

相对论平均场理论中的张量项对 自旋-轨道劈裂的影响*

吕洪凤¹ 孟杰^{1,2,3;1)}

1 (北京大学物理学院 北京 100871)

2 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

3 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 在相对论平均场理论中引入同位旋标量-矢量介子 ω 张量项,以 ^{208}Pb 为例,研究了张量项对原子核平均势场、介子场、自旋-轨道耦合势、单粒子能级的自旋-轨道劈裂和原子核壳层结构等的影响.结果发现张量项对核子平均势的影响主要表现在原子核的表面.随着张量耦合强度的增加,自旋-轨道耦合势增强,单粒子能级的自旋-轨道劈裂增大,从而导致原子核单粒子能级的壳层结构发生很大变化,传统幻数所对应的主壳消失,新的主壳出现.

关键词 相对论平均场理论 张量项 自旋-轨道劈裂 壳层结构

1 引言

近20多年来,相对论平均场(Relativistic Mean Field,以下简称RMF)理论在描述原子核性质方面取得了很大的成功^[1-4].与非相对论平均场理论相比,RMF理论具有更好的微观基础:核子之间的相互作用通过交换介子来实现.其中, σ 和 ω 介子分别提供核子-核子相互作用的长程吸引和短程排斥部分, ρ 介子给出核性质的同位旋相关性,质子之间的库仑相互作用由交换光子来实现.相应地,核子在介子场提供的标量势(-400MeV)和矢量势(350MeV)中运动,这对于正确地给出核物质的饱和性质以及理解赝自旋对称性和反核子谱的自旋对称性的起源^[5-7]是至关重要的.

在RMF理论中,相对论效应可以自动给出自旋-轨道耦合相互作用.这克服了非相对论理论中自旋-轨道耦合必须人为引入的缺点.由于RMF理论自洽给出了自旋-轨道耦合相互作用的同位旋相关性,因此从RMF理论出发,考虑连续谱的贡献,可以很好

地描述远离 β 稳定线的原子核^[4]和晕核现象^[8].

事实上为了更好地描述远离 β 稳定线的原子核,原子核的对称能和自旋-轨道耦合势与连续谱的贡献同等重要.文献[9]的研究表明,RMF理论可以很好地给出实验上原子核对称能随质量数和中子质子比的变化趋势.与之比较,虽然自旋-轨道劈裂的一般趋势可以由RMF理论很好地给出,但是, $^{\text{O}}$ 同位素的中子滴线和 ^{11}Be 的能级反转等问题,仍然是对RMF理论的挑战.为此,本文旨在探讨RMF理论中同位旋标量-矢量介子 ω 张量项对自旋-轨道劈裂及相应单粒子能级结构所产生的影响.

在RMF理论中,自旋-轨道耦合势主要源于矢量势 V 和标量势 S 的微商,与原子核的表面性质密切相关.另外,在核表面起重要作用的矢量介子与核子间的张量耦合, $\frac{f_{\omega}}{2m}\bar{\psi}(i\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}\partial^{\nu}\omega^{\mu})\psi$,对自旋-轨道耦合势也有影响^[10-12].本文将以 ^{208}Pb 为例,研究自旋-轨道劈裂及相应单粒子能级结构随 ω 张量耦合常数的变化.

