

利用场分布计算单腔微波参量

施嘉儒¹⁾ 郑曙昕 陈怀璧 唐传祥

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 介绍了利用加速管的场分布计算单腔微波参量的一种方法. 在已知耦合腔链各本征模式的谐振频率和电场分布的条件下, 可以通过回路方程组求出耦合腔链的单腔频率和腔间耦合系数. 这种方法给加速管设计和调谐带来了很大帮助, 在加速腔数目较多或者结构非均匀的条件下尤为有效.

关键词 等效电路模型 耦合腔链 单腔频率 耦合系数 非均匀结构

1 引言

在直线加速器的调试过程中, 需要对加速腔链进行冷测调谐, 即测量系统的单腔频率, 耦合系数等, 并把它调整到设定值. 传统的方法是把要测量的腔两端利用金属探针或短路活塞截止, 从而测量得到单腔频率. 对于长的腔链, 或者非均匀结构, 逐腔测量的工作量非常大, 而且对于某些很短的腔, 由于有探针微扰, 频率并不容易测准. 如果能够对整个耦合腔链进行整体测量计算得到单腔频率, 那么整个调试过程将变得简单直接, 使得工作量大大降低.

在直线加速器设计过程中, 我们借助 MAFIA, Superfish 等电磁场模拟程序来设计需要的腔形结构以及腔间耦合孔的大小. 对于均匀结构, 通常可以利用电边界和磁边界条件分别计算 0 模和 π 模的频率, 来推算单腔频率和腔间耦合系数. 在设计非均匀段时, 由于结构上不存在周期性变化, 通常只能做各种近似后间接计算, 计算误差比较大. 如果能通过场分布来计算单腔参数, 则计算能大大简化, 同时能提高精度.

20 世纪 80 年代, CERN 和 DESY 曾做过利用测量场分布对加速管进行调谐的方法研究^[1,2], 但是他们的工作仅仅局限于均匀结构的腔链.

事实上, 对于一个已知腔形的腔链, 如果我们知道它的每个模式的频率和不同模式下的电场分布情况, 利用耦合腔链等效电路模型的回路方程, 便可以计算出单腔频率和腔间耦合系数.

2 计算单腔频率和耦合系数

2.1 耦合腔链等效电路模型

2.1.1 磁耦合的耦合腔链等效电路模型^[3,4]

磁耦合的耦合腔链等效电路如图 1(a)所示, 耦合腔链的每个腔都可以等效为一个 LC 串联谐振回路, L, C, R, M 分别表示谐振腔的等效电感, 等效电容, 等效电阻以及相邻腔耦合的等效互感. 每个回路的电流 i_n 等效驻波腔的电场 A_n , $L_n = L'_n + M_{n-1} + M_n$.

回路参量和可测微波参量, 包括单腔频率 ω , 品质因素 Q , 腔间耦合系数 k , 单位长度分流阻抗 Z 以及腔长 D 之间有如下关系:

$$L_n = \frac{Z_n D_n}{\omega_n Q_n}, C_n = \frac{1}{\omega_n^2 L_n},$$
$$R_n = \frac{Z_n D_n}{Q_n^2}, M_n = \frac{k_n}{2} \sqrt{L_n L_{n+1}}. \quad (1)$$

根据基尔霍夫定律, 第 n 个回路的方程如下:

2004-10-29 收稿, 2005-02-22 收修改稿

1) E-mail: shijiaru00@mails.tsinghua.edu.cn

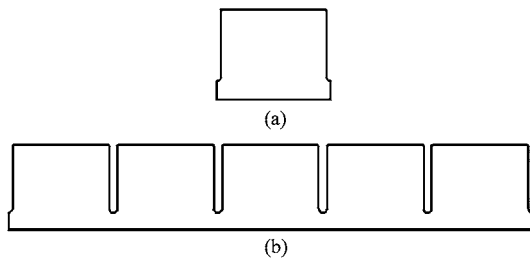


图 2 盘荷波导模型腔

利用 Superfish 计算图 2(a)所示单元结构的频率,结果为 2.8807GHz.利用 Superfish 计算图 2(b)所示结构的 5 个特征频率,并同时得到 5 个不同的模式的场分布,每个模式下分别对 5 个腔的纵向电场积分可得到每个腔的电压.由 (13), (12)和(10)式计算出每个腔的单腔频率和相邻腔之间的耦合系数,结果见表 1.

表 1 单腔频率和耦合系数的计算值

| <i>n</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------|---------|---------|---------|---------|--------|
| f_n/GHz | 2.8833 | 2.8859 | 2.8860 | 2.8859 | 2.8833 |
| k_n | 0.00360 | 0.00360 | 0.00359 | 0.00360 | |

由于腔链两端截止,端腔的频率和均匀段腔相比有一定的差别,计算结果也表明了这一点.我们可以通过该模型腔链的等效电路定量分析端腔和均匀段腔频率的关系.

