

# DBHF方法和热力学自洽性\*

罗培燕<sup>1,2</sup> 左维<sup>1;1)</sup> 李增花<sup>1,2</sup> 雍高产<sup>1,2</sup> 徐忠锋<sup>1</sup>

1 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

2 (中国科学院研究生院 北京 100049)

**摘要** 采用Dirac Brueckner-Hartree-Fock理论方法, 计算了零温核物质中每核子的结合能、压强和单核子能量, 着重讨论了不同的 $T$ 矩阵协变表示对核物质中Hugenholtz-Van Hove(HVH)定理满足程度的影响. 结果表明: 不同的协变表示对核子自能各分量的动量相关性和密度依赖性均有重要影响, 进而对核介质中HVH定理的满足程度产生重要影响. 在完全的赝矢量表示下, HVH定理遭到了相当大程度的破坏, 从而体现出基态关联效应对单核子性质的重要性, 并与非相对论BHF理论方法得到的结论一致, 因而完全的赝矢量表示要优于赝标量表示.

**关键词** DBHF方法 核物质 核子自能 HVH定理

## 1 引言

自20世纪80年代以来, 人们利用相对论Dirac Brueckner-Hartree-Fock (DBHF)方法<sup>[1-11]</sup>对于对称核物质状态方程进行了详尽的研究, 结果表明DBHF方法在描述核物质的饱和和机制与饱和点性质等方面取得了很大的成功. 然而, 这种理论方法在具体细节方面仍有很多问题特别是有关核子自能的计算问题有待进一步理解<sup>[5-11]</sup>. 在DBHF理论框架内, 由于核子自能具有Lorentz结构, 因此需要将核介质中的有效相互作用 $T$ 矩阵利用协变算子展开为协变形式, 进一步通过 $T$ 矩阵来确定自能的标量和矢量部分<sup>[4]</sup>. 在这种方法中,  $T$ 矩阵可由Dirac协变算子和Lorentz不变振幅来表示. 由于只考虑正能态, 两核子的Dirac旋量空间约化为4维空间, 因而两体算符在旋量空间有 $2^4=16$ 个矩阵元, 如果再加上对称性要求的限制<sup>[12]</sup>, 独立的在能壳(on-shell)矩阵元减少为5个<sup>[4]</sup>, 所以所有的在能壳两体矩阵元可以用5个线性独立的Dirac协变算符作为基矢来展开. 在DBHF方法中, 由于忽略了核介质中有效核子的负能量态, 因而这5个独立的Lorentz协变基矢的选取不是唯一的<sup>[6-8]</sup>, 存在着

各种不同的 $T$ 矩阵协变表示. 采用不同的协变表示,  $T$ 矩阵在正能量态Dirac空间内具有相同的在能壳矩阵元, 但在不同的协变表示下计算得到的核子自能却差别很大<sup>[7]</sup>. Hugenholtz-Van Hove (HVH)定理<sup>[13]</sup>是将核物质状态方程(整体性质)与单粒子性质联系起来的一个基本统计热力学关系, 反映了微扰方法中给定近似等级的内在自洽性. 在文献[14]中, 我们在非相对论Brueckner-Hartree-Fock (BHF)理论框架内讨论了HVH定理, 结果表明质量算子的最低阶近似(BHF近似)严重地破坏了HVH定理, 说明基态关联效应对核物质中单粒子性质的重要性. 本文进一步在相对论性DBHF理论框架内讨论HVH定理, 并着重讨论不同的 $T$ 矩阵协变表示的影响.

## 2 相对论性Dirac-BHF方法

### 2.1 DBHF方法

在相对论性Brueckner方法中, 核介质中核子的有效相互作用 $T$ 矩阵满足4维相对论Bethe-Salpeter(BS)方程<sup>[15]</sup>:

$$T = V + i \int V Q G G T, \quad (1)$$

2005-12-26 收稿

\* 国家自然科学基金(10575119, 10235030, 10175082), 中国科学院知识创新工程重要方向性项目(KJ951-A1-01), 国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)和国家科技部重大前期研究专项基金(2002CCB00200)资助

1) E-mail: zuowei@impcas.ac.cn

其中  $V$  是现实核子-核子相互作用, 通常采用单玻色子交换势(如 Bonn 势<sup>[3]</sup>);  $Q$  是 Pauli 算子. 核介质中单核子传播子(Green 函数)  $G$  满足下述 Dyson 方程:

$$G = G_0 + G_0 \Sigma G, \quad (2)$$

其中  $G_0$  表示自由核子的传播子;  $\Sigma$  表示核子自能, 描述核介质中周围核子对单核子运动的影响. 在 Brueckner 理论中, 自能  $\Sigma$  由有效相互作用  $T$  矩阵决定. 考虑到两核子状态的全反对称性, 自能包含直接项和交换项两部分<sup>[4]</sup>, 可表示为

$$\Sigma = -i \int (\text{Tr}[GT] - GT). \quad (3)$$

上述方程(1)—(3)构成了自洽的 BS 方程组.