2005-10-18 收稿

*国家重点基础研究发展规划(G2000077407)和国家自然科学基金(10447101, 10435010, 10221003)资助

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn

2 理论框架

相对论平均场理论的出发点是含有重子和介子自由度的有效拉氏量密度. 它把重子看成是在同位旋标量-标量 σ 介子、同位旋标量-矢量 ω 介子、同位旋矢量-矢量 ρ 介子和光子 γ 产生的势场中运动的 Dirac 粒子. 引入 ω 张量项后, 描述由核子、介子组成的核多体束缚系统的拉氏量密度为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(\not{\partial} - g_\omega \not{\omega} - g_\rho \not{\rho} \boldsymbol{\tau} - \frac{1}{2}e(1 - \tau_3) A - g_\sigma \sigma - \\ & m)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3}g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4}g_3 \sigma^4 - \\ & \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{4}c_3(\omega_\mu \omega^\mu)^2 - \\ & \frac{1}{4}\mathbf{R}_{\mu\nu} \mathbf{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \\ & \frac{f_\omega}{2m} \bar{\psi}(i\gamma_\mu \gamma_\nu \partial^\nu \omega^\mu)\psi, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 ψ 是描述核子的 Dirac 旋量, m 对应核子的质量, m_σ , g_σ , m_ω , g_ω , m_ρ , g_ρ 分别是 σ , ω 和 ρ 介子的质量和耦合常数, g_2 , g_3 和 c_3 分别为 σ 和 ω 介子的自耦合常数. f_ω 是 ω 介子的张量耦合常数, ω 和 ρ 介子以及电磁场的张量形式分别为, $\Omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu$, $\mathbf{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \rho^\nu - \partial^\nu \rho^\mu - g_\rho(\rho^\mu \times \rho^\nu)$, $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. 对拉氏量密度进行变分, 可以得到核子和介子的耦合运动方程.

对于具有球对称性的原子核, 核子所满足的径向运动方程为

$$\varepsilon_\alpha G_\alpha = \left(-\frac{d}{dr} + \frac{\kappa_\alpha}{r} + V_T \right) F_\alpha + (m + S + V)G_\alpha, \quad (2a)$$

$$\varepsilon_\alpha F_\alpha = \left(\frac{d}{dr} + \frac{\kappa_\alpha}{r} + V_T \right) G_\alpha - (m + S - V)F_\alpha, \quad (2b)$$

其中, 矢量势 $V = g_\omega \omega_0 + \frac{1}{2}g_\rho \rho_0 \tau_{3,\alpha} + eA_0 \frac{1 + \tau_{3,\alpha}}{2}$, 标量势 $S = g_\sigma \sigma$, 张量势 $V_T = -\frac{f_\omega}{2m} \partial_r \omega_0$. 这里的 α 标志相应的量子数. 将 Dirac 方程化为类 Schrödinger 方程形式, 可以得到相应的自旋-轨道势:

$$V_{so} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = \left[\frac{1}{2\bar{m}^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (V - S) - \frac{2V_T}{\bar{m}} \frac{1}{r} \right] \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \equiv (V_{so}^0 + V_{so}^T) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}, \quad (3a)$$

$$\bar{m} = m - \frac{1}{2}(V - S), \quad (3b)$$

相应地, 描述介子运动的径向方程为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\sigma^2 \right) \sigma = -g_\sigma \rho_s - g_2 \sigma^2 - g_3 \sigma^3, \quad (4a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\omega^2 \right) \omega_0 = g_\omega \rho_v - c_3(\omega_0)^3 + \frac{f_\omega}{2m} \rho_v^T, \quad (4b)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + m_\rho^2 \right) \rho_0 = \frac{1}{2}g_\rho \rho_{03}, \quad (4c)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) A_0 = e\rho_c, \quad (4d)$$

其中, 各个介子运动方程的源项可以通过相应的核子密度得到

$$\rho_s(r) = \sum_{\alpha}^{\text{occ}} \omega_\alpha \left(\frac{2j_\alpha + 1}{4\pi r^2} \right) (|G_\alpha(r)|^2 - |F_\alpha(r)|^2), \quad (5a)$$

$$\rho_v(r) = \sum_{\alpha}^{\text{occ}} \omega_\alpha \left(\frac{2j_\alpha + 1}{4\pi r^2} \right) (|G_\alpha(r)|^2 + |F_\alpha(r)|^2), \quad (5b)$$

$$\rho_v^T(r) = \sum_{\alpha}^{\text{occ}} \omega_\alpha \left(\frac{2j_\alpha + 1}{4\pi r^2} \right) \partial_r [2G_\alpha(r)F_\alpha(r)], \quad (5c)$$

$$\rho_{03}(r) = \sum_{\alpha}^{\text{occ}} \omega_\alpha \left(\frac{2j_\alpha + 1}{4\pi r^2} \right) (|G_\alpha(r)|^2 + |F_\alpha(r)|^2) \tau_{3,\alpha}, \quad (5d)$$

$$\rho_c(r) = \sum_{\alpha}^{\text{occ}_p} \omega_\alpha \left(\frac{2j_\alpha + 1}{4\pi r^2} \right) (|G_\alpha(r)|^2 + |F_\alpha(r)|^2). \quad (5e)$$

3 计算结果与讨论

Dirac 方程(2)式和 Klein-Gordon 方程(4)式组成的耦合方程组可以在坐标空间, 大小为 20fm, 步长为 0.1fm 的盒子中, 利用平均场近似进行自洽求解^[8]. 本文以 ^{208}Pb 为例, 选取有效相互作用 PK1 参数组^[13], 研究张量项对自旋-轨道劈裂的影响.

