

稀土区对力强度的研究*

丁斌刚^{1,2} 张大立¹ 鲁定辉²

1 (湖州师范学院理学院 湖州 313000)

2 (浙江大学近代物理中心 杭州 310000)

摘要 在相对论平均场框架下系统地研究了稀土区同位素链的对力强度,首次发现了中子的对力强度 G_n 在中子幻数 $N=82$ 处突然增大以及质子的对力强度 G_p 和中子的奇、偶性有关的特性,证明了对力强度本质上是和核的壳层结构密切相关. 另外,还给出了计算对力强度 G_n 和 G_p 的一般公式.

关键词 相对论平均场 对力强度 幻数

1 引言

和经典的核多体理论相比,相对论平均场(RMF)理论以介子场代替了核子间的二体相互作用,自动给出了核子轨道和自旋的耦合,因而有更加坚实的理论基础.它在描述核的许多性质方面取得了很大的成功.考虑到对关联对核的基本性质有着重要影响,后来又发展了考虑了对力的相对论平均场模型(RMF+BCS模型),它对核的结合能、四极形变、单粒子能级、态的占有几率等有了更细致、更准确的描写^[1, 2].但迄今为止,在对力的实际计算中,对力强度 G 仅被作为一个和核结构无关的常数处理,而这个常数的大小,靠拟合实验数据来确定.常见的有K.Hara, Y.Sun和Junqing Li等人考虑了同位旋效应的经验公式^[3, 4]

$$G_n = \frac{1}{A} \left(19.2 - 7.4 \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}, \quad (1)$$

$$G_p = \frac{1}{A} \left(19.2 + 7.4 \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}, \quad (2)$$

和

$$G_n = \frac{21}{A} \left(1 - \frac{N-Z}{2A} \right) \text{MeV}, \quad (3)$$

$$G_p = \frac{27}{A} \left(1 + \frac{N-Z}{2A} \right) \text{MeV}. \quad (4)$$

但这两组公式对同一个核却往往有明显不同的计算结果.所以,由这些经验公式得到的 G_n 和 G_p 只能理解为特定模型下的可调参数而不是真正BCS理论意义上的对力强度.

从对力是一种短程力这一基本概念出发,再结合BCS理论的基本公式

$$\Delta = G \sum_i u_i v_i. \quad (5)$$

对力强度 G 应当和核的壳层结构有关,因为公式(5)中的 u_i 和 v_i 对应着单粒子态空着和被占据的几率幅,原子核不同的壳层结构,应有不同的 $\sum_i u_i v_i$.

稀土区的原子核由于具有中等质量和较多的实验数据,一直是各种非相对论的唯象模型,如投影壳模型、推转模型、粒子数守恒方法的主要研究区域.本文的目的,就是用RMF+BCS理论模型系统地研究稀土区多个同位素链的对力强度随中子数的变化情况,以期给出真正建立在BCS理论基础上的满足公式(5)的对力强度的基本性质.

2 理论模型

有关RMF+BCS理论模型的阐述,已有多种文献^[5-9],这里仅给出主要的理论框架.该理论的出发点是一个包含核子和介子场的拉氏密度:

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - \frac{1}{4} \mathbf{R}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi - g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu \psi - e \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \frac{1 + \tau_3}{2} \psi, \quad (6)$$

2005-09-29 收稿, 2006-01-26 收修改稿

*国家自然科学基金(10475026,10235030,10175052),浙江省自然科学基金(Y604060)和浙江省教育厅高校一般项目(20051341)资助

其中 ψ 和 M 代表核子场和核子质量, 介子场分别为 σ , ω 和 ρ , 相应的质量和耦合常数分别是 m_σ , m_ω , m_ρ 和 g_σ , g_ω , g_ρ . g_2 , g_3 是 σ 介子的自相互作用非线性耦合常数. A^μ 代表光子场, τ 是同位旋泡利算符, τ_3 是其第 3 分量.