考虑到自能满足平移变换和转动变换不变性、宇称守恒、时间反演不变性和厄米性, 其一般形式可写为<sup>[8]</sup>

$$\Sigma(k, k_F) = \Sigma_s(k, k_F) - \gamma_0 \Sigma_0(k, k_F) + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} \Sigma_v(k, k_F), \quad (4)$$

其中  $k_\mu$  是核子 4 维动量. 自能  $\Sigma$  具有明显的 Lorentz 结构, 包含一个标量部分  $\Sigma_s$  和一个矢量部分  $\Sigma^\mu = (\Sigma_0, \mathbf{k} \Sigma_v)$ . 自能各分量  $\Sigma_s$ ,  $\Sigma_0$  和  $\Sigma_v$  均是 Lorentz 标量函数, 由 Lorentz 不变量  $k^2$ ,  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}$  和  $j^2$  确定 ( $j_\mu$  是核子流密度). 在核物质静止参考系中  $j_\mu = \rho \delta_{\mu 0}$  ( $\rho$  是核子数密度), 所以 Lorentz 不变量可以用  $k_0$ ,  $|\mathbf{k}|$  和  $k_F$  来表示, 其中费米动量  $k_F$  与核子数密度通过费米关系  $\rho = 2k_F^3 / (3\pi^2)$  相联系.

在核物质静止参考系中, 核介质中核子所满足的 Dirac 方程变为与自由粒子 Dirac 方程类似的形式, 即

$$[\boldsymbol{\gamma}_\mu \tilde{k}^{*\mu} - \tilde{m}^*(k, k_F)] u(k, k_F) = 0, \quad (5)$$

其中有效质量  $\tilde{m}^*$  和有效动量  $\tilde{k}^{*\mu}$  分别定义为<sup>[7-9]</sup>

$$\tilde{k}_\mu^* = \frac{k_\mu^*}{1 + \Sigma_v(k, k_F)}, \quad \tilde{m}^*(k, k_F) = \frac{m^*(k, k_F)}{1 + \Sigma_v(k, k_F)}, \quad (6)$$

$$m^*(k, k_F) = M + \text{Re} \Sigma_s(k, k_F), \quad k_\mu^* = k_\mu + \text{Re} \Sigma_\mu(k, k_F). \quad (7)$$

通过求解 Dirac 方程, 容易得到核子在介质中的正能量旋量解

$$u_\lambda(k, k_F) = \sqrt{\frac{\tilde{E}^*(k) + \tilde{m}_F^*}{2\tilde{m}_F^*}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\lambda|\mathbf{k}| \\ E(k) + \tilde{m}_F^* \end{pmatrix} \chi_\lambda, \quad (8)$$

其中  $\tilde{E}^*(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + \tilde{m}_F^{*2}}$ ,  $\chi_\lambda$  ( $\lambda = \pm 1/2$ ) 是核子的自旋波函数, Dirac 旋量满足归一化条件  $\bar{u}_\lambda(k, k_F) u_\lambda(k, k_F) = 1$ . 与非相对论 Brueckner 理论不同的是: 在

相对论性 DBHF 理论框架内, 核子的传播由 Dirac 旋量描述, 在核介质中由于自洽性条件的要求, 有效 Dirac 旋量依赖于核子的有效质量, 因此自由核子-核子相互作用矩阵元就变得与密度相关. 这正是相对论 DBHF 方法在描述核物质饱和和机制方面取得成功的主要原因<sup>[16]</sup>. 另外, (8) 式表明: 在相对论性 DBHF 理论框架内, 由于自洽性要求, 核子在核介质中的正能量态 Dirac 旋量包含自由核子负能量态的贡献, 这一相对论效应所导致的对核物质状态方程的修正对应于一种特殊的三体核力效应<sup>[16]</sup>, 即由于自由核子-反核子对虚激发对核子相互作用中标量  $\sigma$  介子交换部分的介质修正所导致的三体核力<sup>[16, 17]</sup>.

## 2.2 核介质中有效相互作用 $T$ 矩阵

相对论性 4 维 BS 方程的数值求解十分困难, 通常采用的方法是通过引进一个 3 维传播子近似取代 BS 方程中的 4 维传播子  $iGG$ , 从而将 4 维 BS 方程约化为 3 维方程<sup>[4]</sup>. 当对 4 维 BS 方程进行 3 维约化时, 尽管所采用的 3 维传播子必须满足基本的物理要求: 即保证 Lorentz 协变性和两体弹性散射幺正性关系, 但仍然存在许多种可能的选择<sup>[18]</sup>, 其中应用最为广泛的是 Thompson 传播子<sup>[19]</sup> 和 Blankenbecler-Sugar 传播子<sup>[20]</sup>. 我们将采用 Thompson 方案, 相应的 3 维方程被称为 Thompson 方程. 在两核子质心系中, Thompson 方程可写为<sup>[6]</sup>

$$T(\mathbf{p}, \mathbf{q}, x) = V(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \times \frac{\tilde{m}_F^{*2}}{\tilde{E}^{*2}(\mathbf{k})} \frac{Q(\mathbf{k}, x)}{2\tilde{E}^*(\mathbf{q}) - 2\tilde{E}^*(\mathbf{k}) + i\epsilon} T(\mathbf{k}, \mathbf{q}, x), \quad (9)$$

其中  $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)/2$ ,  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{p}$  分别是两散射核子初态, 中间态和末态的 3 维相对运动动量. 两散射核子系统的 4 维总动量为  $\tilde{P}^* = \tilde{q}_1^* + \tilde{q}_2^*$ ; 在两核子质心系中, 有  $\tilde{P}^* = (\tilde{P}_0^*, 0)$ , 其中  $\tilde{P}_0^* = \sqrt{\tilde{s}^*} = 2\tilde{E}^*(\mathbf{q}) = 2\sqrt{\mathbf{q}^2 + \tilde{m}_F^{*2}}$  为系统的初始能量, 不变质量定义为  $\tilde{s}^* = (\tilde{E}^*(\mathbf{q}_1) + \tilde{E}^*(\mathbf{q}_2))^2 - \mathbf{P}^2$ . 方程(9)中  $x$  表示其他剩余的参数  $x = \{k_F, \tilde{m}_F^*, |\mathbf{u}|\}$ <sup>[6]</sup>.

