

均匀强磁场中中子星物质的物态方程^{*}

陈伟^{1;1)} 刘良钢²

1(暨南大学理工学院物理系 广州 510632)

2(中山大学理工学院物理系 广州 510275)

摘要 在 Walecka 模型的平均场近似下,研究了由质子、中子和电子组成的中子星物质在均匀强磁场中的性质,发现磁场增强,物态方程会在一定程度上变硬,中子所占比例显著增加,质子和电子所占比例会显著减少,磁场对物态方程的影响比它对粒子组分的影响小.本文还分别利用流体力学公式和热力学公式分别计算了中子星物质的压强,发现磁场越强,用这两种方式计算的压强越接近,当磁场为 10^{14}T 时,它们完全重合.

关键词 均匀强磁场 中子星物质 物态方程 平均场近似

1 引言

大量的实验证据表明中子星拥有很强的磁场.现在通过 X 射线天文学,这种观测变得更直接.在 Taylor 分类的 558 颗脉冲星中^[1],磁场最小的有 $B = 1.7 \times 10^4\text{T}$ (PSR B1957 + 20),最大的有 $B = 2.1 \times 10^9\text{T}$ (PSR B0154 + 61),绝大多数年轻的脉冲星表面有 $(0.1-2) \times 10^9\text{T}$ 的磁场.观测到的主序星体的磁场达到 3.4T ^[2],这也暗示了有几倍于 10^{10}T 磁场存在的可能性.几个独立的详细的证据使我们能够将 SGRS (soft γ -ray repeaters) 和 AXPS (anomalous X-ray pulsars) 同拥有大于 10^{10}T 的磁场的中子星联系起来^[3-8].对 X 射线脉冲星的周期和旋转减慢速率的测量表明已经知道的 5 个 SGRS 中有两个有 $(2-8) \times 10^{10}\text{T}$ 的磁场^[9,10],已经观测到的 AXPS 的光度也需要磁场大于 10^{12}T ^[11,12].有人对 SGRS 进行了统计,结果显示拥有超强磁场的中子星占全部中子星的很大一部分比例 ($> 10\%$)^[9,13].最近,直接测量出孤立中子星的磁场是 $8 \times 10^6\text{T}$ ^[14].

理论方面,在中子星外的磁场,即所谓的磁层里,人们已经作了大量的工作,它与脉冲星的发射机

制有关^[15,16].对中子星内部的磁场,虽然还不知道它的分布情况,但是对它的研究也正在逐步深入.根据标量 virial 原理推得在中子星的内部有 $\sim 10^{14}\text{T}$ 的磁场存在,如此强大的磁场会对中子星内的粒子产生一系列的影响.在垂直于磁场的平面上,带电粒子的运动被量子化,带电粒子拥有分离的朗道能级.这样不仅修正了能量本征值也修正了粒子波函数.质子和中子的反常磁矩进一步修正了能量本征值.当磁场与某一临界值可以相比拟或大于它时,带电粒子的能量会明显改变^[17].当粒子在最低朗道能级运动时,量子效应最为明显.而带电粒子和强量子化场之间的相互作用会改变中子星表面^[18,19]和中子星内部^[20,21]物质的性质.不仅粒子的能量发生改变,物质的组分也会发生改变.这直接影响到中子星物质的物态方程,物态方程又是研究中子星的结构及其他性质的关键输入量,所以对磁场下中子星物质的物态方程进行深入的研究是很有必要的.

到现在为止,人们已经在介子场理论的基础上,在 β 平衡和电中性的条件下引入强磁场研究了 npe (neutron-proton-electron) 系统和夸克物质^[22]的物态方程,还研究了粒子的反常磁矩对物态方程的影

2004-06-14 收稿

^{*} 国家自然科学基金(10275099, 10175096, 10347124)和暨南大学自然科学基金(640567)资助

1) E-mail: tchenw@jnu.edu.cn

响^[23],这些研究都是在介子平均场理论的基础上引入磁场的.在这篇文章里,用 Walecka 模型的平均场近似计算了中子星物质的物态方程,发现磁场对物态方程的影响比它对粒子组分的影响小;同时,磁场越强,利用流体力学公式和热力学公式分别计算出的中子星物质的压强越接近,当磁场为 10^{14}T 时,它们完全重合.