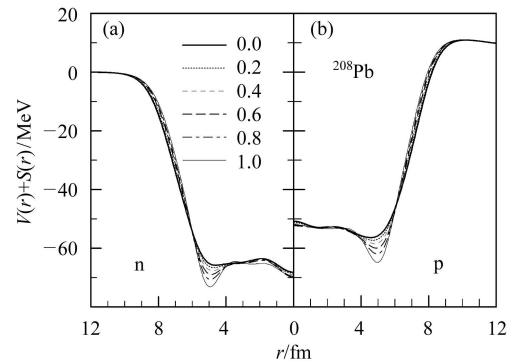


图 1 引入张量项 ($f_\omega/g_\omega = 0, 0.2, \dots, 1.0$) 后, ^{208}Pb 的平均势 $V(r) + S(r)$

图 1 中给出了当 f_ω/g_ω 分别为 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 和 1.0 时所对应的中子(a)和质子(b)势 $V(r) + S(r)$. 可以看出, 张量项对平均势的影响主要表现在表面

($r=4-6\text{fm}$): 随着 f_ω/g_ω 从0变化到1, 表面的中子平均势有一个谷, 幅度从 -65MeV 变化到 -73MeV ; 相应地, 质子平均势也有一个谷, 幅度从 -57MeV 变化到 -65MeV .

为进一步理解图1所示结果, 在图2中给出了引入张量项 ($f_\omega/g_\omega = 0, 0.2, \dots, 1.0$) 后, σ , ω , ρ 介子场及 ω 介子张量耦合对平均势的贡献, 即公式(2)中的 $V_\sigma = g_\sigma \sigma$, $V_\omega = g_\omega \omega_0$, $V_\rho = g_\rho \rho_0$, 和 $V_T = -\frac{f_\omega}{2m} \partial_r \omega_0$.