在两核子质心系中, 可以利用标准的 BHF 迭代方案求解 Thompson 方程<sup>[6]</sup>, 从而计算出  $T$  矩阵的在能壳(on-shell)矩阵元. 在两核子 Dirac 旋量空间中, 共有  $4^2 \times 4^2$  个线性独立的两体散射不变振幅. 由于忽略负能量 Dirac 海的贡献, 两核子 Dirac 旋量空间约简为  $2^2 \times 2^2 = 16$  维, 因而独立不变振幅的个数减少到 16 个. 由于对称性(宇称守恒, 总自旋守恒和时间反演不变

性), 在  $T$  矩阵的 16 个在能壳矩阵元中, 只有 5 个是独立的<sup>[4]</sup>. 为了充分利用非相对论多体理论中发展起来的数值方法, 首先在  $|JM\Lambda S\rangle$  表象中求解 Thompson 方程, 得到  $T$  矩阵在  $|JM\Lambda S\rangle$  表象中的矩阵元; 然后通过表象变换将得到的  $T$  矩阵变换到螺旋度表象, 得到  $T$  矩阵在螺旋度表象中的分波表示; 将所有的具有确定总角动量  $J$  的各分波贡献叠加, 就可得到  $T$  矩阵在螺旋度表象中动量空间的矩阵元<sup>[4]</sup>, 即

$$\langle \mathbf{p}\lambda'_1\lambda'_2 | T^I(x) | \mathbf{q}\lambda_1\lambda_2 \rangle = \sum_J \left( \frac{2J+1}{4\pi} \right) \times d_{\lambda'_1\lambda'_2}^J(\theta) \langle \mathbf{p} | \lambda'_1\lambda'_2 | T^{J,I}(x) | \mathbf{q} | \lambda_1\lambda_2 \rangle, \quad (10)$$

其中  $\theta$  是  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{p}$  之间的夹角,  $|\mathbf{p}| = |\mathbf{q}|$ ,  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ,  $\lambda' = \lambda'_1 - \lambda'_2$ , 有关  $d_{\lambda'_1\lambda'_2}^J(\theta)$  的具体形式请参阅文献[4]. 在求解 Thompson 方程时, 为了消除不同角动量分波间的耦合以便简化数值计算, 通常用角平均算子  $\bar{Q}$  来代替 Pauli 算子  $Q$ , 详见文献[4]. 在求解 Thompson 方程的迭代过程中, 采用 Fuch 等的作法, 将 Thompson 传播子中的有效质量用费米面处的值  $\tilde{m}_F^*$  代替<sup>[6-8]</sup>, 在非相对论极限下对应于参考谱近似, 关于参考谱近似在描述核物质饱和曲线时的合理性见文献[21]. 由于反对称化要求, 物理上可实现的角动量分波满足下述选择定则<sup>[21]</sup>:  $(-)^{L+S+I} = -1$ .

### 2.3 $T$ 矩阵的赝标量和赝矢量协变表示

为了计算核子自能, 需要将  $T$  矩阵表示为协变形式. 在两核子正能量态 Dirac 旋量空间中, Thompson 方程的解只有 5 个独立的在能壳矩阵元, 所以需要 5 个线性独立的 Lorentz 协变算符作为基算子. 由于在 DBHF 方法中忽略了核介质中核子负能量态, 因而  $T$  矩阵的协变表示并不是唯一的. 在计算中将考虑两种不同的协变表示, 即赝标量 (pseudo-scalar) 表示和完全的赝矢量 (pseudo-vector) 表示<sup>[8]</sup>. 对于赝标量表示, 所采用的 5 个线性独立的 Lorentz 协变基算子分别为

$$S = 1 \otimes 1, \quad V = \gamma^\mu \otimes \gamma_\mu, \quad T = \sigma^{\mu\nu} \otimes \sigma_{\mu\nu}, \quad (11)$$

$$A = \gamma_5 \gamma^\mu \otimes \gamma_5 \gamma_\mu, \quad P = \gamma_5 \otimes \gamma_5.$$

对于确定的同位旋  $I$ ,  $T$  矩阵可表示为下述协变形式<sup>[8]</sup>:

$$T^I(|\mathbf{p}|, \theta, x) = F_S^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)S + F_V^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)V + F_T^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)T + F_A^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)A + F_P^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)P \quad (12)$$

其中  $\mathbf{p}$  和  $\theta$  分别是质心系中 3 维相对运动动量和核子

之间的散射角. 在螺旋度表象中, 上式可表示为

$$\langle \mathbf{p}'\lambda'_1\lambda'_2 | T^I(x) | \mathbf{p}\lambda_1\lambda_2 \rangle = \sum_m F_m^I(|\mathbf{p}|, \theta, x) \langle \mathbf{p}', \lambda'_1\lambda'_2 | \Gamma_m^I | \mathbf{p}, \lambda_1\lambda_2 \rangle \equiv \sum_m \Gamma_{im}^I(\theta) F_m(|\mathbf{p}|, \theta, x), \quad (13)$$

