

SD对壳模型：对结构对原子核集体性质的影响*

张俊顺¹ 张瑞萍¹ 罗延安^{1;1)} 潘峰²

1 (南开大学物理学院 天津 300071)

2 (辽宁师范大学物理系 大连 116029)

摘要 在SD对壳模型的理论框架下,利用变分法及TDA近似确定SD对结构.结果发现利用上述方法确定SD对比以往通过对角化表面 δ 相互作用来确定SD对结构的方法可以更好地再现原子核低激发谱的集体性质.

关键词 SD对壳模型 TDA近似 能谱 电磁跃迁

1 引言

近年来,实验结果在不断地揭示原子核内集体运动的丰富内容.既然原子核的壳层模型包含核子的所有自由度,从原则上说壳模型也可用于描述原子核的集体运动.但是壳模型组态空间太大,即便在计算技术高度发展的今天,大规模壳模型计算仍然难以进行^[1].所以利用壳模型技术讨论中重核低激发谱的集体性质,就需要进行组态空间截断.由南京大学陈金全提出的原子核配对壳模型就是基于这样的考虑而提出的^[2].该模型具有许多优点,例如,其中包含了原子核单粒子能级劈裂,模型空间可以是单纯的S对子空间,也可以是SD对子空间以及到全部壳模型空间.另外,该模型中的费米子对是真实的费米子对,而不是所谓的简并对.尽管如此,该模型也具有一定的缺点,其计算耗时随着模型空间尺度以及粒子数的增加而迅速增加.根据相互作用玻色子模型(IBM)的精神^[3],我们将该模型空间截断为SD对子空间,相应的模型就称为SD对壳模型(SDPSM).

通过以往的分析发现,SDPSM中SD对结构系数对原子核低激发谱的集体性质具有很大的影响.只有在两粒子体系下,通过对角化表面 δ 相互作用,然后将SD对分别取为第一个 0^+ 和 2^+ 态,该模型才能很好地再现原子核低激发谱的集体性质^[4].以下将该方法简称为SDI.但同时还发现,用该方法确定SD对的结果

仍有缺陷.例如,其第二个 0^+ 态的位置太低,而 3^+ 态的位置又太高等.其原因在于,当利用SDI方法确定SD对时,忽略了原子核的多体效应^[5].有鉴于此,我们希望利用变分法以及TDA近似来确定SD对,从而改进拟合结果.

2 理论模型

为了以尽可能少的参数来拟合尽可能多的实验结果,同时避免过多的计算,选取一个非常简单的哈密顿量,该哈密顿量包含单粒子能项,同类核子之间的表面 δ 相互作用,以及质子-中子之间的四极-四极相互作用,

$$\begin{aligned} H &= H_0 - V(\pi) - V(\nu) - \kappa Q_\pi^2 \cdot Q_\nu^2, \\ H_0 &= \sum_{a\sigma} \varepsilon_{a\sigma} \hat{n}_{a\sigma}, \quad \sigma = \pi, \nu, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 ε_a 和 \hat{n}_a 分别为单粒子能级和粒子数算符. E2跃迁算符为

$$T(E2) = e_\pi Q_\pi^2 + e_\nu Q_\nu^2, \quad (2)$$

其中 e_ν 和 e_π 分别为中子与质子的有效电荷. M1跃迁算符为

$$T(M1) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sum_{\rho=\pi,\nu} \left\{ g_{l,\rho}^{\text{eff}} \sum_{i \in \rho} l_i + g_{s,\rho}^{\text{eff}} \sum_{i \in \rho} s_i \right\}, \quad (3)$$

其中 $g_{l,\rho}^{\text{eff}}$ 以及 $g_{s,\rho}^{\text{eff}}$ 分别为轨道及自旋 g 因子.由于没有足够的实验结果,所以很难将其唯一确定下来.

2005-12-22 收稿

* 国家自然科学基金(10305006,10575047),教育部留学回国基金资助和南开大学科技创新基金资助

1) E-mail: luoya@nankai.edu.cn

根据以往他人的工作^[6], 将其确定为 $g_{l,\rho}^{\text{eff}} = g_{l,\rho}^{\text{free}}$, 而 $g_{s,\rho}^{\text{eff}} = 0.7g_{s,\rho}^{\text{free}}$.

该模型的基矢由集体SD对构成, 该SD对按照如下的方式定义:

$$\begin{aligned} S^\dagger &= \sum_a y(aa0)(C_a^\dagger \times C_a^\dagger)^0, \\ D^\dagger &= \sum_{ab} y(ab2)(C_a^\dagger \times C_b^\dagger)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

考虑到多体效应, 本文中采用变分法来确定S对结构,

$$\delta \frac{\langle S_\pi^{N\pi} S_\nu^{N\nu} | H | S_\pi^{N\pi} S_\nu^{N\nu} \rangle}{\langle S_\pi^{N\pi} S_\nu^{N\nu} | S_\pi^{N\pi} S_\nu^{N\nu} \rangle} = 0 \quad (5)$$

由于原子核的形变主要由D对决定, 所以如何构建D对结构显得尤为重要. 考虑到原子核的多体效应以及所选用的哈氏量的具体形式, 利用质子-中子Tamm-Dancoff近似(TDA)来确定D对结构.

$$\begin{aligned} |\tau_l^\pi 2M\rangle &= |S_\nu^{N\nu} S_\pi^{N\pi-1} D_l^\pi\rangle, \quad l=1, 2, \dots, n^\pi, \\ |\tau_k^\nu 2M\rangle &= |S_\pi^{N\pi} S_\nu^{N\nu-1} D_k^\nu\rangle, \quad k=1, 2, \dots, n^\nu, \end{aligned} \quad (6)$$

$$D_k^{\sigma\dagger} = [C_i^\dagger \times C_j^\dagger]_M^\sigma, \quad \sigma = \pi, \nu, \quad i \leq j.$$

其中 $D_k^{\sigma\dagger}$ 为非集体对, i, j 为某一个主壳层内的单粒子轨道. 然后在空间 $\{|S_\nu^{N\nu} S_\pi^{N\pi-1} D_l^\pi\rangle, |S_\pi^{N\pi} S_\nu^{N\nu-1} D_k^\nu\rangle\}$ 内将哈密顿量 H 进行对角化, 得到

$$\Psi_{2M} = \sum_{k=1}^{n^\nu} C_k^\nu |\tau_k^\nu 2M\rangle + \sum_{l=1}^{n^\pi} C_l^\pi |\tau_l^\pi 2M\rangle, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\langle s_1 s_2 \cdots s_N; J'_1 \cdots J'_{N-1} J_N | r_1 r_2 \cdots r_N; J_1 \cdots J_N \rangle = \\ &(\hat{J}'_{N-1} / \hat{J}_N)(-)^{J_N + s_N - J'_{N-1}} \sum_{k=N}^1 \sum_{L_{k-1} \cdots L_{N-1}} H_N(s_N) \cdots H_{k+1}(s_N) \times \\ &[\psi_k \delta_{L_{k-1}, J_{k-1}} \langle s_1 \cdots s_{N-1}; J'_1 \cdots J'_{N-1} | r_1 \cdots r_{k-1}, r_{k+1} \cdots r_N; J_1 \cdots J_{k-1} L_k \cdots L_{N-1} \rangle + \\ &\sum_{i=k-1}^1 \sum_{r'_i L_i \cdots L_{k-2}} \langle s_1 \cdots s_{N-1}; J'_1 \cdots J'_{N-1} | r_1 \cdots r'_i \cdots r_{k-1}, r_{k+1} \cdots r_N; J_1 \cdots J_{i-1} L_i \cdots L_{N-1} \rangle], \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$, $H_k(s_N)$ 是 Racah 系数, ψ_k 取决于 $A^{r_k\dagger}$ 和 $A^{s_N\dagger}$ 的结构系数, 而 r'_i 代表了一个新的集体对 $A^{r'_i\dagger}$, 而其结构系数 $y'(a_k a_i r'_i)$ 则取决于对 $A^{r_k\dagger}$, $A^{r'_i\dagger}$ 和 $A^{s_N\dagger}$ 的结构系数, 中间角动量子数 $L_i \cdots L_{k-2} L_{k-1}$, 和 $L_{i'}$ ($i' = i \cdots k-2, k-1$) 是方程(11)右侧括号内前 i' 对的角动量. 由于方程右侧已经表达为 $N-1$ 对的内积形式, 所有多对基之间的内积就可从最简单的两个粒子情况出发而求得, 有关该模型的细节见文献[2, 4, 7].

由 $|2_1^+\rangle$ 态的系数 $C_k^\nu C_l^\pi$, 就可以得到D对的结构系数.

$$\begin{aligned} D^\dagger &= \sum_{ij} y(ij2) [C_i \times C_j]^2, \\ y(ij2) &= \frac{1 + \delta_{ij}}{2} C_{ij} = \begin{cases} C_{ij}, & i=j, \\ \frac{1}{2} C_{ij}, & i \neq j. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $C_{ij} \equiv C_k^\nu$ or C_l^π . 在以下的讨论中为了方便起见, 将利用变分法及TDA近似确定SD对的方法统称为TDA近似.

利用算符 $A_{M_N}^{J_N\dagger}(r_i, J_i)$ 代表一个 N 对态, 其中 r_i , J_i 以及 J_N 分别代表第 i 对角动量, 前 i 对耦合后的角动量以及 N 对基的总角动量, 具体可以表示为

$$\begin{aligned} A_{M_N}^{J_N\dagger}(r_i, J_i) &= A_{M_N}^{J_N\dagger} = \\ &\left(\cdots \left((A^{r_1\dagger} \times A^{r_2\dagger})^{J_2} \times A^{r_3\dagger} \right)^{J_3} \times \cdots \times A^{r_N\dagger} \right)_{M_N}^{J_N}. \end{aligned} \quad (9)$$

例如对于一个具有两对价核子的体系, 可以耦合为总角动量为2的态为

$$\begin{aligned} &|D^\dagger S^\dagger\rangle, \quad J_1 J_2 = 22, \\ &|D^\dagger D^\dagger\rangle, \quad J_1 J_2 = 22, \end{aligned} \quad (10)$$

而最终得到的角动量为2的总波函数则是二者的线性相加.

在原子核配对壳模型中, 由于所有的单体和两体矩阵元均可以利用两个多对基的内积来表示, 所以计算两个 N 对基之间的内积是本模型的关键, 其递推关系为

3 计算结果

为了便于讨论TDA近似的优劣, 本文将选用IBM的O(6)极限核 ^{134}Ba 为例进行说明. 单粒子能级 $H_0 = H_0^{\text{exp}}(\pi) + H_0^{\text{exp}}(\nu)$, 其中 $H_0^{\text{exp}}(\pi)$ 与 $H_0^{\text{exp}}(\nu)$ 分别用相邻奇 A 核 $^{133}\text{Sb}_{82}$ 与 $^{131}\text{Sn}_{81}$ 的单粒子能级^[8], 见表1. 通过拟合 ^{134}Ba 的能谱实验值, 该模型中的3个参数分别取值为 $G_\pi = 0.139\text{MeV}$, $G_\nu = 0.056\text{MeV}$,

$\kappa = 0.144\text{MeV}/r_0^4$. 拟合结果见图 1. 为了便于比较, 本文也给出了利用 SDI 方法确定 SD 对时所得到的的一些结果.

表 1 质子与中子的单粒子能级

$(\varepsilon_\pi/\text{MeV})$	$g_{7/2}$	$d_{5/2}$	$d_{3/2}$	$h_{11/2}$	$s_{1/2}$
	0	0.963	2.69	2.76	2.99
$(\varepsilon_\nu/\text{MeV})$	$d_{3/2}$	$h_{11/2}$	$s_{1/2}$	$d_{5/2}$	$g_{7/2}$
	0	0.242	0.332	1.655	2.343