等效电路如图 3 所示.考察该电路图,估算回路 1,2 的频率关系如下:

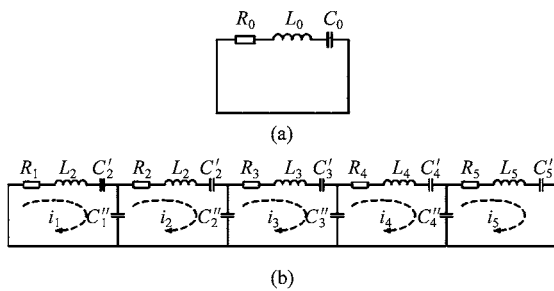


图 3 盘荷波导模型腔等效电路

$$\begin{aligned}
 &\text{设 } C'_1 = C'_2, C''_1 = C''_2, \frac{C'_1}{C''_1} \ll 1, \text{ 即 } k_1 \ll 1, \\
 &k_1 = \frac{2\sqrt{C_1 C_2}}{C''_1} = \\
 &\frac{2}{\frac{C''_1}{\sqrt{\left(\frac{1}{C'_1} + \frac{1}{C''_1}\right)\left(\frac{1}{C'_2} + \frac{1}{C''_1} + \frac{1}{C''_2}\right)}}} \approx \frac{2}{\frac{C''_1}{C'_1} + \frac{1}{C''_1}}, \quad (18)
 \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned}
 \frac{f_2}{f_1} &= \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{C'_2} + \frac{1}{C''_1} + \frac{1}{C''_2}}}{\sqrt{\frac{1}{C'_1} + \frac{1}{C''_1}}} \approx \\
 &\sqrt{1 + \frac{k_1}{2}} \approx 1 + \frac{k_1}{4}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

同样,对模型(a)的频率 f_0 ,有关系

$$\frac{f_2}{f_0} = 1 + \frac{k_1}{2}, \quad (20)$$

用表 1 的数据计算频率比值,结果见表 2.

表 2 端腔和均匀段腔的频率关系

| | |
|------------------|----------|
| f_0/GHz | 2.8807 |
| f_1/GHz | 2.8833 |
| f_2/GHz | 2.8859 |
| f_2/f_0 | 1.001805 |
| f_2/f_1 | 1.000902 |

考虑到 $k_1 = 0.00360$,这个结果和(19),(20)式符合得很好.

4 电子直线加速器非均匀段的计算和设计

在利用电磁场模拟程序如 MAFIA 进行磁轴耦合结构的加速管非均匀段设计时,结构不具有周期性给设计过程带来了一些问题.如图 4 所示结构.

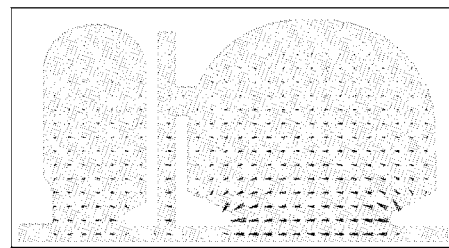


图 4 非周期结构的 MAFIA 模型

该耦合腔链为双周期加速结构的一部分,由一个加速腔,一个耦合腔和一个加速腔组成,采用磁轴耦合.该非均匀段的 3 个腔形都不相同,且腔间耦合系数不等,因此不能利用周期性结构的色散关系求得耦合系数的值.

先用估算方法把每个腔的频率单独调节到 2998MHz 左右,组成耦合腔链之后,计算得到的 3 个模式的轴线纵向电场分布如图 5(a), (b), (c)所示.

