

非均匀加速结构腔间耦合系数模拟计算*

边晓浩 陈怀璧 郑曙昕

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 电子直线加速器的聚束段对于会聚入射电子相位,提高电子直线加速器出射束流性能起着至为关键的作用.而准确计算聚束段腔间耦合系数又是设计聚束段耦合孔几何结构的关键.本文利用电磁场计算软件MAFIA的特征值计算模块E模块,分别计算出单腔频率,双腔腔链的两个本征频率,从而得到聚束段腔间耦合系数.采用该方法,可以设计聚束段腔间耦合孔的几何参数.与实验结果的对照表明,这是一种非常有效的非均匀加速结构腔间耦合孔设计方法.

关键词 耦合系数 聚束段 非均匀加速结构 MAFIA

1 引言

在低能电子直线加速器实际应用中,为了获得较小的束流靶点,必须把电子枪发射出来的相位均匀分布的电子会聚到平衡相位.为此,需要在电子枪与主加速管之间加入一段聚束腔链,通过腔链中电磁场的作用来达到会聚电子相位的目的^[1].而要使聚束段中的场分布达到要求,各腔之间的腔间耦合系数必须符合设计要求.所以,正确设计该段中各腔之间的耦合孔的结构,使得两腔间耦合系数达到要求,显得十分重要.

对于加速结构的光速段,由于腔链中的加速腔与加速腔之间,耦合腔与耦合腔之间的几何尺寸相同,且呈周期性对称,因此,利用MAFIA程序E模块中的电(磁)边界条件和周期性边界条件,已经可以准确地进行腔间耦合系数的计算以及耦合孔几何参数的设计^[2].聚束段腔链由于调变相速的需要,加速腔长度和结构各不相同,无法采用周期性边界条件的方法进行计算.施嘉儒等人提出利用耦合腔链各本征模式的本征频率及各模式下电场的分布,通过回路方程组可以求出耦合腔链的单腔频率和腔间耦合系数^[3].该方法利用场分布来计算耦合系数.

本文提出了直接模拟两腔之间腔间耦合的计算方法.通过计算各单腔频率,以及双腔耦合产生的两个

模式的本征频率,从而得到两腔之间腔间耦合系数.

文中计算采用驻波加速管,其聚束段是由首腔加速腔A1,中间耦合腔C1,末腔加速腔A2 3个腔组成的腔链,其纵剖面结构如图1.聚束段的两个加速腔由于相速和场分布调变的要求,长度和结构都不相同.

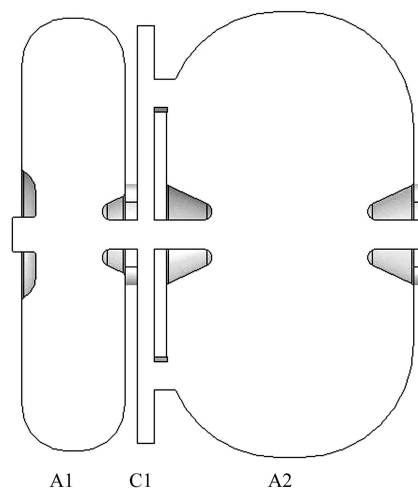


图1 聚束段加速腔链纵剖面图

2 方法

两个腔型不同的谐振腔整腔通过磁轴耦合,其等效电路如图2所示.

2005-04-14 收稿

*国家自然科学基金(10135040)和北京市科技计划项目(D0404004040221)资助

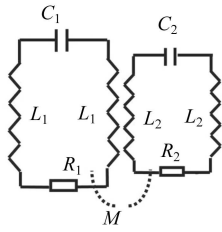


图 2 不同腔型的双腔耦合等效电路

图 2 中 2 个 L_1 , 2 个 L_2 分别为 1, 2 号腔的等效电感; C_1, C_2 分别为 1, 2 号腔的等效电容; R_1, R_2 分别为 1, 2 号腔的等效电阻。 M 为两腔之间的互感。

1 号腔的固有频率 $f_{01} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2L_1C_1}}$, 固有品质因数 Q_1 , 等效电阻 $R_1 = 2\pi\frac{2L_1f_{01}}{Q_1}$; 2 号腔的固有频率 $f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2L_2C_2}}$, 固有品质因数 Q_2 , 等效电阻 $R_2 = 2\pi\frac{2L_2f_{02}}{Q_2}$; 两腔之间的互感 $M = k\sqrt{L_1L_2}$, k 为双腔的腔间耦合系数。