矢量介子场张量 $\Omega^{\mu\nu}$, $\mathbf{R}^{\mu\nu}$ 和电磁场张量 $A^{\mu\nu}$ 取如下形式:

$$\begin{aligned}\Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \\ \mathbf{R}^{\mu\nu} &= \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \\ F^{\mu\nu} &= \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu.\end{aligned}\quad (7)$$

运用变分原理可得出拉格朗日方程, 在相对论平均场近似下有核子场满足的 Dirac 方程

$$\{-i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + V(\mathbf{r}) + \beta[M + S(\mathbf{r})]\}\psi_i = \varepsilon_i\psi_i, \quad (8)$$

其中 $V(\mathbf{r})$ 表示矢量势

$$V(\mathbf{r}) = g_\omega\omega_0 + g_\rho\tau_3\rho_0(\mathbf{r}) + e\frac{1+\tau_3}{2}A_0(\mathbf{r}), \quad (9)$$

$S(\mathbf{r})$ 表示标量势

$$S(\mathbf{r}) = g_\sigma\sigma(\mathbf{r}) \quad (10)$$

介子场的 Klein-Gordon 方程和电磁场方程分别为

$$(-\Delta + m_\sigma^2)\sigma(\mathbf{r}) = -g_\sigma\rho_s(\mathbf{r}) - g_2\sigma^2(\mathbf{r}) - g_3\sigma^3(\mathbf{r}), \quad (11)$$

$$(-\Delta + m_\omega^2)\omega_0(\mathbf{r}) = g_\omega\rho_v(\mathbf{r}), \quad (12)$$

$$(-\Delta + m_\rho^2)\rho_0(\mathbf{r}) = g_\rho\rho_3(\mathbf{r}), \quad (13)$$

$$-\Delta A_0 = e\rho_c(\mathbf{r}), \quad (14)$$

其中对应的源密度为

$$\rho_s = \sum_i n_i \bar{\psi}_i \psi_i, \quad (15)$$

$$\rho_v = \sum_i n_i \psi_i^+ \psi_i, \quad (16)$$

$$\rho_3 = \sum_p n_i \psi_p^+ \psi_p - \sum_n n_i \psi_n^+ \psi_n, \quad (17)$$

$$\rho_c = \sum_p n_i \psi_p^+ \psi_p, \quad (18)$$

这里只对价核子求和, 忽略了负能态和真空极化的贡献. σ_0 , ω_0 , ρ_0 和 A_0 是介子场和光子场的时间分量, τ_3 是同位旋泡利算符第 3 分量, n_i 是核子的占有数.

体系的对能

$$E_{\text{pair}} = \Delta \sum_i u_i v_i, \quad (19)$$

其中

$$u_i^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\varepsilon_i - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right], \quad (20)$$

$$v_i^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\varepsilon_i - \lambda}{\sqrt{(\varepsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right]. \quad (21)$$

经过复杂的计算机迭代运算, 可求得对能 E_{pair} . 再由公式(5)和(19), 马上得到

$$G = \frac{\Delta^2}{E_{\text{pair}}}. \quad (22)$$

若要区分中子和质子的对力强度 G_n 和 G_p , 则有

$$G_n = \frac{\Delta_n^2}{E(n)_{\text{pair}}} \quad (23)$$

$$G_p = \frac{\Delta_p^2}{E(p)_{\text{pair}}} \quad (24)$$

式(23), (24)是以下进行计算的基本公式. 它们与用公式(5)在已知 Δ_n (Δ_p) 的条件下, 用迭代方法求 G_n (G_p) 本质上是一样的, 故按此方法求得的 G_n (G_p) 应是由 BCS 理论定义的对力强度.