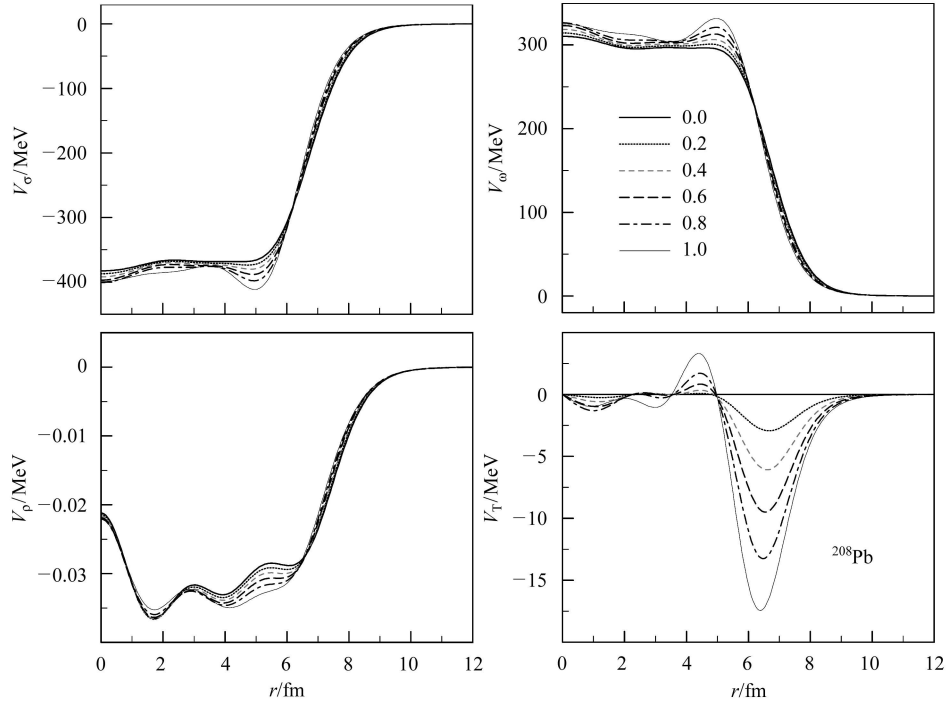


图2 引入张量项 ($f_\omega/g_\omega = 0, 0.2, \dots, 1.0$) 后, ^{208}Pb 中的 σ , ω , ρ 介子场及 ω 介子张量耦合对平均势的贡献

$$\text{其中 } V_\sigma = g_\sigma \sigma, V_\omega = g_\omega \omega_0, V_\rho = g_\rho \rho_0, V_T = -\frac{f_\omega}{2m} \partial_r \omega_0.$$

由公式(3a), 可以研究介子场和张量项部分对自旋-轨道势的贡献. 图3中给出了核子自旋-轨道耦合势随张量耦合常数的变化, 左图为自旋-轨道耦合势 $V_{so}^0 = \left[\frac{1}{2\bar{m}^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (V-S) \right]$, 右图为张量部分的贡献 $V_{so}^T = \left[-\frac{2}{\bar{m}} \frac{1}{r} V_T \right]$, 其中, V 为矢量势, S 为标量势, $\bar{m} = m - \frac{1}{2}(V-S)$. 实际上, 张量项对总自旋-轨道耦合势的影响包括直接贡献 V_{so}^T 以及张量项对矢量势 V 和标量势 S 的影响所导致的间接部分. 从图中可以看到, 无论是直接贡献还是间接贡献, 张量项的引入对自旋-轨道耦合势 V_{so} 的影响都非常大: 对于 $r=0\text{fm}$, 中子的 V_{so} 在 $f_\omega = 0$ 时为 -0.8MeV , $f_\omega = 0.8g_\omega$ 时为 -4.0MeV ; 质子的 V_{so} 在 $f_\omega = 0$ 时为 -1.5MeV , $f_\omega = 0.8g_\omega$ 时为 -5.0MeV ; 对于 $r=6\text{fm}$,

随着张量耦合常数的增加, ω 介子场提供的排斥势 V_ω , σ 介子场引起的吸引势 V_σ , 和反映同位旋效应的 V_ρ 均在原子核表面明显增强. 而且, 在原子核的表面 ($r=4-6\text{fm}$), V_σ 比 V_ω 略大一些, 从而给出图1中原子核表面的平均势谷. 虽然张量项对原子核内部 ($r < 4\text{fm}$) 的 V_σ 和 V_ω 均有较大影响, 但是由于两者的幅度相当, 所以没有在平均势 $V(r)+S(r)$ 中体现出来. 张量项对势的贡献 V_T 正比于 ω 介子场的微商, 随着张量耦合常数的增加而单调增加.

中子和质子的 V_{so} 值均从 $f_\omega = 0$ 时的 -1.7MeV 增加到 $f_\omega = g_\omega$ 时的 -4.0MeV . 这表明了讨论与自旋-轨道耦合相关问题时引入张量项的重要性.

从图4可以看出, 中子和质子单粒子能级的自旋轨道劈裂随着 f_ω/g_ω 的增加而增大. 而且, 如果轨道角动量 l 愈大, 则自旋轨道劈裂也愈大. 对所有的单粒子能级, $f_\omega/g_\omega = 1.0$ 时的自旋轨道劈裂比 $f_\omega/g_\omega = 0$ 时增加了约一倍. 应该注意到, 计算的单粒子能级的自旋轨道劈裂与实验值在 $f_\omega/g_\omega = 0$ 时最为符合, 这主要因为在调节参数组时, ^{208}Pb 的单粒子谱都会作为输入量. 因此, 这并不表示合理的张量项强度应为零. 事实上, 合适的张量项强度应该在调节参数组时, 与其他参数一样统一地定出. 另外, 本文的主要目的是研究张量项的引入而导致的能级壳层变化. 为此, 合适的张量项强度如何确定不在本文讨论范围.