由基尔霍夫定律, 当回路的谐振角频率为 ω 时, 设 1, 2 号腔回路中的电动势分别为 E_1, E_2 ; 1, 2 号腔回路中的电流强度分别为 i_1, i_2 ; 可得回路方程组如下^[4]

$$\begin{cases} E_1 = i_1 \left(j\omega \cdot 2L_1 + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) + j\omega M i_2 \\ E_2 = i_2 \left(j\omega \cdot 2L_2 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) + j\omega M i_1 \end{cases} \quad (1)$$

将方程组(1)进行简单的变换, 令

$$I_1 = \frac{E_1}{j\omega\sqrt{2L_1}}, \quad X_1 = i_1\sqrt{2L_1}, \quad I_2 = \frac{E_2}{j\omega\sqrt{2L_2}},$$

$$X_2 = i_2\sqrt{2L_2}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi},$$

为耦合回路的谐振频率, 并将前面的等效参量带入, 则回路方程组(1)变为

$$\begin{cases} I_1 = X_1 \left(1 - \frac{f_{01}^2}{f^2} + \frac{f_{01}}{jQ_1 f} \right) + \frac{k}{2} X_2 \\ I_2 = X_2 \left(1 - \frac{f_{02}^2}{f^2} + \frac{f_{02}}{jQ_2 f} \right) + \frac{k}{2} X_1 \end{cases} \quad (2)$$

驻波加速结构中谐振腔的 Q 值很高, 其中加速腔 $Q \approx 16000$, 耦合腔 $Q \approx 2000$, 可认为腔链为无损。所以 $\frac{f_{01}}{jQ_1 f} \approx 0, \frac{f_{02}}{jQ_2 f} \approx 0$ 。

由(2)得到无损情况下的回路方程组:

$$\begin{cases} I_1 = X_1 \left(1 - \frac{f_{01}^2}{f^2} \right) + \frac{k}{2} X_2 \\ I_2 = X_2 \left(1 - \frac{f_{02}^2}{f^2} \right) + \frac{k}{2} X_1 \end{cases} \quad (3)$$

线性方程组(3)有解的充分必要条件是系数行列式为 0, 即

$$\begin{vmatrix} 1 - \frac{f_{01}^2}{f^2} & \frac{k}{2} \\ \frac{k}{2} & 1 - \frac{f_{02}^2}{f^2} \end{vmatrix} = 0, \quad (4)$$

也即

$$\left(1 - \frac{f_{01}^2}{f^2} \right) \left(1 - \frac{f_{02}^2}{f^2} \right) - \frac{k^2}{4} = 0. \quad (5)$$

求解以上关于 f 的方程(5), 即可得到双腔腔链的两个本征频率 f_1, f_2 。

如果求得这两个本征频率 f_1, f_2 , 并已知 f_{01} , 则根据方程(5)反推, 有

$$k = 2\sqrt{\frac{[(f_{01}/f_1)^2 - 1][1 - (f_{01}/f_2)^2]}{(f_{01}/f_1)^2 + (f_{01}/f_2)^2 - 1}}, \quad (6)$$

$$f_{02} = \frac{f_{01}}{\sqrt{(f_{01}/f_1)^2 + (f_{01}/f_2)^2 - 1}}.$$

利用 MAFIA 程序的 E 模块, 可以求得单腔频率 f_{01}, f_{02} , 以及双腔腔链的本征频率 f_1, f_2 。根据(6)式, 即得到双腔的腔间耦合系数 k 。

2.1 单腔频率计算

驻波结构的工作频率在 2998MHz, 首先需要将各单腔频率调至工作频率。下列情况需要在 E 模块中设置为无损耗计算。

在 CAD 制图软件中构建出 A1 单腔与半个 C1 腔通过初次设计的耦合孔组成的腔链, 如图 3 所示。因为 A1 前端束流孔中电场为 0, 对于 A1 前端取电边界、磁边界均可, 对于二分之一 C1 处则必须取磁边界, 这样才仅会在 A1 内和耦合孔附近存在电磁场, 从而得到 A1 单腔的频率。通过调整 A1 的腔型结构, 将 A1 单腔的频率 f_{A1} 调至谐振频率 2998MHz 附近。

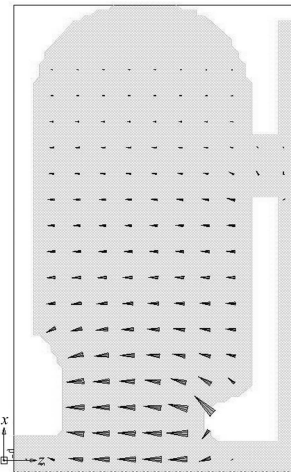


图 3 A1 单腔纵剖面电场分布图

同样在CAD制图软件中构建出A1半腔与C1整腔通过耦合孔连接,同时C1与A2半腔通过耦合孔连接的腔链,如图4所示.必须将A1半腔和A2半腔边界均设为磁边界,这样才仅会在C1内和耦合孔附近存在电磁场,从而得到C1单腔的频率.通过调整C1的腔型结构,将C1单腔的频率 f_{C1} 调至谐振频率2998MHz附近.