其中  $\Gamma_m \equiv \{S, V, T, A, P\}$ ;  $i \equiv \{\lambda'_1\lambda'_2; \lambda_1\lambda_2\}$  代表螺旋度量子数;  $F_m$  为 Lorentz 不变量, 被称为 Lorentz 不变振幅<sup>[4]</sup>. 5 个不变振幅  $F_m^I$  可通过(13)式的逆变换由  $T^I$  得到. 核介质中核子的自能可表示为<sup>[8]</sup>

$$\Sigma_{\alpha\beta}(|\mathbf{k}|, k_F) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{\theta(k_F - |\mathbf{q}|)}{\tilde{E}^*(\mathbf{q})} [m1_{\alpha\beta} F_S(|\mathbf{p}|, 0, x) + g_{\alpha\beta}^* F_V(|\mathbf{p}|, 0, x)], \quad (14)$$

这里  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{q}$  分别表示核物质静止参照系中两个相互作用核子的 3 维动量;  $\mathbf{p}$  表示相应的两核子在质心系中相对运动 3 维动量, 与  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{q}$  通过不变能量  $\tilde{s}^* = [\tilde{E}^*(\mathbf{k}) + \tilde{E}^*(\mathbf{q})]^2 - \mathbf{P}^2$  相联系<sup>[15]</sup>:  $|\mathbf{p}| = \sqrt{\tilde{s}^*/4 - \tilde{m}_F^{*2}}$ .

$$F_m(|\mathbf{p}|, 0, x) \equiv \frac{1}{2} [F_m^{I=0}(|\mathbf{p}|, 0, x) + 3F_m^{I=1}(|\mathbf{p}|, 0, x)], \quad (15)$$

下面简要讨论一下完全的赝矢量表示<sup>[7, 8]</sup>. 首先定义下述基算子:

$$PV = \frac{\tilde{p}_1^* - \tilde{q}_1^*}{2\tilde{m}_F^*} \gamma_5 \otimes \frac{\tilde{p}_2^* - \tilde{q}_2^*}{2\tilde{m}_F^*} \gamma_5. \quad (16)$$

根据核介质中核子满足的有效 Dirac 方程(5), 容易得到下述等式:

$$\bar{u}(p, k_F) \frac{\tilde{p}^* - \tilde{q}^*}{2\tilde{m}_F^*} \gamma_5 u(p, k_F) = \bar{u}(p, k_F) \gamma_5 u(p, k_F). \quad (17)$$

其中  $u(p, k_F)$  为正能量 Dirac 旋量. 上式表明: 在正能量 Dirac 态空间, 如果用  $PV$  替代(12)式中的  $P$ ,  $T$  矩阵的矩阵元完全等价, 这恰恰反映了忽略负能量 Dirac 态带来的  $T$  矩阵协变表示的不确定性. 根据文献[7], 在完全的赝矢量表示下,  $T$  矩阵可表示为下述协变形式:

$$T^I(|\mathbf{p}|, \theta, x) = g_S^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)S - g_S^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)\tilde{S} + g_A^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)(A - \tilde{A}) + g_{PV}^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)PV - g_{\tilde{P}\tilde{V}}^I(|\mathbf{p}|, \theta, x)\tilde{P}\tilde{V}, \quad (18)$$

其中协变算子  $\tilde{S}, \tilde{V}, \tilde{T}, \tilde{A}, \tilde{P}, \tilde{P}\tilde{V}$  定义为

$$\tilde{S} \equiv \tilde{S}S, \quad \tilde{V} \equiv \tilde{S}V, \quad \tilde{T} \equiv \tilde{S}T, \quad \tilde{A} \equiv \tilde{S}A, \quad \tilde{P} \equiv \tilde{S}P, \quad \tilde{P}\tilde{V} \equiv \tilde{S}PV, \quad (19)$$

算子  $\tilde{S}$  交换 2 个核子的 Dirac 指标, 即  $\tilde{S}u(1)_\alpha u(2)_\beta = u(1)_\beta u(2)_\alpha$ .  $\tilde{S}, \tilde{V}, \tilde{T}, \tilde{A}, \tilde{P}$  与  $S, V, T, A, P$  可通过 Fierz

变换<sup>[12]</sup>相联系. 关于完全的膺矢量表示更为具体和详细的讨论, 见文献[7]. 在完全的膺矢量表示下, 自能由下式确定:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\alpha\beta}(k, k_F) = & \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{\Theta(k_F - |q|)}{4\tilde{E}^*(q)} \{ (\tilde{k}_{\alpha\beta}^* - \tilde{g}_{\alpha\beta}^*) \times \\ & \frac{2\tilde{q}_\mu^* (\tilde{k}^{*\mu} - \tilde{q}^{*\mu})}{4\tilde{m}_F^{*2}} g_{\bar{P}\bar{V}} + \tilde{m}_F^* 1_{\alpha\beta} [4g_S - g_S + \\ & 4g_A - \frac{(\tilde{k}^{*\mu} - \tilde{q}^{*\mu})^2}{4\tilde{m}_F^{*2}} g_{\bar{P}\bar{V}}] + \\ & \tilde{g}_{\alpha\beta}^* [-g_S + 2g_A - \frac{(\tilde{k}^{*\mu} - \tilde{q}^{*\mu})}{4\tilde{m}_F^{*2}} g_{\bar{P}\bar{V}}] \}. \quad (20) \end{aligned}$$

