

# 密度相关袋常数的夸克介子耦合模型 关于核物质和有限核的研究\*

杨芳<sup>1)</sup> 申虹<sup>2)</sup>

(南开大学物理科学学院 天津 300071)

**摘要** 由满足手征对称的Nambu-Jona-Lasinio (NJL)模型出发,计算得到袋常数的密度相关性,并将其与夸克介子耦合(QMC)模型相结合,研究核物质和有限核的性质.结果表明,该模型能够成功地描述核物质的性质,但得到的有限核结合能过大,其中重整势起了非常关键的作用.

**关键词** 夸克介子耦合模型 核物质 有限核

## 1 引言

由于强相互作用的基本理论——量子色动力学(QCD)不能直接应用于强子结构以及核多体系统等问题,人们提出了各种不同的近似方法和模型来研究上述问题,特别是一些能够体现QCD基本精神的有效模型受到广泛重视. Nambu-Jona-Lasinio (NJL)模型满足QCD的基本对称性——手征对称性的要求<sup>[1-3]</sup>,流夸克通过手征对称性自发破缺机制得到组分夸克质量.在NJL模型中,随着密度的升高夸克凝聚以及袋常数等物理量逐渐降低,标志着手征对称性的逐渐恢复. NJL模型能够较好地描述强子的结构和性质,近年来被广泛应用于各种物理问题的研究,例如色超导、QCD相变、奇异夸克物质等<sup>[4, 5]</sup>. 本文将采用由NJL模型得到的密度相关袋常数来研究核物质和有限核的性质.

目前,研究核多体系统的方法多数建立在强子层次上,即把核子当作无结构的点粒子来处理.例如,近年来得到了很大发展的相对论平均场(RMF)理论<sup>[6]</sup>,即认为无结构的核子通过交换各类介子来实现相互作用而结合在一起,相对论平均场理论可适用于各种有限核、超核、中子星、相对论重离子碰撞等问题的研究<sup>[6-8]</sup>.但是,人们逐渐认识到强子的夸克结构

以及强子性质在核介质中的变化均不容忽视,著名的EMC效应揭示出核子半径会在核介质中有一定程度地增大.80年代末提出来的夸克介子耦合(QMC)模型为在夸克层次上研究核多体系统的性质开辟了一个新的方向<sup>[9]</sup>.QMC模型延伸了RMF理论的物理思想,认为核子可由MIT口袋模型来描述,核子间的各类介子场直接与核子内的夸克相互耦合,从而影响核子的整体性质.近年来在夸克层次上研究核多体系统的方法得到了很大发展<sup>[10-15]</sup>,采用口袋模型描述强子的QMC模型已被广泛应用于研究核物质和有限核的性质<sup>[10, 12]</sup>,以及中子星和QCD相变等问题<sup>[15]</sup>,人们也采用其他的强子模型发展了类似的方法,如夸克平均场模型<sup>[13]</sup>和手征 $SU(3)$ 夸克平均场模型<sup>[14]</sup>即采用组分夸克模型描述重子,介子场直接与重子内的组分夸克耦合,这些模型也能够合理描述核物质和有限核的性质.

在QMC模型中,袋常数 $B$ 和零点常数 $z_0$ 作为模型的唯一参数可以通过拟合自由核子的质量和半径来确定.为了反映袋常数的密度依赖性,在修正的QMC(MQMC)模型中人为地引入了密度相关的袋常数<sup>[11]</sup>,QMC模型和MQMC模型都能够较好地描述核物质和有限核的性质<sup>[10-12]</sup>.关于袋常数的密度依赖性,人们基于各种不同的模型进行研究<sup>[16, 17]</sup>,现在普

2005-10-14 收稿

\*国家自然科学基金(10135030)和高等学校博士学科点专项科研基金(20040055010)资助

1) E-mail: yangfang022@mail.nankai.edu.cn

2) E-mail: songtc@nankai.edu.cn

遍认为袋常数会随着密度的增大而减小, 但具体的变化规律具有一定的模型依赖性. 在MQMC模型中提出的袋常数密度依赖关系只是人为的假设, 缺乏较好的理论基础. 本文的目的就是利用由NJL模型得到的密度相关袋常数, 代替MQMC模型中所采用的人为假设的袋常数密度依赖关系, 讨论核物质和有限核的性质.