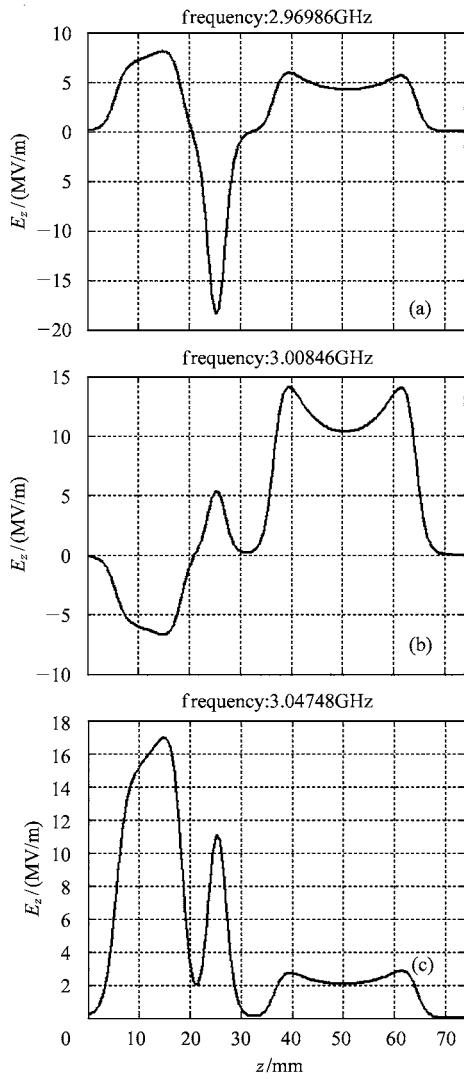


图 5 腔链 3 个模式轴线纵向电场分布示意图

利用程序和公式(16)分别计算 3 个腔的特性阻抗 ρ 、腔压和电场分布最大值的比 κ (见表 3), 分析 3 个模式下每个腔的电场分布最大值, 再利用式(17)求出 X_n 的比值 (见表 4). 对于 3 个腔组成的腔链, (10)式表示的方程组如下:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\nu_1^2} & 0 & 0 & \frac{X_2}{2X_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\nu_1^2} & 0 & \frac{X_1}{2X_2} & \frac{X_3}{2X_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu_1^2} & 0 & \frac{X_2}{2X_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \\ f_3^2 \\ k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

由于共有 3 特征频率, 事实上可以得到关于 $f_1^2, f_2^2, f_3^2, k_1, k_2$ 5 个未知数的 9 个方程. 这样就可解出单腔频率和耦合系数 (表 5).

表 3 每个腔的 ρ, κ

| n | 1 | 2 | 3 |
|---------------|--------|-------|-------|
| ρ/Ω | 182.42 | 30.12 | 442.9 |
| κ | 1.234 | 0.475 | 2.550 |

表 4 腔链谐振频率和不同模式下电场分布的相对值

| ν/GHz | $E_{z,\max,1}$ | $E_{z,\max,2}$ | $E_{z,\max,3}$ |
|------------------|----------------|----------------|----------------|
| 2.9699 | 8.0767 | -18.335 | 5.9254 |
| 3.0085 | -6.6837 | 5.4052 | 14.094 |
| 3.0475 | 16.9628 | 11.0924 | 2.8650 |

| ν/GHz | X_1 | X_2 | X_3 |
|------------------|---------|---------|--------|
| 2.9699 | 0.7377 | -1.5875 | 0.7178 |
| 3.0085 | -0.6105 | 0.4680 | 1.7074 |
| 3.0475 | 1.5493 | 0.9604 | 0.3471 |

表 5 单腔频率和耦合系数值

| n | 1 | 2 | 3 |
|------------------|--------|--------|--------|
| f_n/GHz | 3.0307 | 2.9913 | 3.0038 |
| k_n 计算值 | 0.0393 | 0.0205 | |
| k_n 实验值 | 0.0404 | 0.022 | |

计算得到的耦合系数和实验值相符. 同时, 根据计算得到的单腔频率值, 在模拟计算中用来指导腔型参数的调节, 也得到了一致的结果.

5 结论

综上所述, 对于一个给定结构的耦合腔链, 在已知各种模式的工作频率和电场分布相对值的情况下, 可以利用耦合腔链等效回路方程得到一个关于单腔频率和耦合系数的线性方程组, 求这个线性方程组的最小二乘解便可以得到每个腔的单腔频率和相邻腔之间的耦合系数. 这个方法给加速腔链设计和调谐带来了很大的帮助.

然而我们在计算过程中近似认为次临近耦合为 0 (在磁轴耦合的直线加速结构中, 次临近耦合通常为 10^{-4} 量级, 比临近耦合少 2 个数量级), 腔壁损耗对耦合回路的影响也被忽略了, 引入损耗之后方程组将失去线性, 但可以用非线性数值方法来进行计算, 目前我们正在进行这方面的工作.

参考文献 (References)

- 1 Haeberl E, Tuckmantel J. Tuning of a Superconducting Accelerating Cavity Under Operating Conditions; CERN/EF/RF81-5. 1981
- 2 Sekutowicz J, CHEN Ying-Hua, WEI Yi-Xiang. A Different Tuning Method for Accelerating Cavities. In: Proceedings of the Fourth Workshop on RF Superconductivity KEK. Japan, 1989. 849
- 3 Sekutowicz J. Frequency Dependent Capacitive-Inductive Model for Axially Coupled $\pi/2$ Standing Wave Biperiodic Structure. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1985, **NS32**:2854
- 4 Nagel D E, Knapp E A, Knapp B C. Coupled Resonant Model for Standing Wave Accelerator Tanks. Review of Scientific Instruments, 1967, **38**(11):1583

Calculating RF Parameters of Individual Cell by Electric Field Distribution of a Coupled Cavity Chain

SHI Jia-Ru¹⁾ ZHENG Shu-Xin CHEN Huai-Bi TANG Chuan-Xiang

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Electric field distribution of a coupled cavity chain is used to calculate RF Parameters of individual cell in the chain. When the characteristic frequencies of a coupled cavity chain and the electric field distribution of each mode are known, by equivalent circuit model, one can solve the RF parameters of each individual cell and the coupling factors between them. This method is useful in designing and tuning a cavity chain of a linear accelerator, especially a non-periodic long structure. A description of the mathematical model and calculating experience are presented.

Key words equivalent circuit model, coupled cavity chain, individual cell frequency, coupling factor, non-periodic structures