2 基本理论

所用的拉格朗日密度为

$$L = \bar{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m + g_s \phi - \gamma_\mu g_\nu V^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu) \psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \cdot \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_s^2 \phi^2 - \sum_{k=\omega, \rho} \left[\frac{1}{4} (\partial_\mu V_\nu^k - \partial_\nu V_\mu^k)^2 - \frac{1}{2} m_k^2 (V_\mu^k)^2 \right] + \bar{\psi}_e(i\gamma_\mu D^\mu - m_e) \psi_e, \quad (1)$$

其中, $\psi, \psi_e, \phi, V_\mu^\omega, V_\mu^\rho$ 分别是核子, 电子, σ, ω, ρ 介子的场算符. g_s, g_ν, g_ρ 分别是 σ, ω, ρ 介子与核子的耦合常数, $m, m_e, m_s, m_\omega, m_\rho$ 分别是核子, 电子, σ, ω, ρ 介子的质量.

$$D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu,$$

$$A^0 = 0, \mathbf{A} = (0, xB_m, 0), \quad (2)$$

q 是核子所带电荷, A^μ 是电磁四维矢量.

没有考虑反常磁矩,所以由于中子不带电荷,不受磁场的影响,它的所有性质与没有磁场时是一样的.而质子带电量为 e ,受到磁场的影响,它的运动方程,场算符的表达式及本征值都与没有磁场时不同,这就直接影响到质子的能量密度.其运动方程为

$$i\gamma_\mu \partial^\mu \psi_p - \left[m + g_s \phi + g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} g_\rho \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + e\gamma_\mu A^\mu \right] \psi_p = 0, \quad (3)$$

在(2)式中可以看到,沿 z 轴方向有一磁场,使得(3)式的本征函数呈如下形式:

$$\psi_p \approx e^{-i\epsilon^H t + ip_y y + ip_z z} f_{p_y, p_z}(x), \quad (4)$$

$f_{p_y, p_z}(x)$ 服从下列方程:

$$\left[-i\alpha_x \frac{\partial}{\partial x} + \alpha_y (p_y - qx B_m) + \beta m^* + \alpha_z p_z + U_{0,p}^H \right] f_{p_y, p_z}(x) = \epsilon^H f_{p_y, p_z}(x), \quad (5)$$

$$m^* = m - g_s \nu, \quad (6)$$

$$U_{0,N}^H = \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B + \frac{1}{4} \frac{g_\rho^2}{m_\rho^2} \rho_3 I_{3N},$$

$$N = p, n.$$

I_{3N} 是核子的同位旋在 z 轴上的分量, $I_{3p} = 1, I_{3n} = -1$.

$$\rho_B = \rho_p + \rho_n, \rho_3 = \rho_p - \rho_n. \quad (7)$$

求解方程(5)的本征函数,就可以得到方程(3)的本征解

$$\psi_{p1}^{(+)}(x) = \frac{\exp(-i\epsilon^H t + ip_y y + ip_z z)}{\sqrt{2\epsilon_k^H (\epsilon_k^H + p_z)}} \times \begin{bmatrix} (\epsilon_k^H + p_z) I_{k, p_y}(x) \\ -i\sqrt{2eB_m k} I_{k-1, p_y}(x) \\ -m^* I_{k, p_y}(x) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8a)$$

$$\psi_{p1}^{(-)}(x) = \frac{\exp(i\epsilon^H t - ip_y y - ip_z z)}{\sqrt{2\epsilon_k^H (\epsilon_k^H - p_z)}} \times \begin{bmatrix} -m^* I_{k, -p_y}(x) \\ 0 \\ (-\epsilon_k^H + p_z) I_{k, -p_y}(x) \\ i\sqrt{2eB_m k} I_{k-1, -p_y}(x) \end{bmatrix}, \quad (8b)$$

