

# 核子结构对核物质性质的影响<sup>\*</sup>

郎晓丽<sup>1)</sup> 吴式枢<sup>2)</sup>

(吉林大学物理学院理论物理中心 长春 130023)

**摘要** 采用带自相互作用的夸克介子耦合模型(QMC)计算了核物质的一些性质,得到密度依赖的标量介子与核子的耦合常数,并把该耦合常数的变化趋势引入到VDD和SDD中,即把核子结构的信息引入到了QHD中.数值结果表明核子的内部结构对核物质性质有显著影响.

**关键词** QMC 协变的MIT口袋模型 自相互作用 不可压缩模量 QHD 重排项 VDD SDD

## 1 引言

量子强子动力学(QHD)已经在核物理中取得了很大的成功,这表明,当原子核在低能时,核子和介子是恰当的自由度.那么核子的内部结构是否会对核物质性质有所影响呢?这正是本文想要阐述的问题.

Guichon最早提出了QMC模型<sup>[1]</sup>,并成功解释了核物质的饱和性,进而又将QMC的应用范围扩展到有限核中<sup>[2]</sup>.这个模型的自由度是夸克和介子,夸克之间通过交换介子来传递相互作用.

QHD中也发展了密度依赖的QHD,即认为耦合常数随核子密度是变化的.Fuchs<sup>[3]</sup>认为顶角不仅仅是参数化的依赖于密度,而是依赖于重子场算符,这样通过Euler-Lagrange方程得到的场方程中就会有重排项.这又分为两种情况,认为顶角与核子矢量密度有关(VDD)和认为顶角与核子标量密度有关(SDD).并且,若研究对象为核物质,VDD所得的能量密度中并不含重排项,即此时VDD只是一个DD(Density-Dependent)的理论.在文献[3]中,密度依赖的耦合常数来自于Bonn NN势的Dirac-Brueckner计算.

我们把QMC中计算所得的标量介子与核子的耦合常数随核子密度的变化趋势代入到VDD和SDD中作计算,得到了与实验大致相符的核物质性质.

## 2 理论推导

在平均场近似下,带自相互作用的QMC场方程

为<sup>[1, 4, 5]</sup>

$$[\gamma^\mu i\partial_\mu - \gamma^0 g_\omega^q \omega - (m_q - g_\sigma^q \sigma)]q = 0, \quad (1)$$

$$m_\sigma^2 \sigma + g_2 \sigma^2 + g_3 \sigma^3 = g_\sigma^q \langle F | \bar{q} q | F \rangle, \quad (2)$$

$$m_\omega^2 \omega + c_3 \omega^3 = g_\omega^q \langle F | q^\dagger q | F \rangle, \quad (3)$$

其中 $q$ 为夸克场算符, $\sigma$ 为标量介子平均场, $\omega$ 为矢量介子平均场.由于研究对象为核物质,假设 $\sigma$ 和 $\omega$ 与时空无关.

在解方程(1)时,用到协变的MIT口袋模型.即边界条件为 $n_\mu \bar{q} \gamma^\mu q|_{\text{surface}} = 0$ ,其中 $n^\mu = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}, \mathbf{n})$ , $\mathbf{v}$ 为口袋(核子)的速度, $\mathbf{n}$ 垂直于口袋面.

直接对式(1)和边界条件求解不容易,我们先求 $S'$ 系(随动坐标系,相对此坐标系,口袋静止.)下的解. $S'$ 系下的场方程及边界条件为

$$\begin{cases} [\gamma^\mu i\partial'_\mu - \gamma^0 g_\omega^q \omega \cosh \phi - g_\omega^q \sinh \phi \boldsymbol{\gamma} \cdot \hat{\mathbf{v}} - m_q^*]q' = 0, \\ \mathbf{n}' \cdot \hat{\mathbf{q}} \boldsymbol{\gamma} q'|_{R=R_b} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