3 计算和结果

RMF+BCS 理论模型有几组不同的相互作用参数组, 它们往往有各自的适用区域, 在应用 RMF 模型对选定的同位素链计算之前, 先用多个相互作用参数组进行了试运算, 结果发现在稀土区由 NL-3^[10] 参数组得到的结果(指结合能、电荷半径)和实验值吻合得比较好, 故以下的运算中均采用 NL-3 参数组, 以保证计算结果的可靠性. 在计算中, 形变的初始值 β_2 根据有限程液滴模型^[11] 的计算结果输入, 谐振子参数取 $b_0 = 41/A^{-1/3}$, 对能隙 Δ_n 和 Δ_p 按 Bohr A 等人的公式^[12] 计算并作为初始值输入程序

$$\begin{aligned}\Delta_n &= \frac{1}{4} [B(Z, N-2) - 3B(Z, N-1) + \\ &\quad 3B(Z, N) - B(Z, N+1)], \\ \Delta_p &= \frac{1}{4} [B(Z-2, N) - 3B(Z-1, N) + \\ &\quad 3B(Z, N) - B(Z+1, N)],\end{aligned}\quad (25)$$

其中的结合能 B 取自文献[13].

首先研究了 Ce, Pr, Pm 和 Gd 4 个同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化规律, 计算结果如图 1—4 所示.

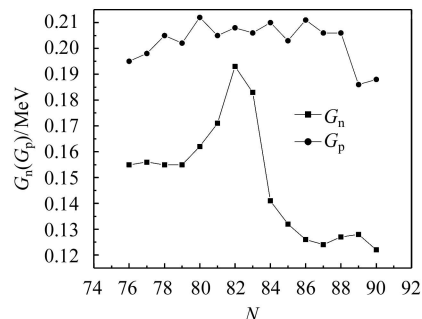
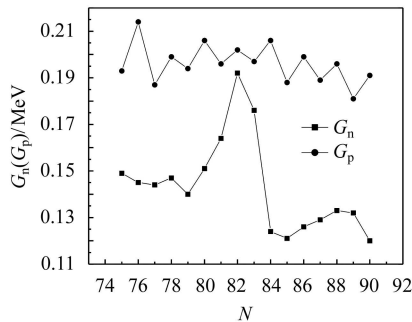
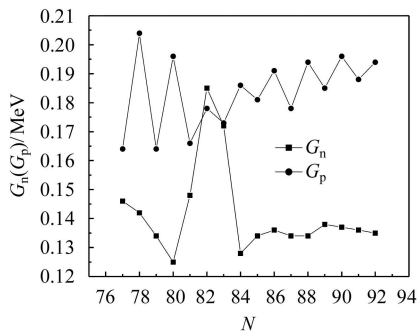
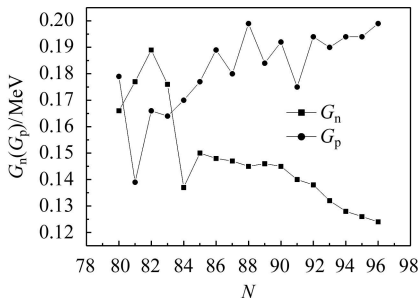


图 1 Ce 同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化

图2 Pr同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化图3 Pm同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化图4 Gd同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化

从图1—4可得到如下结论: 1) 在稀土中, 中子数 $N = 82$ 是唯一的幻数, 在这4个同位素链中, 对力强度 G_n 在幻数处均表现了强烈的壳效应(其他几个邻近的核也表现出这种效应, 由于篇幅所限, 不再逐一图示). 从公式(5)和(22)可知, 当 Δ_n 给定时, G_n 增大是由于中子对能 $E(n)_{\text{pair}}$ 变小, 而 $E(n)_{\text{pair}}$ 是和 $\sum_i u_i v_i$ 成正比的, 而当原子核处于满壳时, 核结构最稳定, 组态最单一, $\sum_i u_i v_i$ 的值应当是最小的, 它和我们对核的壳层模型和单粒子能级占有几率的理解是一致的. 这也说明了用RMF+BCS理论模型计算对力强度是可行的, 其结果反映了核的壳层结构特性, 具有真实的物理意义. 2) 在稀土区, 尽管不存在质子幻数, 但 G_p 随中子数的变化仍表现出一定的规律性. 当中子数 N 是偶数时, G_p 往往稍大一些. 究其原因, 发现这主要在于当中子数 N 为偶数时, 由公式(26)计算得到的质子对能隙 Δ_p 比 N 为奇数时要大, 而经过验算表明, G_p 确实