$$\psi_{p2}^{(+)}(x) = \frac{\exp(-i\epsilon^H t + ip_y y + ip_z z)}{\sqrt{2\epsilon_k^H (\epsilon_k^H + p_z)}} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -m^* I_{k-1, p_y}(x) \\ -i\sqrt{2eB_m k} I_{k, p_y}(x) \\ (p_z + \epsilon_k^H) I_{k-1, p_y}(x) \end{bmatrix}, \quad (8c)$$

$$\psi_{p2}^{(-)}(x) = \frac{\exp(i\epsilon^H t - ip_y y - ip_z z)}{\sqrt{2\epsilon_k^H (\epsilon_k^H - p_z)}} \times \begin{bmatrix} i\sqrt{2eB_m k} I_{k, -p_y}(x) \\ (-\epsilon_k^H + p_z) I_{k-1, -p_y}(x) \\ 0 \\ -m^* I_{k-1, -p_y}(x) \end{bmatrix}. \quad (8d)$$

$$\epsilon_k^H = \sqrt{p_z^2 + m^{*2} + 2eB_m k} = \epsilon^H - U_{0,p}^H. \quad (9)$$

$I_{k, p_y}(x)$ 是厄密特多项式的函数,它满足:

$$\int dx I_{k, p_y}(x) I_{m, p_y}(x) = \delta_{mk},$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} I_{k, p_y}(x) I_{k, p_y}(x') = \delta(x - x'). \quad (10)$$

质子的场算符就可以用这 4 个本征函数来表示.通过求质子的传播子,再利用已知的中子的传播子,可以求得方程(1)描述的核物质的能量密度和压强为

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{\gamma_n}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k (k^2 + m_n^{*2})^{\frac{1}{2}} + U_{0,n}^H \rho_n + \\ & \frac{eB_m}{(2\pi)^2} \sum_{k=0}^{k_{\max}} g_\nu \int_{-p_{3f}}^{p_{3f}} dp_z \varepsilon_k^H + U_{0,p}^H \rho_p + \\ & \frac{eB_m}{(2\pi)^2} \sum_{k=0}^{k_{\max}^{(e)}} g_\nu \int_{-p_{3fe}}^{p_{3fe}} dp_z \varepsilon_{ke}^H + \\ & \frac{1}{2} m_s^2 \nu^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 V_0^{\omega 2} - \frac{1}{2} m_\rho^2 V_0^{\rho 2}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} p = & \frac{1}{3} \frac{\gamma_n}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m_n^{*2}}} + \\ & \frac{1}{3} \frac{eB_m}{4\pi^2} \int_{-p_{3f}}^{p_{3f}} dp_z \sum_{k=0}^{k_{\max}} g_\nu \frac{p_z^2 + keB_m}{\varepsilon_k^H} + \\ & \frac{1}{3} \frac{eB_m}{4\pi^2} \int_{-p_{3fe}}^{p_{3fe}} dp_{ze} \sum_{k=0}^{k_{\max}^{(e)}} g_\nu \frac{p_{ze}^2 + keB_m}{\varepsilon_{ke}^H} - \\ & \frac{1}{2} m_s^2 \nu^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 V_0^{\omega 2} + \frac{1}{2} m_\rho^2 V_0^{\rho 2}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\rho_p = \frac{eB_m}{2\pi^2} \sum_{k=0}^{k_{\max}} p_{zf} g_\nu, \quad (13)$$

$$\rho_n = \frac{\gamma_n}{(2\pi)^3} \int_{k_F} d^3 k. \quad (14)$$

3 数值结果

联立(11)–(14)式,再加上电中性和化学平衡条件,就可以进行数值求解了.采用的常数是在平均场近似下由核物质的饱和性质得到的, $g_s = 9.450187$, $g_\nu = 11.4788$, $g_\rho = 8.5459$, $m = 938.27$ MeV, $m_s = 550.0$, $m_\omega = 781.94$ MeV, $m_\rho = 770.0$ MeV,