其中 $m_q^* = m_q - g_\sigma^q \sigma$ , $\tanh \phi = |\mathbf{v}|$ , $\hat{\mathbf{v}}$ 为 $\mathbf{v}$ 方向单位矢量.以上方程的解为<sup>[6, 7]</sup>

$$q'_{\mathbf{v},j,m_j,K,n}(\mathbf{r}',t') = N_{K,n} \begin{pmatrix} j_l \left( \frac{x_{K,n} r'}{R_b} \right) \\ \text{isgn}(K) \beta_{K,n} j_{\bar{l}} \left( \frac{x_{K,n} r'}{R_b} \right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}}' \end{pmatrix} \psi_{j,m_j,K}(\theta',\varphi') e^{-iE'_{\mathbf{v},K,n} t'} e^{-i\mathbf{P}'_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{r}'}. \quad (5)$$

\* 国家自然科学基金(10375026)资助

1) E-mail: lxl8095@eyou.com

2) E-mail: wuss@jlu.edu.cn

然后作 Lorentz 变换<sup>[8]</sup>,  $S$  系下的解为

$$q_{v,j,m_j,K,n}(\mathbf{r},t) = \left( \cosh \frac{\phi}{2} + \sinh \frac{\phi}{2} \boldsymbol{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{v}} \right) N_{K,n} \begin{pmatrix} j_l \left( \frac{x_{K,n} r'}{R_b} \right) \\ \text{isgn}(K) \beta_{K,n} j_l \left( \frac{x_{K,n} r'}{R_b} \right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}}' \end{pmatrix} \psi_{j,m_j,K}(\theta', \varphi') e^{-iE_{v,K,n} t} e^{-i\mathbf{P}_v \cdot \mathbf{r}}, \quad (6)$$

其中

$$E_{v,K,n} = \text{sgn}(n) \frac{\sqrt{x_{K,n}^2 + (m_q^* R_b)^2}}{R_b} \cosh \phi + g_\omega^q \omega, \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_v = \frac{\sqrt{x_{K,n}^2 + (m_q^* R_b)^2}}{R_b} \sinh \phi \hat{\mathbf{v}}. \quad (8)$$

令核子有效质量为<sup>[1, 2, 7]</sup>

$$M_N = 3 \frac{\sqrt{x_{1,1}^2 + (m_q^* R_b)^2}}{R_b} - \frac{Z}{R_b} + B \frac{4}{3} \pi R_b^3. \quad (9)$$

$Z, B$  由下面两式确定,

$$\begin{cases} M_N \Big|_{\text{核子自由且 } R_b=R_b^0} = M_N^0, \\ \frac{\partial M_N}{\partial R_b} \Big|_{\text{核子自由且 } R_b=R_b^0} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

当  $Z, B$  确定后,  $R_b$  由  $\frac{\partial M_N}{\partial R_b} = 0$  确定. 这样夸克场算符为

$$q(\mathbf{r}, t) = \sum_{v,j,m_j,K,n,t,c} A_{v,j,m_j,K,n,t,c} q_{v,j,m_j,K,n}(\mathbf{r}, t) |t\rangle |c\rangle, \quad (11)$$

其中  $t$  代表味,  $c$  代表色. 已知在  $S$  系下处于同时刻的

点之间的距离满足  $d^3 \mathbf{r} = \frac{1}{\cosh \phi} d^3 \mathbf{r}'$ . 由上式可推得

$$\langle F | q^\dagger q | F \rangle = \frac{12}{V} \sum_{k=0}^{k_F} 1, \quad (12)$$

$$\langle F | \bar{q} q | F \rangle = s \frac{12}{V} \sum_{k=0}^{k_F} \frac{1}{\cosh \phi}, \quad (13)$$

其中  $s = \int \bar{q}'_{v,\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,1}(\mathbf{r}', t') q'_{v,\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,1}(\mathbf{r}', t') d^3 \mathbf{r}'$ .