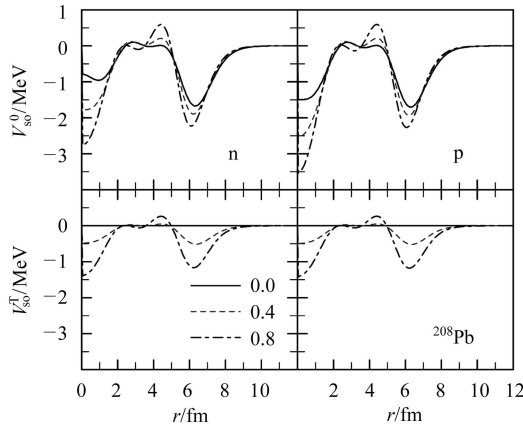


图 3 引入张量项 ($f_{\omega}/g_{\omega} = 0.0, 0.4, 0.8$) 后, ^{208}Pb 的自旋-轨道势

左图为自旋-轨道耦合势 $V_{so}^0 = \left[\frac{1}{2\bar{m}^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (V-S) \right]$,
 右图为张量部分的贡献 $V_{so}^T = \left[-\frac{2}{\bar{m}} \frac{1}{r} V_T \right]$, 其中, V 为矢量势, S 为标量势, $\bar{m} = m - (V-S)/2$.

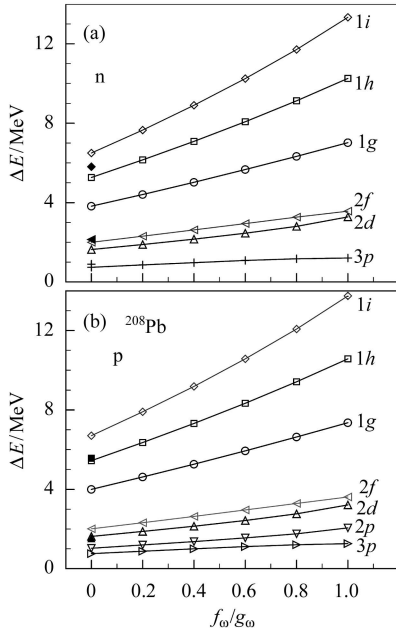


图 4 引入张量项 ($f_{\omega}/g_{\omega} = 0.0, 0.2, \dots, 1.0$) 后, ^{208}Pb 的中子 (a) 和质子 (b) 单粒子能级的自旋-轨道劈裂 $E_{ls} = \frac{\epsilon_{nlj=l-1/2} - \epsilon_{nlj=l+1/2}}{2l+1}$ 随张量耦合常数的变化

其中, 实心符号分别对应中子 $3p, 2f, 1i$ 和质子 $2d, 1h$ 的实验值^[14].

由于自旋轨道劈裂的增加, 引起了原子核的壳结构的改变. 为了研究原子核的壳层结构在引入张量项后的改变, 图 5 给出了 ^{208}Pb 中, 核子费米面附近的单

粒子能级随张量耦合常数的变化. 由于张量项的引入使得自旋轨道伙伴态的能级劈裂增大, 从而出现了不同的壳层结构: 在 $f_{\omega}/g_{\omega} = 0.0-0.4$ 时, 张量项的引入对壳层结构影响可以忽略; 在 $f_{\omega}/g_{\omega} = 0.4-0.6$ 时, 计算结果更为接近实验值; 在 $f_{\omega}/g_{\omega} > 0.6$ 时, 传统幻数 $Z = 82$ 和 $N = 128$ 所对应的主壳消失, 取而代之的是新的壳 $Z = 70, 76, 106$ 和 $N = 106, 114, 142$. 由此结果, 可以预计在引入张量项后, 有望解决标准 RMF 理论不能解释的关于 O 同位素的中子滴线和 ^{11}Be 的能级反转等问题, 有关问题正在研究之中, 将另文发表.