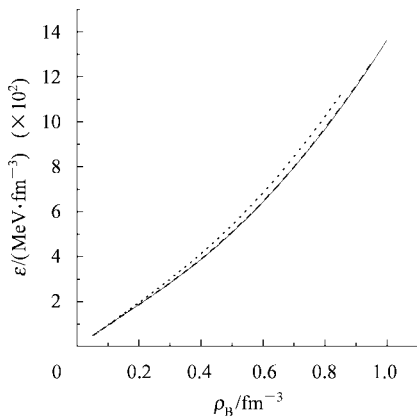


图 1 在不同强度的磁场下, npe 中子星物质的能量密度随重子密度变化的关系曲线. 实线, 虚线, 点线分别代表 10^{10} T, 10^{12} T, 10^{14} T 的磁场.

$$m_e = 0.51 \text{ MeV}.$$

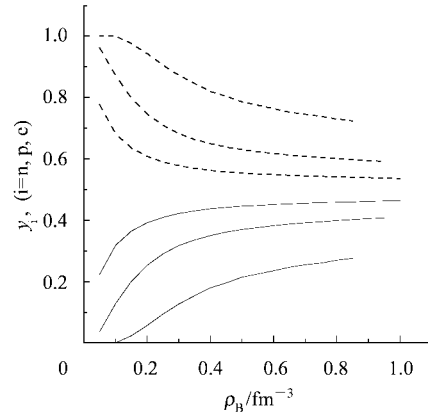


图 2 质子(实线)和中子(虚线)在磁感强度为 10^{10} T, 10^{12} T, 10^{14} T (质子从上到下, 中子从下到上)的组分随重子密度变化的曲线

图 1 给出了 npe 中子星物质在不同强度的磁场下的能量密度,可见磁场增强,中子星物质的能量密度稍微增大.图 2 给出了在不同强度的磁场下 npe 中子星物质内质子和中子所占的比例.当磁场增加时,中子所占的比例增大,而质子所占的比例减少.并且磁场对粒子组分的影响比它对物质能量密度的影响大.当然,这只是在 npe 中子星物质内是这样.因为中子和质子的强相互作用性质相同,而中子星物质的能量密度又主要决定于强相互作用,所以这里质子和中子的组分相当大的变化引起的物态方程的变化不是很大.我们分别用方程(12)和

$$p = \rho_B^2 \frac{\partial}{\partial \rho_B} \left(\frac{\varepsilon}{\rho_B} \right) \quad (15)$$

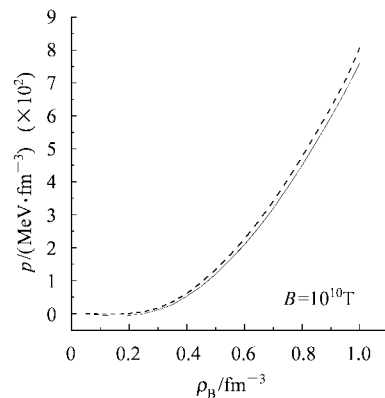


图 3 磁场为 10^{10} T 时,中子星物质的压强与重子密度之间的关系. 实线和虚线分别由方程(12)和(15)给出.

计算了中子星物质的压强如图 3—图 5,图中可以看到,磁场越强,由这两个公式计算出的压强越靠近,

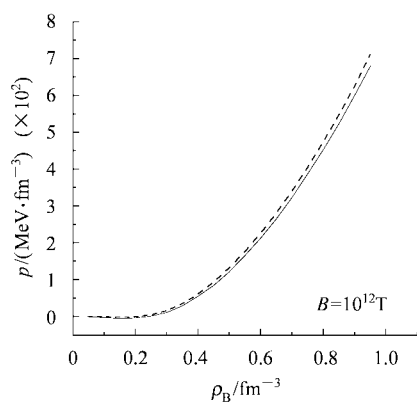


图 4 磁场为 10^{12}T 时,中子星物质的压强与重子密度之间的关系
实线和虚线分别由方程(12)和(15)给出.

当磁场为 10^{14}T 时,这两条曲线重合,即满足热力学自洽性.