考虑自相互作用的 QHD 介子场方程为<sup>[3, 5, 9]</sup>

$$\begin{cases} m_\sigma^2 \sigma + g_2 \sigma^2 + g_3 \sigma^3 = \langle \Gamma_\sigma \rangle \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle, \\ m_\omega^2 \omega + c_3 \omega^3 = \langle \Gamma_\omega \rangle \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle. \end{cases}, \quad (14)$$

其中  $\Psi$  为核子场算符. 与 QMC 的介子场方程 (2) 和 (3) 相比较, 可得  $\langle \Gamma_\sigma \rangle = 3g_\sigma^q s$  和  $\langle \Gamma_\omega \rangle = 3g_\omega^q$ . 即  $\langle \Gamma_\sigma \rangle$  与核子密度有关, 于是可引入重排项.

### 3 数值结果与分析

由上面的推导, 我们可以求出核物质的结合能  $W$ , 并由  $W|_{\rho_b=\rho_b^0} = W_0$  和  $\frac{\partial W}{\partial \rho_b}|_{\rho_b=\rho_b^0} = 0$  可定出参数  $g_\sigma^q$  和  $g_\omega^q$ . 在数值计算中, 参数取值如下:  $m_q = 5\text{MeV}$ ,  $m_\sigma = 511.198\text{MeV}$ ,  $m_\omega = 783.0\text{MeV}$ ,  $M_N^0 = 938.0\text{MeV}$ <sup>[5]</sup>,  $R_b^0 = 0.6\text{fm}$ ,  $k_F^0 = 1.36\text{fm}^{-1}$ ,  $\rho_b^0 = 0.170\text{fm}^{-3}$ ,  $W_0 = -15.75\text{MeV}$ <sup>[4]</sup>.

表 1 是 QMC 的结果, 第一行是不加自相互作用的结果, 第二行是引用文献[5]中自相互作用系数所得的结果, 第三行是调整自相互作用系数后的结果. 可以看到, 在调整了自相互作用系数之后, 所得核物质性质已在实验范围之内<sup>[10]</sup>.

表 1 QMC 的结果

标号	$g_\sigma^q$	$g_\omega^q$	$c_3$	$g_2/\text{fm}^{-1}$	$g_3$	$(K_v)^{-1}/\text{MeV}$	$\frac{M_N}{M_N^0} \Big _{\rho_b=\rho_b^0}$
1	5.21	2.77	0	0	0	299	0.774
2	5.96	3.54	71.3075	-7.2325	0.6183	347	0.676
3	6.14	3.58	215	-3.24	0	240	0.695

表 2 VDD, SDD 和 QHD 的结果的比较

标号	所引 QMC	$3g_\sigma^q$	$g_\omega$	$c_3$	$g_2/\text{fm}^{-1}$	$g_3$	$g_\sigma(\rho_b=\rho_b^0)$	$(K_v)^{-1}/\text{MeV}$	$\frac{M_N}{M_N^0} \Big _{\rho_b=\rho_b^0}$	
VDD	1	13.39	5.43	0	0	0	5.44	242	0.848	
	2	1	20.52	12.35	71.3075	-7.2325	0.6183	8.34	196	0.521
	3	2	11.89	3.36	71.3075	-7.2325	0.6183	4.41	242	0.884
SDD	1	1	13.40	5.44	0	0	5.44	241	0.870	
	2	1	21.59	13.26	71.3075	-7.2325	0.6183	8.77	246	0.53
	3	2	11.91	3.39	71.3075	-7.2325	0.6183	4.42	241	0.91
QHD <sup>[11]</sup>	-	-	-	12.67	0	0	9.55	546	0.55	

表2是VDD, SDD和QHD的结果的比较, 可以看出, 当把核子内部结构的信息通过耦合常数 $g_\sigma$  (即 $\langle T_\sigma \rangle$ )引入之后, VDD和SDD所得的不可压缩模量已基本在实验范围之内<sup>[10]</sup>, 比之认为 $g_\sigma$ 不变的QHD所得的结果<sup>[11]</sup>要好很多, 可见核子结构对核物质性质有显著影响. 另外, 已知VDD中不含重排项, 只有SDD中才含有重排项. 从表2还可以看到, 对于标号1和3, VDD和SDD所得的不可压缩模量相差不多, 这说明在这一问题上, 重排项的贡献不大. 而对于标号2, VDD和SDD所得的不可压缩模量相差很多, 这可能是因为QMC中没加自相互作用, 而在QHD中却加了自相互作用.