## 2 密度相关的袋常数

在MQMC模型中所采用的袋常数密度依赖关系是人为假设的, 本文中将由NJL模型出发, 计算得到密度相关的袋常数, 并将其应用于核物质和有限核性质的研究. 采用满足 $SU(3)$ 对称性的NJL模型, 其拉氏量为<sup>[4, 17]</sup>:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m^0)q + G \sum_{a=0}^8 [(\bar{q}\lambda_a q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5 \lambda_a q)^2] - K \{ \det[\bar{q}(1 + \gamma_5)q] + \det[\bar{q}(1 - \gamma_5)q] \}, \quad (1)$$

其中含有四费米子相互作用项和六费米子相互作用项,  $G$ 和 $K$ 为耦合常数.  $q^t = (u, d, s)$ ,  $m^0 = \text{diag}(m_u^0, m_d^0, m_s^0)$ .  $\lambda_a (a=0, \dots, 8)$ 是Gell-Mann矩阵.

通过手征对称性自发破缺机制, 流夸克获得质量, 夸克在非微扰真空中具有组分夸克质量. 在介质内, 随着密度的增大, 夸克的有效质量( $m_i^*$ )由组分夸克质量( $m_i$ )逐渐减小至流夸克质量( $m_i^0$ )标志着手征对称性的逐渐恢复, 夸克的有效质量满足如下能隙方程:

$$m_i^* = m_i^0 - 4G \langle \bar{q}_i q_i \rangle + 2K \langle \bar{q}_j q_j \rangle \langle \bar{q}_k q_k \rangle, \quad (2)$$

其中 $i \neq j \neq k$ , 夸克凝聚为

$$\langle \bar{q}_i q_i \rangle = C_i = -\frac{3}{\pi^2} \int_{P_F^i}^{\Lambda} dp p^2 \frac{m_i^*}{\sqrt{m_i^{*2} + p^2}}. \quad (3)$$

这里 $P_F^i = (\pi^2 n_i)^{1/3}$ 是费米动量,  $\Lambda$ 是三维动量截断. 方程(2)实际上是三味夸克( $u, d, s$ )的耦合方程, 可以通过数值求解得到介质内的夸克有效质量. 对于均匀分布的夸克物质, 其能量密度 $\varepsilon$ 和压强 $p$ 分别为

$$\varepsilon = - \sum_{i=u,d,s} \frac{3}{\pi^2} \int_{P_F^i}^{\Lambda} dp p^2 \sqrt{m_i^{*2} + p^2} + 2G(C_u^2 + C_d^2 + C_s^2) - 4K C_u C_d C_s - \varepsilon_0, \quad (4)$$

$$p = \sum_i \mu_i n_i - \varepsilon. \quad (5)$$

其中 $\mu_i = \partial \varepsilon / \partial n_i = \sqrt{m_i^{*2} + P_F^i{}^2}$ 是 $i$ 夸克的化学势.  $\varepsilon_0$ 是一个常数, 为了确保真空中的能量密度为零.

通过自洽求解能隙方程, 可以得到对称夸克物质( $n_u = n_d = \rho_B/6$ )中的夸克有效质量和能量密度. NJL模型可以和口袋模型相比较, 这里定义袋常数为手征对称破缺态( $C_i \neq 0$ )与手征对称态( $C_i = 0$ )的能量密度之差, 这样定义的袋常数已被应用于讨论核物质和奇异星的性质<sup>[17, 18]</sup>. 在具体计算中, 采用以下两组NJL模型参数来得到袋常数的密度依赖关系, 模型包含5个参数: 动量截断 $\Lambda$ ; 耦合常数 $G$ 和 $K$ ; 流夸克质量 $m_u^0 (= m_d^0)$ 和 $m_s^0$ . 两组参数分别取自文献[19](RKH参数)和文献[3](HK参数). RKH参数:  $\Lambda = 602.3 \text{ MeV}$ ,  $G\Lambda^2 = 1.835$ ,  $K\Lambda^5 = 12.36$ ,  $m_u = m_d = 5.5 \text{ MeV}$ ,  $m_s = 140.7 \text{ MeV}$ . HK参数:  $\Lambda = 631.4 \text{ MeV}$ ,  $G\Lambda^2 = 1.835$ ,  $K\Lambda^5 = 9.29$ ,  $m_u = m_d = 5.5 \text{ MeV}$ ,  $m_s = 135.7 \text{ MeV}$ . 图1给出了计算得到的袋常数随密度的变化关系, 在相同的密度下, HK参数给出的袋常数比RKH参数的结果稍大一些. 由图中可以看出, 在重子数密度小于 $0.3 \text{ fm}^{-3}$ 的范围内, 袋常数曲线下落的比较快, 但密度大于 $0.3 \text{ fm}^{-3}$ 之后, 曲线的变化趋于平缓. 这里讨论的是对称夸克物质,  $n_u = n_d = \rho_B/6$ , 不包括可能在高密度出现的 $s$ 夸克自由度, 因此袋常数在高密度趋于常数而不是零.