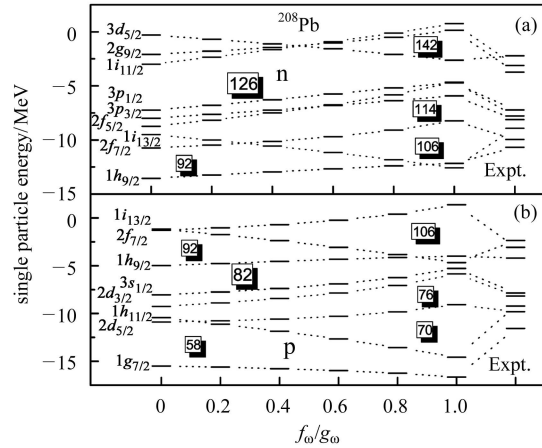


图 5 引入张量项 ($f_{\omega}/g_{\omega} = 0, 0.2, \dots, 1.0$) 后, ^{208}Pb 中子 (a)、质子 (b) 费米面附近的单粒子能级, 实验值 (Expt.) 取自文献^[14]

4 总结

本文讨论了相对论平均场理论引入同位旋标量-矢量介子 ω 张量项对自旋-轨道耦合劈裂所产生的影响. 以 ^{208}Pb 为例, 研究了不同张量耦合常数下, 张量项对原子核平均势场、介子势、自旋-轨道耦合势、单粒子能级的自旋-轨道劈裂和原子核壳层结构等的影响. 结果发现张量项对核子平均势的影响主要表现在原子核的表面. 随着张量耦合作用的增加, 自旋-轨道耦合势变强, 单粒子能级的自旋-轨道劈裂增强, 壳层结构发生很大变化, 传统幻数所对应的主壳消失, 新的主壳出现. 从而可以预计张量项的引入将有望解决标准 RMF 理论所不能解释的 O 同位素的中子滴线和 ^{11}Be 的能级反转等问题.

参考文献(References)

- 1 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 1
- 2 Reinhard P G. Rep. Prog. Phys., 1989, **52**: 439
- 3 Ring P. Prog. Part. Nucl. Phys., 1996, **37**: 193
- 4 MENG J et al. Prog. Part. Nucl. Phys., 2005, in press, see also nucl-th/0508020
- 5 Ginocchio J N. Phys. Rev. Lett., 1997, **78**: 436
- 6 MENG J et al. Phys. Rev., 1998, **C58**: R628; MENG J et al. Phys. Rev., 1999, **C59**: 154
- 7 ZHOU S G, MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 2003, **91**: 262501
- 8 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**: 3963; MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**: 3; MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**: 460
- 9 Ban S et al. Phys. Lett., 2006, **B633**: 231
- 10 Rufa M et al. Phys. Rev., 1987, **C38**: 390
- 11 Furnstahl R J, Rusnak J J, Serot B D. Nucl. Phys., 1998, **A632**: 607
- 12 MAO G J. Phys. Rev., 2003, **C67**: 044318; HEP & NP, 2003, **27**: 692 (in Chinese)
(茅广军. 高能物理与核物理, 2003, **27**: 692)
- 13 LONG W H et al. Phys. Rev., 2004, **C69**: 034319
- 14 <http://ie.lbl.gov/toi.html>. see also <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/nudat/>, NUDAT database, National Nuclear Data Center

Effects of Tensor Coupling on Spin-Orbit Splittings in the Relativistic Mean Field Theory*

LÜ Hong-Feng¹ MENG Jie^{1,2,3;1)}

1 (School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

2 (Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

3 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

Abstract The effects of iso-scalar ω tensor coupling on spin-orbit splittings are studied in the framework of the Relativistic Mean Field theory. Taking ^{208}Pb as an example, the influence of iso-scalar ω tensor coupling on nuclear mean-field potentials, σ -, ω - and ρ -meson fields, spin-orbit potentials, spin-orbit splittings and the single-particle level structure near the Fermi level are presented. It is found that the tensor term mainly changes the nuclear mean-field potential at the surface. A larger tensor coupling term will lead to stronger spin-orbit potential and larger spin-orbit splitting in the single particle level, which will change the single particle level structure, remove the traditional magic numbers and produce new ones.

Key words relativistic mean field theory, tensor coupling term, spin-orbit splitting, shell structure

Received 18 October 2005

*Supported by Major State Basic Research Development Program (G2000077407) and National Natural Science Foundation of China (10447101, 10435010, 10221003)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn