1^2 (\cos \theta_1 - \beta_1)^2 + \sin^2 \theta_1] [\gamma_1^2 (\cos \theta_2 - \beta_1)^2 + \sin^2 \theta_2]}} \right) \times (1 - \beta_1 \cos \theta_2), \quad (1)$$

其中相对速度 $\beta_1 = V_1/c$, 洛伦兹 (Lorentz) 因子 $\gamma_1 = 1/\sqrt{1 - V_1^2/c^2} = \epsilon_e/m_0 c^2$.

当粒子在加速器中以速度 V_1 做圆周运动时, 由于尺缩效应. 圆周运动的周长不再是 $2\pi R$, 应该是 $2\pi R \sqrt{1 - V_1^2/c^2} = 2\pi R/\gamma_1$, 因此粒子做圆周运动的回旋周期为 $2\pi R/\gamma_1 V_1$, 而虚光子的周期 T_1 与粒子做圆周运动的回旋周期 $2\pi R/V_1 \gamma_1$ 相等, 所以虚光子的波长

$$\lambda_1 = cT_1 = 2\pi cR/V_1 \gamma_1, \quad (2)$$

由(1), (2)式得同步辐射的波长为 λ_2

$$\lambda_2 = \frac{2\pi cR}{V_1 \gamma_1} \left(\frac{1 - \beta_1 \cos \theta_2}{1 - \beta_1 \cos \theta_1} \right) + \frac{h}{m_0 c} \gamma_1 \times \left(1 - \frac{\gamma_1^2 (\cos \theta_1 - \beta_1) (\cos \theta_2 - \beta_1) + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \Omega}{\sqrt{[\gamma_1^2 (\cos \theta_1 - \beta_1)^2 + \sin^2 \theta_1] [\gamma_1^2 (\cos \theta_2 - \beta_1)^2 + \sin^2 \theta_2]}} \right) \times (1 - \beta_1 \cos \theta_2). \quad (3)$$

3 理论应用

3.1 对同步辐射的解释

在同步辐射中, 即使电子的能量达到 51.1 GeV 时, 由(2)式算得的 λ_1 仍然 $\gg h\gamma_1/m_0 c$, 因此对于电子能量不超过 51.1 GeV 的同步辐射, (3) 式等号右侧 $h\gamma_1/m_0 c$ 部分可以忽略, 这时(3) 式近似为

$$\lambda_2 \approx \frac{2\pi cR}{V_1 \gamma_1} \frac{1 - \beta_1 \cos \theta_2}{1 - \beta_1 \cos \theta_1}. \quad (4)$$

当粒子的速度 $V_1 \approx c$ 时, 由于相对论效应, 散射光的方向被强烈地集中在 $\theta_2 \approx 1/\gamma$ 的发散角内^[5], 在该角度之外几乎没有散射光子, 即同步辐射具有高方向性, 可以认为 $\theta_2 \approx 0$, 这时 $\frac{1 - \beta_1 \cos \theta_2}{1 - \beta_1 \cos \theta_1} \approx$

$$\frac{1 - \beta_1}{1 - \beta_1 \cos \theta_1} \approx \frac{1}{2\gamma_1^2 (1 - \beta_1 \cos \theta_1)}, \text{ 所以} \quad \lambda_2 \approx \frac{\pi cR}{V_1 \gamma_1^3} \frac{1}{1 - \beta_1 \cos \theta_1}, \quad (5)$$

(5)式结合 $\epsilon_e = hc/\lambda_2$ 得辐射光子的能量 ϵ_e 为

$$\epsilon_e = hV_1(1 - \beta_1 \cos \theta_1) \gamma_1^3 / \pi R. \quad (6)$$

根据(5)和(6)式, 不同的 θ_1 (虚光子 λ_1 波矢量与圆周切线方向的夹角), 对应不同的辐射光子的波长 λ_2 和能量 ϵ_e , 因此同步辐射有一个宽广的连续光谱. 当 $\theta_1 = 0$ 时, 虚光子与粒子发生康普顿散射后辐射光子的波长 $\lambda_2 \approx 2\pi cR/V_1 \gamma_1$, 辐射光子的能量 $\epsilon_e = hV_1 \gamma_1 / (2\pi R)$; 当 $\theta_1 = \pi$ 时, 虚光子与粒子发生康普顿散射后辐射光子的波长 $\lambda_2 \approx \pi cR/2V_1 \gamma_1^3$, 辐射光子的能量 $\epsilon_e = 2hV_1 \gamma_1^3 / (\pi R)$; 当 θ_1 介于 0 和 π 之间时, 虚光子与粒子发生康普顿散射后辐射能量介于 $hV_1 \gamma_1 / (2\pi R)$ 和 $2hV_1 \gamma_1^3 / (\pi R)$ 之间.

在同步辐射储存环中, 束团粒子数可以达到 $10^9 - 10^{12}$, 因此虚光子与粒子发生康普顿散射转化为实光子后, 个别实光子还可能再次与周围的其他粒子发生康普顿散射, 使光子能量进一步提高. 但是其碰撞几率已经很低, 所以在同步辐射能谱中峰值波长短的一侧, 强度迅速下降.

虚光子和粒子散射与 θ_1 (虚光子 λ_1 波矢量与圆周切线方向的夹角) 有很大的关系, 在经典模型下, 被粒子散射到粒子前方的光子数 n 随 θ_1 的增大而增大, 当 $\theta_1 = 0$ 时, 基本上没有散射, 因此波长 $\lambda_2 \approx 2\pi cR/V_1 \gamma_1$ 的光子通量最小; 随着 θ_1 的增大, 光子通量逐步增大; 当 $\theta_1 = \pi$ 时, 散射最强, 因此波长 $\lambda_2 \approx \pi cR/2V_1 \gamma_1^3$ 的光子通量最大, 能谱曲线的峰值就对应 $\theta_1 = \pi$, 根据(5)和(6)式同时考虑 $V_1 \approx c$ 得 $\theta_1 = \pi$ 对应的同步辐射特征波长

$$\lambda_c \approx \pi R/2\gamma_1^3, \quad (7)$$

特征波长对应的光子能量

$$\epsilon_c = 2hc\gamma_1^3/\pi R. \quad (8)$$

利用(7)式计算的 NSRL (合肥国家同步实验室) 和 BSRF (北京同步辐射装置) 的特征波长 λ_c 、利用(8)式结合 $\gamma_1 = \epsilon_e/m_0 c^2$ 计算的 SPEAR 的 ϵ_c/ϵ_e^3 值都与实验数据很吻合.

3.2 对回旋辐射的解释

在回旋辐射中, 粒子的能量不大, 粒子做圆周运动的速度 $V_1 \ll c$, 则 $V_1 \cos \theta_1/c \approx 0$, $V_1 \cos \theta_2/c \approx 0$, $\gamma_1 \approx 1$, 由(4) 式得回旋辐射的波长近似为

$$\lambda_2 \approx 2\pi cR/V_1. \quad (9)$$

根据(9)式, 低速回旋辐射的波长近似为单一波长.

3.3 超高速辐射的特征波长的预言

如果粒子的速度非常高以至于 $2\pi cR/V_1 \gamma_1 (1 +$

$V_1/c) \sim 2h\gamma_1/m_0c$, 则(1)式等号右侧 h/m_0c 部分就不能忽略. 这时特征波长(对应 $\theta_1 = \pi$, 并考虑相对论效应 $\theta_1 = 0$) 可以预言为

$$\lambda_c = 2 \frac{h}{m_0c} \gamma_1 (1 - \beta_1) + \frac{2\pi cR}{V_1 \gamma_1} \frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1}, \quad (10)$$

特征波长对应的光子能量

$$\epsilon_c = hc/\lambda_2 = \frac{hc}{2 \frac{h}{m_0c} \gamma_1 (1 - \beta_1) + \frac{2\pi cR}{\gamma_1 V_1} \frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1}}. \quad (11)$$

4 结论

虚光子(周期静磁场)与做圆周运动的粒子的康

普顿散射可以圆满解释同步辐射, 康普顿散射的相对论效应造成同步辐射的方向性, 考虑相对论效应, 推出同步辐射的波长为

$$\lambda_2 \approx \frac{\pi cR}{V_1 \gamma_1^3} \frac{1}{1 - \beta_1 \cos \theta_1},$$

θ_1 不同, 辐射的波长就不同, 因此同步辐射有一个宽广的连续光谱, 当粒子的能量不大时, 波长近似为

$$\lambda_2 \approx 2\pi cR/V_1$$

自然回到回旋辐射中.

作者感谢谢家麟院士在加速器数据方面给予的帮助.

参考文献 (References)

- ZHU Jun-Biao et al. HEP & NP, 2000, **24**(2): 173—180 (in Chinese)
(朱俊彪等. 高能物理与核物理, 2000, **24**(2): 173—180)
- HUANG Zheng-Dong, CHEN Feng-Zhi. College Physics, 1995, **15**(2): 38
(in Chinese)
(黄正东, 陈凤至. 大学物理, 1995, **15**(2): 38)
- ZHAO Yu, ZHUANG Jie-Jia. High Power Laser and Particle Beams, 2000, **12**(1): 13 (in Chinese)
(赵宇, 庄杰佳. 强激光与粒子束, 2000, **12**(1): 13)
- MENG Xian-Zhu. Acta Sinica Quantum Optica, 2003, **9**(3): 102 (in Chinese)
(孟现柱. 量子光学学报, 2003, **9**(3): 102)
- CAI Xiang-Zhou et al. HEP & NP, 2002, **26**(8): 884 (in Chinese)
(蔡翔舟等. 高能物理与核物理, 2002, **26**(8): 884)

Research of Synchrotron Radiation and Cyclotron Radiation by Virtual Photon Compton Scattering*

MENG Xian-Zhu¹⁾

(Department of Physics, Liaocheng University, Shandong Liaocheng 252059, China)

Abstract By using virtual photon Compton scattering, a theory of synchrotron radiation is presented. The calculation results of wavelength is consonant with experimental data. Also, the properties of emission mainly in the plane of the electron orbit and the properties of a wide spectrum could be explained. In the case of lower energy of particle, the theory of cyclotron radiation could be derived according to the theory.

Key words virtual photon, Compton scattering, synchrotron radiation, cyclotron radiation

Received 3 November 2003

* Supported by Science Foundation of Liaocheng University (Y0201020)

1) E-mail: mengxz12@yahoo.com.cn