随 Δ_p 的增加而增大. 但是, 按公式(25)计算的对能隙 Δ_n 和 Δ_p 大致地代表了原子核的奇、偶质量差, 是原子核基本性质的客观反映. 所以, 我们认为质子对力强度 G_p 相对中子数 N 存在奇、偶效应本质上和核的结构有关. 如果从公式(5)的角度加以理解的话, 可能是因为中子的奇、偶性将对质子的单粒子能级产生不同的影响, 从而使得 $\sum_i u_i v_i$ 发生变化而对 G_p 的大小产生影响. 当然, 这种影响并不如 G_n 所表现的幻数效应那样强烈, 也不像幻数效应那样具有完全的必然性(在图4中Gd同位素链的 $N = 84$ 处就没有表现出这种性质). 3) 不论是 G_n 还是 G_p , 并没有表现出明显的同位旋相关性, 这和经验公式(1)—(4)的结论并不一致.

其次, 研究了Yb和Lu两个同位素链, 按文献[13]可提供的结合能数据, 该区域从中子数 N 等于84开始计算, 计算得到的 G_n 和 G_p 如图5和图6所示.

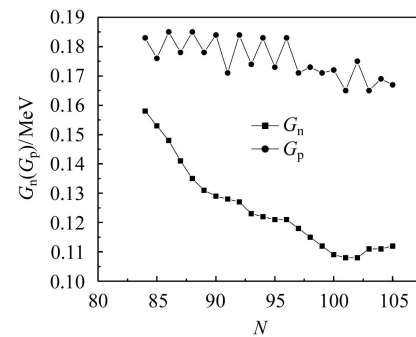
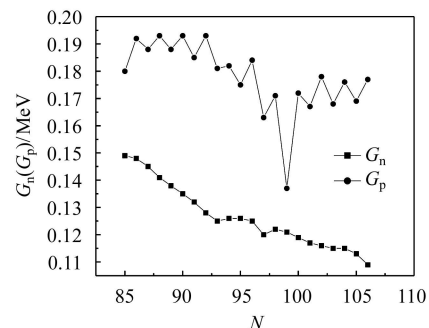
图5 Yb同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化图6 Lu同位素链的 G_n 和 G_p 随中子数 N 的变化

图5和图6表明, 如果没有壳效应的影响, 中子的对力强度 G_n 大体上是随中子数 N (核子数 A) 的增加而减小, 这和经验公式(1)—(4)的结论有相似之处, 但仍没有表现出同位旋效应. 而质子的对力强度 G_p 仍和中子的奇偶性有关而和同位旋无关. 它的大小随中子数的增加总体下降得更慢, 这可能预示着中子对质子状态的影响更多地体现在中子的奇偶性上而不是中子的绝对数量上.

为了和 K. Hara, Y. Sun 和 Junqing Li 等人的经验公式比较, 以 Pr 同位素链为例, 用公式(1)—(4)计算了对力强度 G_n 和 G_p , 计算结果见表 1.

表 1 用公式(1)—(4)计算的 Pr 同位素链的对力强度 $G_n(\times 10^{-3})$ 和 $G_p(\times 10^{-3})$

N	75	76	77	78	79	80	81	82
G_{1n}	137	135	133	133	131	130	129	128
G_{1p}	150	149	148	148	147	146	145	145
G_{2n}	147	146	144	143	141	140	138	137
G_{2p}	189	187	185	183	181	180	178	176
N	83	84	85	86	87	88	89	90
G_{1n}	127	126	124	123	122	121	120	119
G_{1p}	144	143	143	142	141	141	140	139
G_{2n}	135	133	131	130	129	128	128	126
G_{2p}	174	172	171	169	167	166	164	162

注: G_{1n} 和 G_{1p} 代表用公式(1)和(2)计算的对力强度; G_{2n} 和 G_{2p} 代表用公式(3)和(4)计算的对力强度.

从表 1 数据可见, 用公式(1)—(4)计算的对力强度只是随中子数 N (核子数 A) 的增加而单调下降, 并没有显示壳效应, 甚至没有反映出明显的同位旋效应.

并且这二组公式得到的计算结果也有明显的差异. 因此, 它们只能被理解为是不同核模型下的可调参数而不是真正物理意义上的对力强度.

4 结论

利用 RMF+BCS 理论模型系统地研究了稀土区多个同位素链的对力强度随中子数的变化情况, 分别给出了真正建立在 BCS 理论基础上的对力强度 G_n 和 G_p 的计算公式(23)和(24). 通过计算稀土区 Ce, Pr, Pm 和 Gd 4 个同位素链的 G_n 和 G_p , 发现中子的对力强度 G_n 存在着明显的幻数效应, 而质子的对力强度 G_p 和中子的奇、偶性质有关, 说明由 RMF+BCS 理论模型计算的对力强度反映出核的壳层结构性性质, 吻合了对力强度是一种短程力, 其大小应和核子的空间分布相关这样一种基本理念. 所以, 我们认为在 RMF+BCS 理论框架下计算得到的对力强度具有真实的物理意义.

参考文献(References)

- 1 GENG L S, Toki H, Sugimoto S et al. Prog. Theor. Phys., 2003, **110**: 921—936
- 2 MENG J, Tanihata I. Nucl. Phys., 1999, **A650**: 176—196
- 3 Hara K, SUN Y. Int. J. Mod. Phys., 1995, **E4**: 637
- 4 LI Jun-Qing, MA Zhong-Yu, CHEN Bao-Qiu. Phys. Rev., 2002, **C65**: 064305
- 5 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann. Phys., 1990, **198**: 132
- 6 Ring P, Gambhir Y K, Lalazissis G A. Compu. Phys. Commu., 1997, **105**: 77
- 7 CHEN Ding-Han, TAI Fei, REN Zhong-Zhou. HEP & NP, 2003, **27**: 70 (in Chinese)
- 8 LONG Wen-Hui, MENG Jie, ZHOU Shan-Gui. HEP & NP, 2002, **26**: 823 (in Chinese)
- 9 (龙文辉, 孟杰, 周善贵. 高能物理与核物理, 2002, **26**: 823)
- 9 LI Jun-Qing, MA Zhong-Yu, CHEN Bao-Qiu et al. Phys. Rev., 2002, **C65**: 064305
- 10 Lalazissis G A, Konig J, Ring P. Phys. Rev., 1997, **C55**: 540
- 11 Moeller P, Nix J R, Myers W D et al. At. Data Nucl. Data Tables, 1995, **59**: 185
- 12 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure(Vol 1). Benjamin, New York, 1969. 169
- 13 Audi A, Wapstra A H, Thibault C. Phys., 2003, **A729**: 337

A Study of the Pairing Strength in the Rare-Earth Nuclei*

DING Bin-Gang^{1,2} ZHANG Da-Li¹ LU Ding-Hui²

1 (School of Science, Huzhou Teachers College, Huzhou 313000, China)

2 (Institute of Modern Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310000, China)

Abstract In the framework of relativistic mean-field theory, the strength of the pairing force is systematically studied for several isotope chains of rare-earth nuclei. It is shown, for the first time, that the pairing strength of the neutron, G_n , increases dramatically around the magic number $N = 82$, while for the proton it is strongly related to the odd-even difference of the neutron number. The results indicate a strong correlation between the shell structure and the pairing force strength.

Key words relativistic mean-field theory, pairing strength, magic number

Received 29 September 2005, Revised 26 January 2006

*Supported by NSFC (10475026, 10235030, 10175052), Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (Y604060) and Educational Commission of Zhejiang Province of China (20051341)