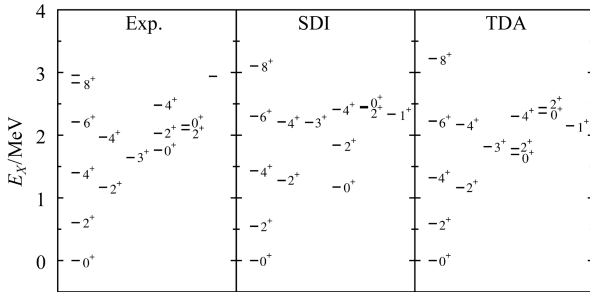


图 1 能级图

从图 1 可清楚地看到, 相对于实验结果, 对于原子核的基带, SDI 和 TDA 近似的结果相差无几; 对 γ 带, 从两种方法所得到的 2_2^+ 与 4_2^+ 相差也不大, 但对 3_1^+ 态, TDA 近似明显优于 SDI 近似的结果. 此外除了

能级以外, $B(E2)$ 跃迁结果也可以用于分析两种方法的优劣, 将利用两种方法所计算的相对 $B(E2)$ 比值以及实验值列于表 2 中. 从表 2 可看到, 相对于实验结果, TDA 近似要比 SDI 近似的结果符合得更好. 例如, 实验上, $\frac{B(E2; 4_2^+ \rightarrow 3_1^+)}{B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)} = 14.5$, TDA 近似的结果为 23.5, 而 SDI 近似的结果却为 0.

表 2 $B(E2)$ 相对值

	Exp.	SDI	TDA
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$			
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	1.1	0	0
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_1^+)$			
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)$	2.5	17.6	1.8
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 4_1^+)$			
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)$	77	137	46.5
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 3_1^+)$	14.5	0	23.5
$B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_2^+)$			
$B(E2; 3_1^+ \rightarrow 4_1^+)$	40	31	26.6
$B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_1^+)$			
$B(E2; 3_1^+ \rightarrow 2_2^+)$	1.0	0.3	0.4
$B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	4	0.04	7.3
$B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_2^+)$			

表 3 $B(M1)$ 跃迁值(单位为 μ_N^2)

	Theo.		Expt.	
	SDI	TDA		
$B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0074	0.0557	$B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0003(1)
$B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0314	0.2749	$B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.062(8)
$B(M1; 2_4^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0054	0.1018	$B(M1; 2_4^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.137(12)
$B(M1; 2_5^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0068	0.0436	$B(M1; 2_5^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.001(1)
$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1_1^+)$	0.0600	0.5359	$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+)_{E_{1^+}=2571}$	0.081(12)
$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1_2^+)$	0.0211	0.0450	$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+)_{E_{1^+}=2939}$	0.31(4)
$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1_3^+)$	0.0226	0.0980	$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+)_{E_{1^+}=3027}$	0.039(8)
$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1_4^+)$	0.0042	0.0133	$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+)_{E_{1^+}=3246}$	0.022(6)
			$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+)_{E_{1^+}=3327}$	0.075(15)
			$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1^+)_{E_{1^+}=3450}$	0.036(8)
$B(M1; 1_1^+ \rightarrow 2_2^+)$	0.0275	0.2636	$B(M1; 1^+ \rightarrow 2_2^+)_{E_{1^+}=2571}$	0.096(18)
			$B(M1; 1^+ \rightarrow 2_2^+)_{E_{1^+}=2939}$	0.156(53)
$B(M1; 1_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0051	0.0491	$\sum_i B(M1; 1_i^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.101(32)

对于 ^{134}Ba , 实验上共有两个几乎简并的 2^+ 态 (2_3^+ 和 2_4^+ 态) 具有较强的 M1 跃迁^[9, 10], 两者之和为 $0.20(2)\mu_N^2$. 表 3 表明, 两种近似的计算结果与 IBM^[10-14] 以及 FDSM^[15] 的计算结果的趋势一致, 即 2^+ 态中最强的 M1 跃迁均为 $B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$; 利用 TDA 近似所得的结果与实验值较为接近, 但利用 SDI 方法所得的结果要远小于实验结果. 除此之外,