### 3 结果和讨论

#### 3.1 核子自能及其密度依赖性

为了研究不同的协变表示对核子自能及其密度依赖性的影响, 图1和图2中分别给出了在膺标量( $ps$ )和完全的膺矢量( $pv$ )表示2种情况下, 当费米动量分别为  $k_F = 1.34, 1.7$  和  $2.0 \text{ fm}^{-1}$  (对应的核子数密度分别为  $\rho = 0.16, 0.33$  和  $0.54 \text{ fm}^{-3}$ ) 时, 核物质中核子自能各分量随动量的变化. 由图中可以看到, 无论是采用膺标量表示还是完全的膺矢量表示, 自能的标量部分  $\Sigma_s$  的贡献均具有很强的吸引力, 而自能的矢量部分的类时间分量的贡献  $-\Sigma_0$  均具有很强的排斥性. 核物质状态方程正是这两个具有相同数量级的很大但相反的贡献相互抵消的结果. 在核物质经验饱和密度  $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$  处, 尽管费米动能  $t_F \approx 36 \text{ MeV}$  远小于核子的质量, 但核子自能的标量分量  $\Sigma_s$  和矢量部分的类时间分量  $\Sigma_0$  均具有与核子质量相同的数量级, 因而相对论效应对核子自能的标量和矢量分量均会产生重要修正. 核物质状态方程的势能部分是由具有吸引力的标量部分和具有排斥性的矢量部分的贡献相互抵消的结果, 正是由于相对论效应对核子自能的标量和矢量分量修正的不同导致了对核物质状态方程的相对论修正, 这一相对论修正是随密度增加而增强的排斥贡献, 对正确描述核物质饱和点性质起着关键性作用<sup>[16, 17]</sup>.

在膺标量和完全的膺矢量两种表示下, 自能标量分量  $\Sigma_s$  的吸引性和矢量分量  $-\Sigma_0$  的排斥性均随核子数密度的增大而增强. 对于膺标量表示, 核子自能各分量均具有较强的动量相关性; 而对于完全的膺矢量表示, 自能各分量的动量相关性很弱. 这主要是由于  $\pi$  介子对自能的贡献在膺标量和完全的膺矢量表示下的差异所导致的<sup>[7]</sup>. 研究表明<sup>[10, 12]</sup>: 如果对  $\pi\text{NN}$  相互作用顶点采用膺标量处理, 则单  $\pi$  交换对低动量区域核子自能的贡献具有强烈的动量依赖性. 这一强烈的动

量依赖性主要是由于在膺标量表示下, 正能量态和负能量态通过  $T$  矩阵的强耦合所导致的<sup>[7, 8]</sup>.

尽管自能各分量的大小对于密度具有显著的依赖性, 但在不同密度下, 自能各分量具有的动量相关性却十分相似, 也就是说自能的动量相关性对于密度的依赖性较弱. 这也表明  $T$  矩阵的不同协变表示对自能的动量相关性起主导作用.

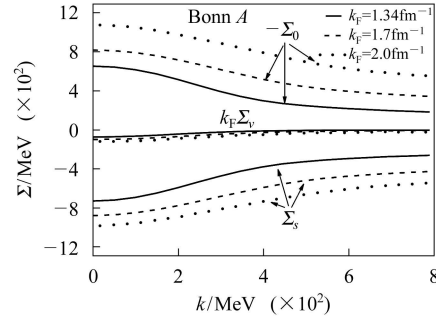


图 1 在  $T$  矩阵的膺标量表示下, 采用 Bonn A 作为现实核子-核子相互作用, 计算得到的核子自能随动量的变化关系

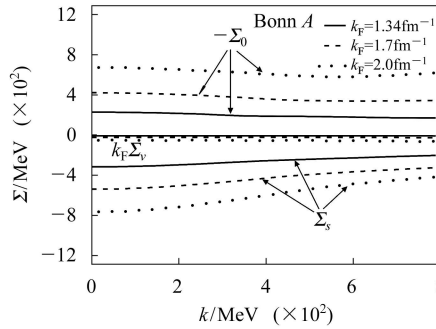


图 2 在  $T$  矩阵的完全的膺矢量表示下, 采用 Bonn A 作为现实核子-核子相互作用, 计算得到的核子自能各分量随动量的变化关系

为了讨论不同的协变表示对单核子能量及其密度依赖性的影响, 在图3和图4中分别给出了在膺标量和完全的膺矢量表示下, 当费米动量分别为  $k_F = 1.34, 1.7$  和  $2.0 \text{ fm}^{-1}$  时, 核物质中单核子能量随动量的变化关系. 在 DBHF 方法中, 单核子能量由下式给出<sup>[3, 7, 16]</sup>

$$\varepsilon = \frac{\tilde{m}^*(k)}{\tilde{E}^*(k)} \langle \bar{u}(\mathbf{k}) | \gamma \cdot \mathbf{k} + M + \Sigma(k) | u_\lambda(\mathbf{k}) \rangle.$$

图中结果表明: 在膺标量表示下, 单核子能量随密度升高而单调增大, 特别是当密度由  $\rho = 0.33$  增加到  $0.54 \text{ fm}^{-3}$  时, 单核子能量随密度升高而增加的程度尤为剧烈. 这主要是由于核子自能的标量贡献和矢量贡献密度依赖的不同所导致的. 由图1可以看到: 在膺标量表示下, 当密度由  $\rho = 0.33$  增加到  $0.54 \text{ fm}^{-3}$  时, 核子自能矢量分量排斥性增强的速度要比其标量分量

吸引力增强的速度快得多. 与赝标量表示不同, 在完全的赝矢量表示下, 单核子能量的深度先是随密度升高而增大, 然后当密度足够高时, 其深度随密度升高而变浅; 而且采用完全的赝矢量表示所预言的单核子能量随密度变化的幅度要远小于采用赝标量表示得到的结果. 当采用赝标量表示时, 计算得到的单核子能量的密度依赖性与非相对论性BHF理论预言的结果差别很大; 而在完全的赝矢量表示下计算得到的结果与BHF的理论预言较为接近. 这与文献[7]通过讨论核子自能相关性得到的结论相一致.