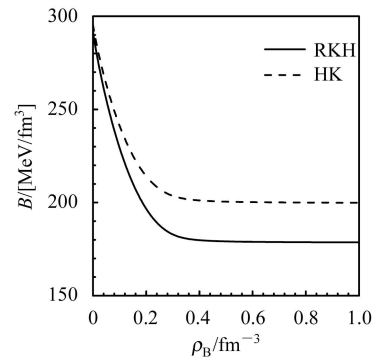


图1 袋常数随重子数密度的变化

## 3 核物质的性质

在QMC模型中, 假设核物质中的核子是不交叠的球形口袋, 袋内的流夸克与标量介子 $\sigma$ 和矢量介子 $\omega, \rho$ 自洽耦合. 在平均场近似下, 这些介子场可以被当作经典场来处理, 用它们的期待值代替. 袋内的夸克满足Dirac方程:

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - m_q^0 - g_\sigma^q \sigma - g_\omega^q \omega \gamma^0 - g_\rho^q \rho \tau_3 \gamma^0] q(r) = 0, \quad (6)$$

式中的 $m_q^0$ 是流夸克质量,  $g_\sigma^q, g_\omega^q, g_\rho^q$ 表示夸克与介子 $\sigma, \omega, \rho$ 的耦合常数. 在核介质中, 核子的有效质量可

表示为

$$M_n^* = \frac{3\Omega_q - z_0}{R} + \frac{4}{3}\pi R^3 B, \quad (7)$$

其中  $R$  是核子半径,  $z_0$  是零点运动参数,  $B$  是袋常数,  $\Omega_q$  是核子半径、夸克本征频率及夸克有效质量的函数, 可由求解 Dirac 方程得到. 为了反映袋常数的密度依赖性, 将上一节由 NJL 模型计算得到的袋常数应用于 QMC 模型.  $z_0$  仍保持为常数, 由自由核子质量  $M_n = 939\text{MeV}$  确定, 核子半径  $R$  由平衡条件  $\partial M_n^*/\partial R = 0$  确定, 由此得到的自由核子半径约为  $0.57\text{fm}$ . 在核介质中, 核子半径稍有增加, 在核物质饱和和密度附近, 核子半径大约增加 7%.

关于核物质的性质, 可以由如下有效拉氏量出发:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} [i\gamma_\mu \partial^\mu - M_n^* - g_\omega \omega \gamma^0 - g_\rho \rho \tau_3 \gamma^0] \psi + \\ & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \\ & \frac{1}{4} (\partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu)^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu^2 - \\ & \frac{1}{4} (\partial_\mu \rho_\nu^a - \partial_\nu \rho_\mu^a)^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 (\rho_\mu^a)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $M_n^*$  不仅是  $\sigma$  的函数, 也是袋常数  $B$  的函数. 由于计算得到的袋常数  $B$  依赖于重子数密度  $\rho_B$ , 按照密度相关的相对论平均场理论 (DDRMF)<sup>[20]</sup>, 在推导运动方程时, 会出现一些重整项, 这些重整项确保了热力学自恰性. 得到如下核子场和介子场的运动方程:

$$\left[ i\gamma_\mu \partial^\mu - M_n^* - \left( g_\omega \omega + g_\rho \rho \tau_3 + \frac{\partial M_n^*}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \rho_B} \rho_s \right) \gamma^0 \right] \psi = 0, \quad (9)$$

$$m_\sigma^2 \sigma = -\frac{\partial M_n^*}{\partial \sigma} \rho_s, \quad (10)$$

$$m_\omega^2 \omega = g_\omega \langle \bar{\psi} \gamma^0 \psi \rangle, \quad (11)$$

$$m_\rho^2 \rho = g_\rho \langle \bar{\psi} \tau_3 \gamma^0 \psi \rangle, \quad (12)$$

其中  $\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle$ , 方程(9)中的最后一项即为重整项, 使得核子多出一矢势

$$U_R = \frac{\partial M_n^*}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \rho_B} \rho_s. \quad (13)$$

通过自恰求解上述耦合的运动方程, 可以得到核物质的性质. 在具体计算中, 采用如下介子质量:  $m_\sigma = 550\text{MeV}$ ,  $m_\omega = 783\text{MeV}$ ,  $m_\rho = 770\text{MeV}$ . 该模型中的基本耦合常数为夸克-介子耦合常数,  $g_\sigma^q$ ,  $g_\omega^q$  和  $g_\rho^q$ . 在 QMC 模型中通常采用如下核子-介子耦合常数

( $g_i$ ) 与夸克-介子耦合常数 ( $g_i^q$ ) 之间的关系:  $g_\omega = 3g_\omega^q$ ;  $g_\rho = g_\rho^q$ . 在该模型中有 3 个可调参数 ( $g_\sigma^q$ ,  $g_\omega^q$  和  $g_\rho^q$ ) 可以通过符合对称核物质的饱和性质来确定<sup>[12, 13]</sup>. 表 1 中给出了夸克-介子耦合常数以及核物质饱和性质, 其中饱和密度  $\rho_B$  和每核子结合能  $E/A$  以及对称能  $a_{\text{sym}}$  是通过调参得到的, 不可压缩系数  $k$  和核子有效质量  $M_n^*$  是模型计算的结果,  $k$  的值较为合理,  $M_n^*$  的值偏大, 通常较大的核子有效质量会给出较小的有限核自旋-轨道劈裂.

图 2 中给出了对称核物质的每核子结合能  $E/A$  随介质密度  $\rho_B$  的变化, 可以看到两组参数都能够较好地描述饱和点附近核物质的性质, 在高密度区 HK 参数给出的状态方程较 RKH 参数的状态方程偏软. 图 3 中给出了计算所得的标势  $U_S$ 、矢势  $U_V$  以及重整势  $U_R$  随介质密度  $\rho_B$  的变化, 重整势  $U_R$  的贡献不容忽视, 它在饱和和密度附近给核子提供了大约 40—50MeV 的束缚能.

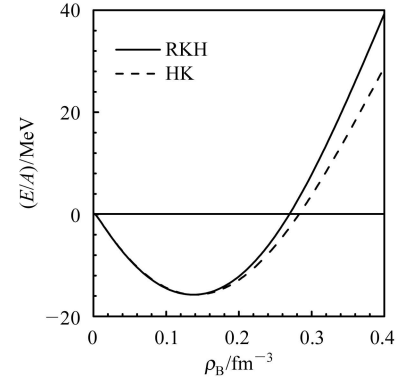


图 2 每核子结合能随介质密度的变化

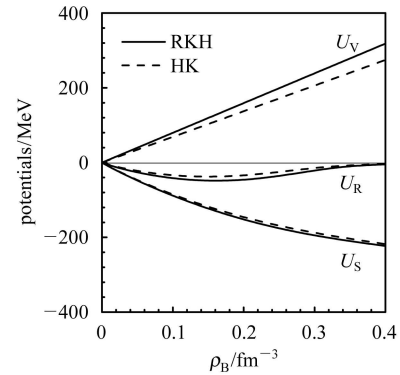


图 3 标势  $U_S$ 、矢势  $U_V$  以及重整势  $U_R$  随密度的变化

表 1 夸克-介子耦合常数以及计算得到的核物质饱和和性质

NJL 模型参数	$g_\sigma^q$	$g_\omega^q$	$g_\rho^q$	$\rho_B/\text{fm}^{-3}$	$(E/A)/\text{MeV}$	$M_n^*/\text{MeV}$	$k/\text{MeV}$	$a_{\text{sym}}/\text{MeV}$
RKH	2.6052	2.6557	4.9665	0.1385	-15.75	824	324	35
HK	2.7962	2.4664	4.8932	0.1413	-15.75	826	299	35

## 4 有限核的性质

这里讨论球对称的稳定核. 对于有限核系统, 介子场不再是常数, 而是空间坐标的函数, 核子波函数和介子平均场可以通过自洽求解以下运动方程得到

$$\left[ i\gamma_\mu \partial^\mu - M_n^* - \left( g_\omega \omega + g_\rho \rho \tau_3 + eA \frac{1+\tau_3}{2} + \frac{\partial M_n^*}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial \rho_B} \rho_s \right) \gamma^0 \right] \psi = 0, \quad (14)$$

$$(-\Delta + m_\sigma^2) \sigma = -\frac{\partial M_n^*}{\partial \sigma} \rho_s, \quad (15)$$

$$(-\Delta + m_\omega^2) \omega = g_\omega \langle \bar{\psi} \gamma^0 \psi \rangle, \quad (16)$$

$$(-\Delta + m_\rho^2) \rho = g_\rho \langle \bar{\psi} \tau_3 \gamma^0 \psi \rangle, \quad (17)$$

$$-\Delta A = e \left\langle \bar{\psi} \frac{(1+\tau_3)}{2} \gamma^0 \psi \right\rangle. \quad (18)$$

方程(14)中的最后一项为重整势, 是由于采用了密度相关的袋常数所导致的, 这一项对有限核的性质贡献很大, 提供了主要的吸引势. 文中, 参考文献[21]的方法考虑了质心修正和对能修正, 计算了有限核 $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ 的基态性质. 表2中列出了计算所得的每核子结合能 $E/A$ 和电荷均方根半径 $R_c$ , 以及它们的实验值<sup>[22, 23]</sup>. 对于有限核的计算, 仍采用由核物质饱和和性质确定的模型参数, 没有进行任何调参, 因此

表2 计算得出的每核子结合能 $E/A$ 和电荷均方根半径 $R_c$

核子	$(E/A)/\text{MeV}$			$R_c/\text{fm}$		
	RKH	HK	Expt.	RKH	HK	Expt.
$^{40}\text{Ca}$	11.15	10.82	8.55	3.35	3.35	3.45
$^{48}\text{Ca}$	10.74	10.42	8.67	3.45	3.45	3.45
$^{90}\text{Zr}$	10.33	10.07	8.71	4.28	4.26	4.26
$^{208}\text{Pb}$	8.87	8.68	7.87	5.62	5.59	5.50

注: 实验值取自文献[22]和[23].

有限核的结果为该模型的预言值. 通过理论结果与实验值的比较, 发现该模型给出的每核子结合能普遍高于实验值, 这是因为重整势使得核子的吸引势过强, 从而导致结合能过大. 表3中给出了 $^{40}\text{Ca}$ 的单粒子能

级及实验值<sup>[24]</sup>, 由于该模型得到的核子有效质量偏高, 使得自旋-轨道劈裂相对较小. 图4中给出了 $^{40}\text{Ca}$ 和 $^{208}\text{Pb}$ 的电荷密度分布, 并与实验结果<sup>[23]</sup>进行了比较, 基本与实验数据相符合.

表3 计算得出的 $^{40}\text{Ca}$ 单粒子能级

壳层	中子			质子		
	RKH	HK	Expt.	RKH	HK	Expt.
$1s_{1/2}$	42.24	42.26	50.0	34.16	34.16	$50 \pm 11$
$1p_{3/2}$	33.29	33.02	30.0	25.41	25.13	$34 \pm 6$
$1p_{1/2}$	32.64	32.38	27.0	24.74	24.48	$34 \pm 6$
$1d_{5/2}$	22.02	21.61	21.9	14.34	13.93	15.5
$2s_{1/2}$	14.92	15.14	18.2	7.17	7.41	10.9
$1d_{3/2}$	20.77	20.41	15.6	13.07	12.72	8.3

注: 实验值取自文献[24], 所有能量值单位为MeV.

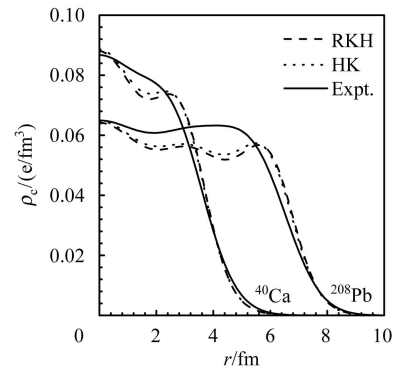


图4  $^{40}\text{Ca}$ 和 $^{208}\text{Pb}$ 的电荷密度分布  
实验值取自文献[23].

## 5 结论

采用满足 $SU(3)$ 对称性的NJL模型, 计算得到了密度相关的袋常数, 并将其与QMC模型相结合, 应用于研究核物质和有限核系统. 研究表明, 该模型能够成功地描述无限大核物质的性质, 给出合理的核物质饱和性质. 但对于有限核系统的研究, 得到的每核子结合能大于实验值, 其中重整势起了非常关键的作用. 通过分析发现, 两组NJL模型参数给出的计算结果基本相同. 在该模型中, 袋常数随密度的变化关系是问题的关键, 它直接决定了重整势以及核多体系统的性质.

## 参考文献(References)

- 1 Nambu Y, Jona-Lasinio G. Phys. Rev., 1961, **122**: 345—358
- 2 Vogl U, Weise W. Prog. Part. Nucl. Phys., 1991, **27**: 195—272
- 3 Hatsuda T, Kunihiro T. Phys. Rep., 1994, **247**: 221—367
- 4 Buballa M. Phys. Rept., 2005, **407**: 205—376
- 5 HUANG M, ZHUANG P F. Phys. Rev., 2003, **D67**: 065015
- 6 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 1—327
- 7 MA Z Y, LIU L. Phys. Rev., 2002, **C66**: 024321
- 8 REN Z Z, TAI F, CHEN D H. Phys. Rev., 2002, **C66**: 064306
- 9 Guichon P A M. Phys. Lett., 1988, **B200**: 235—240
- 10 Satio K, Tsushima K, Thomas A W. Nucl. Phys., 1996, **A609**: 339—363
- 11 JIN X, Jennings B K. Phys. Rev., 1996, **C54**: 1427—1436
- 12 Müller H, Jennings B K. Nucl. Phys., 1998, **A640**: 55—76
- 13 SHEN H, Toki H. Phys. Rev., 2000, **C61**: 045205
- 14 WANG P et al. Nucl. Phys., 2002, **A705**: 455—474
- 15 Panda P K, Menezes D P. Phys. Rev., 2004, **C69**: 025207
- 16 LIU Y X, GAO D F, GUO H. Phys. Rev., 2003, **C68**: 035204
- 17 Aguire R. Phys. Lett., 2003, **B559**: 207—213
- 18 Prasad N, Bhalerao R S. Phys. Rev., 2004, **D69**: 103001
- 19 Rehberg P, Klevansky S P, Hüfner J. Phys. Rev., 1996, **C53**: 410—429
- 20 Fuchs C, Lenske H, Wolter H H. Phys. Rev., 1995, **C52**: 3043—3059
- 21 Sugahara Y, Toki H. Nucl. Phys., 1994, **A579**: 557—572
- 22 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys., 1995, **A595**: 409—480
- 23 De Vries H, De Jager C W, De Vries C. At. Data Nucl. Data Tables, 1987, **36**: 495—536
- 24 Campi X, Sprung D W. Nucl. Phys., 1972, **A194**: 401—442

## Quark-Meson Coupling Model with a Density-Dependent Bag Constant for Nuclear Matter and Finite Nuclei<sup>\*</sup>

YANG Fang<sup>1)</sup> SHEN Hong<sup>2)</sup>

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract** We study the properties of nuclear matter and finite nuclei in terms of the quark-meson coupling model with a density-dependent bag constant, which is extracted from the  $SU(3)$  Nambu-Jona-Lasinio(NJL) model. It is shown that this model provides a reasonable description for nuclear matter and finite nuclei. The rearrangement potential due to density-dependent bag constant plays an important role in this model.

**Key words** quark-meson coupling model, nuclear matter, finite nuclei

---

Received 14 October 2005

<sup>\*</sup>Supported by National Natural Science Foundation of China(10135030) and Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China(20040055010)

1) E-mail: yangfang022@mail.nankai.edu.cn

2) E-mail: songtc@nankai.edu.cn