最后, 我们又把文献[12]中图1所示的口袋常数 $B$ 的变化趋势引入到QMC中, 且为了与文献[12]统一, 改参数 $m_q = 0$ ,  $m_\sigma = 550\text{MeV}$ ,  $M_N^0 = 939\text{MeV}$ ,  $R_b^0 = 0.8\text{fm}$ . 所得结果是, 核子半径是随核子密度的增加而增大的, 而当认为 $B$ 不随核子密度变化时, 核子半径是随核子密度的增加而减小的. 把此时QMC所得的 $g_\sigma$ 的变化趋势引入到VDD和SDD中, 所得结果

如表3所示.

表3 认为 $B$ 是变化的结果

加不加自相互作用		$(K_v)^{-1}/\text{MeV}$	$\frac{M_N^0}{M_N^0} \Big _{\rho_b=\rho_b^0}$
QMC	不加	406	0.746
	加	242	0.875
VDD	不加	250	0.836
	加	242	0.898
SDD	不加	248	0.866
	加		

## 4 结论

数值分析表明, 核子结构对核物质性质有显著影响, 在QHD中加入核子结构信息后, 使得核物质性质的计算有明显改善. 当在QMC和QHD中都不加或都加自相互作用时, VDD和SDD对不可压缩模量的计算相差不多, 说明在这一问题上, 重排项的贡献不大.

作者感谢理论中心的老师, 同学和北京大学刘玉鑫老师的帮助.

## 参考文献(References)

- 1 Guichon P A M. Phys. Lett., 1988, **B200**: 235—240
- 2 Guichon P A M, Saito K, Rodionov E et al. Nucl. Phys., 1996, **A601**: 349—379
- 3 Fuchs C, Lenske H, Wolter H H. Phys. Rev., 1995, **C52**: 3043—3060
- 4 Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 35—50
- 5 Sugahara Y, Toki H. Nucl. Phys., 1994, **A579**: 557—572
- 6 ZENG Jin-Yan. Quantum Mechanics. 3rd edition. Beijing: Science Publisher, 2000. 611—617 (in Chinese)  
(曾谨言. 量子力学. 第三版. 北京: 科学出版社, 2000. 611—617)
- 7 Greiner W, Schäfer A. Quantum Chromodynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 108—129
- 8 Betz M, Goldflam R. Phys. Rev., 1983, **D28**: 2848—2861
- 9 Lenske H, Fuchs C. Phys. Lett., 1995, **B345**: 355—360
- 10 Blaizot J P. Phys. Rep., 1980, **64**: 171—248
- 11 Chin S A, Walecka J D. Phys. Lett., 1974, **B52**: 24—28
- 12 LIU Yu-Xin, GAO Dong-Feng, GAO Hua. Nucl. Phys., 2001, **A695**: 353—364

# Influence of the Nucleon Struture on Nuclear Matter<sup>\*</sup>

LANG Xiao-Li<sup>1)</sup> WU Shi-Shu<sup>2)</sup>

(Center for Theoretical Physics, College of Physics, Jilin University, Changchun 130023, China)

**Abstract** In this paper we calculated some properties of nuclear matter using the quark-meson coupling model (QMC) with self-interactions, and obtained the density-dependent coupling constant between nucleon and scalar meson. Then we analyzed the contribution of nucleon structure to the properties of nuclear matter by introducing the variation of the coupling constant into VDD and SDD. Numerical results suggest that the influence of the nucleon struture on the properties of nuclear matter is obvious.

**Key words** QMC, covariant MIT bag model, self-interaction, incompressibility, QHD, rearrangement, VDD, SDD

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (10375026)

1) E-mail: lxl8095@eyou.com

2) E-mail: wuss@jlu.edu.cn