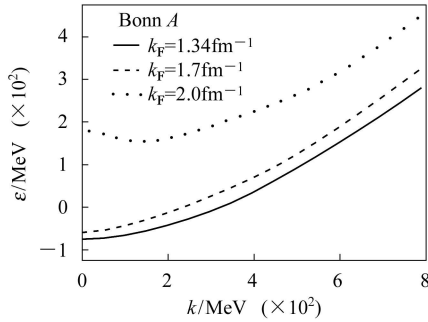


图3 在 $T$ 矩阵的赝标量表示下, 采用Bonn A作为现实核子-核子相互作用, 计算得到的单核子能量随动量的变化

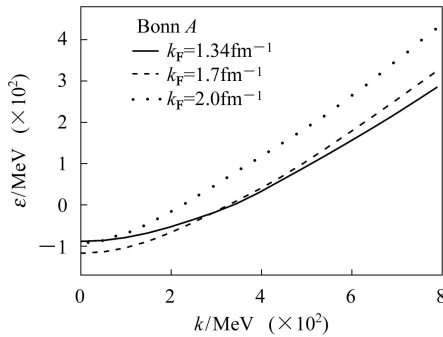


图4 在 $T$ 矩阵完全的赝矢量表示下, 采用Bonn A作为现实核子-核子相互作用, 计算得到的单核子能量随动量的变化

### 3.2 Hugenholtz-Van Hove 定理

Hugenholtz-Van Hove (HVH) 定理<sup>[13]</sup>是将核物质状态方程(整体性质)与单粒子性质联系起来的一个基本统计热力学关系, 它反映了微扰方法中给定近似等级的内在自洽性. 研究表明<sup>[14, 22-26]</sup>: 在非相对论BHF理论框架内, 质量算子的最低阶BHF近似严重地破坏了HVH定理, 反映了基态关联效应对核物质单粒子性质的重要性. 根据热统计力学基本原理, 对于处于零温下核子数密度为 $\rho$ 的核物质, HVH定理可

表示为

$$\frac{E(\rho)}{A} + \frac{P(\rho)}{\rho} = \varepsilon_F(\rho), \quad (21)$$

其中 $P(\rho)$ 是压强, 通过热力学定义 $P(\rho) = \rho^2 \frac{\partial [E(\rho)/A]}{\partial \rho}$ 计算;  $\varepsilon_F(\rho)$ 表示核子的费米能量, 由单核子能量决定<sup>[7]</sup>;  $E(\rho)/A$ 为每核子的结合能. 在DBHF方法中, 每核子的结合能由下式给出<sup>[7]</sup>

$$E/A = \frac{1}{\rho} \sum_{k, \lambda} \langle \bar{u}_\lambda(\mathbf{k}) | \gamma \cdot \mathbf{k} + M + \frac{1}{2} \sum (k) | u_\lambda(\mathbf{k}) \rangle \frac{\tilde{m}^*(k)}{\bar{E}^*(k)} - M. \quad (22)$$

为了讨论不同的 $T$ 矩阵协变表示对HVH定理的满足程度的影响, 在图5中分别给出了在赝标量和完全的赝矢量表示下, (21)式两端 $E/A + P/\rho$ 和 $\varepsilon_F$ 随密度的变化关系. 由图中结果可以看到: 在赝标量表示下, 计算得到的 $E/A + P/\rho$ 和 $\varepsilon_F$ 差别很小, 两者所对

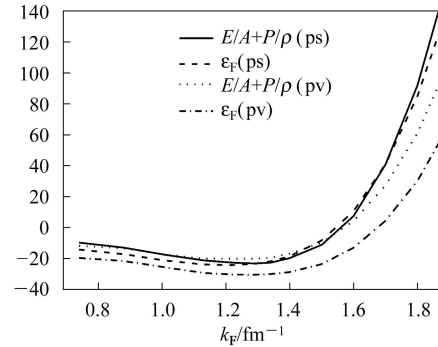


图5 在 $T$ 矩阵的赝标量和完全的赝矢量表示下, 等式(21)两端 $E/A + P/\rho$ 和 $\varepsilon_F$ 随费米动量的变化

应的曲线几乎完全重合; 特别是在饱和点( $k_F = 1.34 \text{ fm}^{-1}$ )附近, 两者相差不到1MeV. 上述结果表明: 在赝标量表示下, HVH定理被破坏的程度相当微弱, 这说明赝标量表示在很大程度上抹掉了核介质中基态关联效应, 也就是说赝标量表示不能反映出基态关联效应对核子自能的重要影响. 对于完全的赝矢量表示, 计算得到的 $E/A + P/\rho$ 和 $\varepsilon_F$ 在我们考虑的整个密度范围内均具有较大的差别, 而且两者的偏离在高密度区域尤为显著; 在饱和密度附近, 两者的偏离大约为11MeV, 与非相对论BHF理论方法计算得到的14MeV<sup>[14]</sup>相当接近. 这表明在完全的赝矢量表示下, 在DBHF理论框架内核子自能的最低阶近似较为严重地破坏了HVH定理, 这也正是基态关联效应对核物质中单核子性质的重要性的反映, 与在非相对论BHF理论框架内得到的结论<sup>[14]</sup>相一致. 研究表明<sup>[27]</sup>: 在能壳 $\pi$ NN耦合基本上具有赝矢量特性. 正如