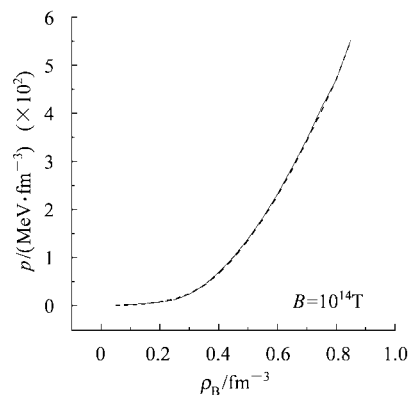


图 5 磁场为 10^{14}T 时,中子星物质的压强与重子密度之间的关系
实线和虚线分别由方程(12)和(15)给出.

4 总结

本文利用 Walecka 模型的平均场近似计算了强磁场中 npe 中子星核物质的能量密度,发现磁场增强,其能量密度要相应增大.同时,磁场增强,中子星

物质内中子所占的比例显著增加,质子所占比例显著减少.我们还分别利用流体力学公式和热力学公式计算了中子星物质的压强,发现磁场越强,这两种方法计算的压强差别越小,当磁场为 10^{14}T 时,它们满足热力学自洽性.

参考文献 (References)

- Taylor J H, Manchester R N, Lyne N G. *ApJS*, 1993, **88**:529
- Böhm-Vitense E. *Introduction to Stellar Astrophysics*, Vol. 1 (Cambridge: Cambridge up), 1989, Ch. 14
- Duncan R C, Thompson C. *ApJ*, 1992, **392**:19
- Usov V V. *Nature*, 1992, **357**:472
- Paczyn'ski B. *Acta Astron*, 1992, **42**:145
- Thompson C, Duncan R C. *MNRAS*, 1995, **275**:255
- Thompson C, Duncan R C. *ApJ*, 1996, **473**:322
- Vasisht G, Gotthelf E V. *ApJ*, 1997, **486**:1.129
- Kouveliotou C et al. *Nature*, 1998, **393**:235
- Kouveliotou C et al. *ApJ*, 1999, **510**:1.115
- Chatterjee P, Hemquist L, Narayan R. *ApJ*, 2000, **534**:373
- Heyl J S, Kulkarni S R. *ApJ*, 1998, **506**: 161
- Kouveliotou C et al. *Nature*, 1994, **368**: 125
- Bignami G F et al. *Nature*, 2003, **423**: 725
- Michel F C. *Theory of Neutron Star Magneto Spheres*. Chicago: University of Chicago Press, 1991
- LAI D, Wynn C G Ho. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**: 071101
- Canuto V, Ventura J. *Cosmic Phys.*, 1977, **2**: 203
- LAI D, Shapiro S L. *Astrophys. J.*, 1991, **383**: 745
- Yakovlev D G, Kaminker A D. *The Equation of States in Astrophysics*. Ed. Chabrier G, Schatzman E. Cambridge: Cambridge University Press, 1994, 214
- Vshivtsev A S, Serebryakova. *JETP*, 1994, **79**: 17
- Chakrabarty S, Bandyopadhyay, Pal Subrata. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**:2898
- Chakrabarty S. *Phys. Rev.*, 1996, **D54**:1306
- MAO G J, Iwamoto A, Li Zh X. *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 2003, **3**:359

Equation of State of Neutron Star Matter in Uniform Strong Magnetic Fields *

CHEN Wei^{1;1)} LIU Liang-Gang²

1(Department of Physics, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

2(Department of Physics, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract The Walecka model is extended to the neutron star matter, and in its mean field approximation, the properties of neutron star matter consisted of proton, neutron and electron in uniform strong magnetic fields are studied. It is found that the equation of state (EOS) becomes stiffer in some degree, and the ratio of neutron increase evidently while the one of proton and electron decrease with the magnetic field being stronger. The influence of the magnetic to the EOS is smaller than the one to the fractions of the particles. The pressure of the neutron star matter is calculated by hydrodynamics and thermodynamics respectively. The stronger the magnetic field is, The more adjacent the curves of pressure depicted in these two ways are, and they are in superposition completely when the magnetic field is 10^{14} T.

Key words uniform strong magnetic field, neutron star matter, equation of state, mean field approximation

Received 14 June 2004

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10275099, 10175096, 10347124) and Natural Science Foundation of Jinan University (640567)

1) E-mail: tchenw@jnu.edu.cn