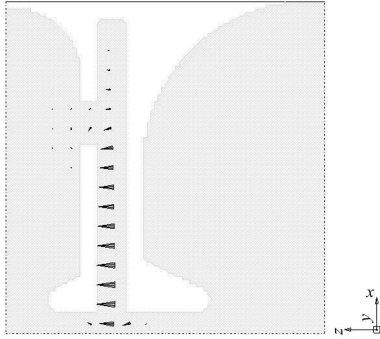


图4 C1单腔纵剖面电场分布图

两个单腔的频率调谐好之后,将它们连接在一起,进行双腔耦合腔链的本征频率计算.

2.2 双腔腔链本征频率计算

将A1整腔与C1整腔连接起来,同时C1与A2半腔连接起来,形成腔链如图5所示.对于A1前端取电边界、磁边界均可,而A2半腔边界必须设为磁边界.需要注意的是腔链的网格划分必须与单腔的网格划分一致,这样A1与A2才能产生谐振,计算出腔链的两个模式0模与 π 模.即 f_1 与 f_2 .

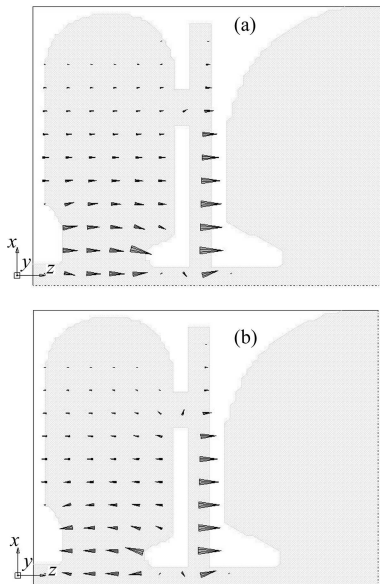


图5 双腔腔链的本征模式
(a) 0模纵剖面电场分布图; (b) π 模纵剖面电场分布图.

模拟得到 f_{A1} , f_{C1} , f_1 , f_2 后,根据公式(6),即可得到两腔之间的耦合系数 k ,以及用 f_{A1} 计算出的 f'_{C1} ,理论上 $f'_{C1} = f_{C1}$,所以可以比较 f'_{C1} 和 f_{C1} ,用来验证计算结果.

如果该耦合孔尺寸下得到的耦合系数 k 不能达到设计要求,则改变耦合孔的几何尺寸,按照以上步骤重新计算新结构的耦合系数 k ,直至得到符合要求的A1与C1间耦合的耦合孔结构.

采用相同的办法,可以计算C1与A2之间的耦合系数,设计符合要求的C1与A2间耦合的耦合孔结构.

两种耦合孔都达到设计要求之后,将3个腔连接起来进行计算,A2半腔边界设为电边界,这样可得到腔链的工作模式 $\frac{\pi}{2}$ 模式,得到 $\frac{\pi}{2}$ 模式束流孔中心轴向电场 E_z 分布,如图6所示.得到A1与A2中电场最大之比,并与实验结果比较.

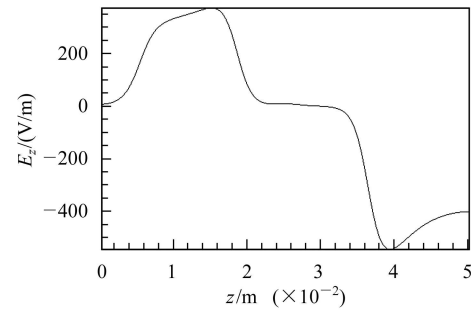


图6 聚束段轴向电场 E_z 分布图

3 数值计算结果与实验结果

利用以上方法计算6MeV驻波电子直线加速器的聚束段,得到(表1—5):

表1 A1与C1腔链各频率计算结果(单位MHz)

	f_{A1}	f_{C1}	f_1	f_2
计算值	2997.78	2997.70	2971.49	3031.46
实验值	2998.14	2998.05	2968.25	3028.60

从公式(6)得到的 $f'_{C1} = 3004.28\text{MHz}$.