Fuchs 等所指出的<sup>[7, 8]</sup>,  $T$  矩阵完全的膺矢量表示与根据质子-核散射实验数据得到的有关经验知识更为符合; 而且  $T$  矩阵完全的膺矢量表示强烈地抑制了与负能量态的耦合, 与 DBHF 理论框架内忽略负能量态贡献的近似方案更为一致. 因而通常认为  $T$  矩阵完全的膺矢量比膺标量表示更为可取<sup>[7, 8]</sup>. 上述有关 HVH 定理的结果表明: 在膺标量表示下, 基态关联效应对核子自能的高阶修正不能被反映出来, 恰恰说明了膺标量表示具有一定程度的不合理性; 而采用完全的膺矢量表示则能够反映出基态关联效应对单核子性质具有重要影响. 核物质中, 基态粒子-空穴关联对单核子性质(如单核子能量, 核子有效质量, 准粒子强度, 核子平均自由程等)有相当显著的效应<sup>[14, 22—26, 28—30]</sup>. 基态关联效应的主要表现之一就是: 在 BHF 理论框架内, 单核子能量的最低阶近似(BHF 近似)严重地破坏了 HVH 定理<sup>[14]</sup>. 因此上述结果从另一角度进一步证实了  $T$  矩阵完全的膺矢量表示要优于膺标量表示.

另外, 通过比较图 5 中实线和点线还可以看到: 在膺标量和完全的膺矢量两种不同的协变表示下, HVH 定理中与单核子性质相联系的费米能量  $\epsilon_F$  相差很大, 这主要是由于不同的协变表示直接影响核子自能 Lorentz 结构中的矢量和标量分量; 在两种不同的协变表示下, 与核物质整体性质相关的部分(即  $E/A+P/\rho$ ) 也具有一定差别, 这主要是由于不同的协变表示通过核子自能和自洽 DBHF 迭代过程会对核物质整体性质产生间接影响<sup>[6]</sup>. 另外, 由于核子自能的间接影响, 不同协变表示下核物质饱和曲线也会有一定差别<sup>[8]</sup>. 上述结果也说明了不同的协变表示对 HVH 定理满足程度的影响主要来自于不同的协变表示对于核子自能的影响, 因而为了得到较为可靠的单核子性质, 不仅需要考虑核子自能最低阶 BHF 近似, 还需要考虑基态关联效应导致的对核子自能的高阶贡献<sup>[14]</sup>.

## 4 总结

在 DBHF 理论框架内, 对  $T$  矩阵采用膺标量和完全的膺矢量两种不同的协变表示方案, 计算了零温核物质的整体性质(每核子能量和压强)和单核子能量, 讨论了核子自能各分量的动量相关性随核子数密度的变化关系, 并进一步讨论了 HVH 定理, 特别是着重研究了  $T$  矩阵的不同的协变表示对 HVH 定理满足程度的影响. 结果表明: 1) 不同的协变表示对核子自能各分量的动量相关性均有明显影响, 而对核子自能动量相关性的密度依赖的影响相对要弱得多. 在膺标量表示下, 自能标量分量和矢量分量在低动量区域均具有很强的动量相关性, 而在完全的膺矢量表示下, 核子自能的动量相关性相当弱; 2) 在不同的协变表示下, 计算得到的单核子能量的密度依赖关系差异相当大. 采用完全的膺矢量表示得到的单核子能量随密度的变化关系与非相对论 BHF 理论方法的结果较为接近; 3) 在 DBHF 理论框架内, 采用膺标量和完全的膺矢量两种不同的协变表示所预言的核物质中 HVH 定理所达到的满足程度完全不同. 在膺标量表示下, HVH 定理基本上没有被破坏, 意味着采用膺标量表示不能反映出基态关联对核子自能的重要效应; 在完全的膺矢量表示下, 在 DBHF 理论框架内核子自能的最低阶近似较为严重地破坏了 HVH 定理, 与非相对论 BHF 理论框架内得到的结论<sup>[14]</sup> 相一致, 也正是基态关联效应对核物质中单核子性质的重要性的一种体现. 这表明  $T$  矩阵完全的膺矢量表示要比膺标量表示更为可取. 为了在相对论性 Dirac Brueckner 理论框架内定量研究基态粒子-空穴关联效应对核物质中单核子性质的贡献, 需要将现有 DBHF 理论方法加以扩展, 计算有效相互作用  $T$  矩阵的离能壳矩阵元<sup>[22]</sup>, 进而计算基态关联效应对核子自能的高阶修正, 此工作正在进行中.