从表 3 还可以看到, 在 1^+ 态与基态的磁偶极跃迁中, 第一个 1^+ 态最强, 这一点也与 IBM-2 的计算结果相一致. 实验上所有 1^+ 态到基态 M1 跃迁的和是 $0.56(4)\mu_N^2$ ^[9], 而利用 TDA 近似计算的结果为 $0.54\mu_N^2$, 与实验结果更为接近. 但 SDI 近似所得的结果就太小. 从文献[9]了解到, 对于 ^{134}Ba 而言, $B(M1; 1^+ \rightarrow 2_2^+)$ 大于 $B(M1; 1_1^+ \rightarrow 0_1^+)$. 对于具有最大 M1 跃迁值的 1^+

态, 其测量值为 $R_{\text{exp}} = B(M1; 1^+ \rightarrow 2_2^+)/B(M1; 1^+ \rightarrow 0_1^+) = 1.52(32)$. 而我们的计算结果表明, 利用SDI近似以及TDA近似所得到的结果分别为1.37和1.48. 显然利用TDA近似所得到的结果更接近实验值. 对于 ^{134}Ba , 除了 $B(M1; 1_1^+ \rightarrow 2_2^+)$, 实验上还观察到了 $B(M1; 1_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ 跃迁, 但该跃迁在IBM理论中是禁戒的. 由于SDPSM没有对称性的限制, 所以我们希望该计算能再符合实验情况. 表3中最后两行的结果显示, 尽管利用TDA近似所得到的结果小于实验值, 但比利用SDI近似所得结果更接近实验值. 从而说明, 由于

SDPSM没有对称性的限制, 所以能更好地描述原子核的电磁性质.

4 总结

总之, 本文的研究表明, 利用TDA近似确定SD对结构的方法所得到的结果明显优于利用SDI近似所得到的结果. 其原因是, TDA近似合理地包含了核子对之间的多体关联. 我们将在今后的工作中利用该方法研究其他核素, 从而分析TDA近似的具体适用性.

参考文献(References)

- 1 arxiv:nucl-th/0402046
- 2 CHEN J Q. Nucl. Phys., 1997, **A626**: 686
- 3 Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model. Cambridge New York: Cambridge University Press, 1987. 60, 174
- 4 CHEN J Q, LUO Y A. Nucl. Phys., 1998, **A639**: 615
- 5 LUO Y A, CHEN J Q, Draayer J P. Nucl. Phys., 2000, **A669**: 101
- 6 Van Egmond A, Allaart K. Nucl. Phys., 1985, **A436**: 458
- 7 ZHAO Y M et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 024322; ZHAO Y M et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 014315
- 8 Fogelberg B, Blomquist J. Nucl. Phys., 1984, **A429**: 205; Baldrige W J. Phys. Rev., 1978, **C18**: 530
- 9 Maser H et al. Phys. Rev., 1996, **C54**: R2129
- 10 Fazekas B et al. Nucl. Phys., 1992, **A548**: 249
- 11 Harter H et al. Phys. Lett., 1988, **B205**: 174
- 12 Mizusaki T, Otsuka T. Prog. Theor. Phys. Suppl., 1996, **125**: 97
- 13 Molnar G, Gatenby R A, Yates S W. Phys. Rev., 1988, **C37**: 898
- 14 Harter H, Von Brentano P, Gelberg A. Phys. Rev., 1986, **C34**: 174
- 15 PAN X W, Da Hsuan Feng. Phys. Rev., 1994, **C50**: 818

SD Pair Shell Model: Influence of Pair Structure on the Collectivity of Low-lying States*

ZHANG Jun-Shun¹ ZHANG Rui-Ping¹ LUO Yan-An^{1;1)} PAN Feng²

1 (Institute of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

2 (Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract Variational method and TDA approximation was applied to construct the SD pairs in the SD-pair shell model (SDPSM). The results show that this new method seems better than the surface δ -interaction in determining the pair structure of the SDPSM in the description of collectivity of low-lying spectra of nuclei.

Key words SD-pair shell model, TDA, spectrum, electromagnetic transition

Received 22 December 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (10305006,10575047), Project-Sponsored by SRF for ROCS, SEM and Innovation Foundation in Nankai University

1) E-mail: luoya@nankai.edu.cn