表2 A1与C1腔间耦合系数

	K
计算值	0.0397
实验值	0.0403
计算偏差	-1.49%

表3 C1与A2腔链各频率计算结果(单位MHz)

	f_{C1}	f_{A1}	f_3	f_4
计算值	2997.70	2997.00	2982.82	3015.12
实验值	2998.05	2997.60	2981.50	3014.35

从公式(6)得到的 $f'_{A_2} = 2999.98\text{MHz}$.

表 4 C1 与 A2 腔间耦合系数

K	
计算值	0.0215
实验值	0.0219
计算偏差	-1.83%

表 5 $\frac{\pi}{2}$ 模情况下 A1, A2 腔内两腔中电场最大振幅的比值

$E_{A1,z\max}/E_{A2,z\max}$	
计算值	0.724
实验值	0.710
计算偏差	1.97%

以上实验结果中, 造成测量误差的原因有腔体的温度变化, 腔体两端法兰夹紧程度, 测量探针的耦合深度, 网络分析仪的读数误差等. 由于这些原因引起的频率的测量误差约为 $\pm 0.06\text{MHz}$, 由于加工偏差引起的频率误差约为 $\pm 0.6\text{MHz}$. 所以频率实验值的相对误差约为 0.02%, 从而耦合系数的实验值相对误差约为 0.1%.

实验结果中, 最大振幅比误差约为 ± 0.02 . 其误差的主要来源有: 小球微扰法测场分布的误差, 仪器读数的误差等.

对比计算结果与实验结果可以看到, 耦合系数计算的相对偏差在 2% 以内, $E_{A1,z\max}/E_{A2,z\max}$ 计算的偏差小于 2%, 达到了非常准确的结果. 偏差产生的原因除进行的是无损近似计算外, 还由于 MAFIA 程序对于计算结构进行了空间上的离散, 这种离散的网格划分可以逼近原几何结构但不能与之完全相同, 尤其是耦合孔的划分, 对计算结果影响较大. 但计算精度已经比较高, 可以满足实际加工需要.

4 结论

本文提出了通过 MAFIA 程序模拟电子直线加速器非均匀加速结构的腔间耦合的方法. 实现了根据模拟得到的单腔频率来调节聚束段各单腔的几何结构, 根据双腔链模拟结果来计算腔间耦合系数, 从而设计腔间耦合孔的几何参数的方法. 事实上, 对于加速结构均匀段, 也可以采用该方法计算腔间耦合系数. 所以, 本文提出的方法对于电子直线加速器的聚束段、光速段腔间耦合孔结构设计都具有实际的指导意义.

参考文献(References)

- 1 LIN Yu-Zheng. Theory of Low Energy Linear Electron Accelerators. Beijing: Engineering Physics of Tsinghua University, 1999 (in Chinese)
(林郁正. 低能电子直线加速器原理. 北京: 清华大学工程物理系, 1999)
- 2 BIAN Xiao-Hao et al. HEP & NP, 2005, **29**: 900 (in Chinese)
- 3 SHI Jia-Ru et al. HEP & NP, 2005, **29**: 818 (in Chinese)
(施嘉儒等. 高能物理与核物理, 2005, **29**: 818)
- 4 LIU An-Dong. Master Thesis, Engineering Physics of Tsinghua University, 1980 (in Chinese)
(刘安东. 硕士毕业论文, 清华大学工程物理系, 1980)

Calculation of Coupling Factor for the Heterogeneous Accelerating Structure*

BIAN Xiao-Hao CHEN Huai-Bi ZHENG Shu-Xin

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract The converging part of electron accelerator is designed to converge the phase of injecting electrons, improving the beam quality of the accelerator. It is very crucial to calculate the coupling factor between cavities and to design the geometry structure of the coupling irises. By the E module of code MAFIA, we calculate the frequency of every single resonant cavity and the two eigenfrequencies of two-cavity line. Then we get the coupling factor between the two cavities. This method can be used to design the geometry structure of the coupling irises between every two cavities. Compared to experiment, the results of the method is very accurate.

Key words coupling factor, converging part, heterogeneous accelerating structure, MAFIA

Received 14 April 2005

*Supported by NSFC(10135040) and Beijing Science and Technology Plan Project(D0404004040221)