## 参考文献(References)

- 1 Fuchs C. Lect. Notes. Phys., 2004, **641**: 119
- 2 Anastasio M R, Celenza L S, Shakin C M. Phys. Rev. Lett., 1980, **45**: 2096; Anastasio M R, Celenza L S, Pong W S et al. Phys. Rep., 1983, **100**: 327
- 3 Machleidt R. Adv. Nucl. Phys., 1986, **19**: 189; Brockmann R, Machleidt R. Phys. Rev., 1990, **C42**: 1965
- 4 Horowitz C J, Serot B D. Nucl. Phys., 1987, **A464**: 613
- 5 Haar B T, Malfiet R. Phys. Rep., 1987, **149**: 207; Phys. Rev. Lett., 1987, **59**: 1652
- 6 Sehn L, Fuchs C, Faessler A. Phys. Rev., 1997, **C56**: 216
- 7 Fuchs C et al. Phys. Rev., 1998, **C58**: 2022
- 8 Gross-Boeltling T, Fuchs C, Faessler A. Nucl. Phys., 1999, **A648**: 105
- 9 Jong F D, Lenske H. Phys. Rev., 1998, **C58**: 890
- 10 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 1
- 11 MA Z Y, LIU L. Phys. Rev., 2002, **C66**: 024321
- 12 Tjon J A, Wallace S J. Phys. Rev., 1985, **C32**: 267
- 13 Hugenholtz N M, Hove L V. Physica (Amsterdam), 1958, **24**: 363
- 14 ZUO W, Bombaci I, Lombardo U. Phys. Rev., 1999, **C60**: 024605; ZUO W, Lombardo U, LI Z H et al. HEP & NP, 2003, **27**: 31(in Chinese)  
(左维, Lombardo U, 李增花等. 高能物理与核物理, 2003, **27**: 31)
- 15 Salpeter E E, Bethe H A. Phys. Rev., 1951, **84**: 1232
- 16 Brown G E, Weise W, Baym G et al. Comments Nucl.

- Phys., 1987, **17**: 39
- 17 ZUO W, Lejeune A, Lombardo U et al. Nucl. Phys., 2002, **A706**: 418; ZUO W, Lombardo U. HEP & NP, 2002, **26**: 1134(in Chinese)  
(左维, Lombardo U. 高能物理与核物理, 2002, **26**: 1134); ZUO W et al. HEP & NP, 2005, **29**: 1061(in Chinese)  
(左维等. 高能物理与核物理, 2005, **29**: 1061)
- 18 Yaes R J. Phys. Rev., 1971, **D3**: 3086; Brockmann R, Machleidt R. The Dirac-Brueckner Approach. In Nuclear Methods and the Nuclear Equation of State. Baldo M ed. Singapore: World Scientific, 1999. 121
- 19 Thompson R H. Phys. Rev., 1970, **D1**: 110
- 20 Blankenbecler R, Sugar R. Phys. Rev., 1966, **142**: 1051; Partovi M H, Lomon E L. Phys. Rev., 1970, **D2**: 1999
- 21 Bethe H A, Brandow B H, Petschek A G. Phys. Rev., 1963, **129**: 225; Baldo M. The Many-body Theory of the Nuclear EOS. In Nuclear Methods and the Nuclear Equation of State. Baldo M ed. Singapore: World Scientific, 1999. 1
- 22 Jeukenne J P, Lejeune A, Mahaux C. Phys. Rep., 1976, **25C**: 83
- 23 Baldo M, Bombaci I, Ferreira L S et al. Phys. Lett., 1988, **B209**: 135
- 24 Hufner J, Mahaux C. Ann. Phys., 1972, **73**: 525; Grangé P, Cugnon J, Lejeune A. Nucl. Phys., 1987, **A473**: 365
- 25 ZUO W, Lombardo U, Schulze H J. Phys. Lett., 1998, **B432**: 241
- 26 ZUO W, Giansiracusa G, Lombardo U. Phys. Lett., 1998, **B421**: 1
- 27 Kondratyuk S, Scholten O. Phys. Rev., 1999, **C59**: 1070
- 28 Frick T, Gad Kh, Muther H. Phys. Rev., 2002, **65**: 034321
- 29 Baldo M, Bombaci I, Giansiracusa G et al. Phys. Rev., 1990, **C41**: 1748
- 30 Baldo M, Bombaci I, Giansiracusa G et al. Nucl. Phys., 1991, **A530**: 135

## DBHF Approach and Thermodynamic Consistency for Nuclear Matter Calculations\*

LUO Pei-Yan<sup>1,2</sup> ZUO Wei<sup>1:1)</sup> LI Zeng-Hua<sup>1,2</sup> YONG Gao-Chan<sup>1,2</sup> XU Zhong-Feng<sup>1</sup>

1 (Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

2 (Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** Within the framework of Dirac Brueckner-Hartree-Fock (DBHF) approach, we calculate the energy per nucleon, the pressure, the nucleon self-energy and the single-nucleon energy in the nuclear matter by adopting two different covariant representations for  $T$ -matrix. We mainly investigate the influence of different covariant representations on the satisfiable extent of the Hugenholtz-Van Hove (HVH) theorem in the nuclear medium in the framework of DBHF. By adopting the two different covariant representations of  $T$ -matrix, the predicted nucleon self-energy shows a quite different momentum and density dependence. Different covariant representations affect remarkably the satisfiable extent of the HVH theorem. By adopting the complete pseudo-vector representation of the  $T$ -matrix, HVH theorem is largely violated, which is in agreement with the result in the non-relativistic Brueckner-Hartree-Fock approach and reflects the importance of ground state correlations for single nucleon properties in nuclear medium, whereas by using the pseudo-scalar representation, the ground state correlation cannot be shown. It indicates that the complete pseudo-vector presentation is more feasible than the pseudo-scalar one.

**Key words** DBHF approach, nuclear matter, nucleon self-energy, HVH theorem

Received 26 December 2005

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (10575119, 10235030, 10175082), Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Science (KJCX2-SW-N02), Major State Basic Research Development Program (G2000077400) and Important Pre-research Project of the Chinese Ministry of Science and Technology (2002CCB00200)

1) E-mail: zuowei@impcas.ac.cn