

基于 Hilbert 变换的相空间重建方法在 HLS 逐束团测量系统中的应用*

郑凯¹⁾ 王筠华 刘祖平 李为民 孙葆根 刘建宏
杨永良 周泽然 陈园博 黄龙君

(中国科学技术大学国家同步辐射实验室 合肥 230029)

摘要 引入基于 Hilbert 变换的相空间重建手段,对合肥光源(HLS)逐束团测量系统采集的数据进行了全面的分析,其中包括单个束流位置监测器(BPM)数据的相空间重建,逐圈逐束团振荡相位信息、束团振荡模式信息、逐束团横向工作点(tune 值)变换.提出了新的分析束团 tune 值的手段,提供传统方法无可比拟的更高的时间和频率分辨率.还对不同模式的阻尼率进行了计算,这为衡量逐束团反馈系统的效果提供了确实可靠的方法.

关键词 逐束团测量系统 Hilbert 变换 相空间重建

1 引言

HLS 电子储存环是专用的同步辐射装置.电子以 200MeV 注入储存环,在 800MeV, 100—300mA 的流强下运行.合肥光源周长为 66m, RF 频率为 204MHz,谐波数为 45,用以探测束流位置信号的钮扣电极 4 个一组的以斜 45° 安装在真空室内.合肥光源采用多圈多次全束团注入方式.

逐束团测量系统是用于测量每个束团瞬时位置信号的,在 HLS 搭建的逐束团测量和反馈系统统称为 BxB 系统^[1, 2].本文的所有实验数据均来自于 BxB 的横向测量系统.

2 理论基础

2.1 Hilbert 变换

考虑两个以 t 为变量的实函数 $x(t)$ 和 $\tilde{x}(t)$, 如果满足以下关系^[3]

$$\tilde{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad (1)$$

就称为连续 Hilbert 变换,而 $x(t)$ 和 $\tilde{x}(t)$ 就互为 Hilbert 变换对.典型的例子就是 $\cos\omega_0 t$ 和 $\sin\omega_0 t$.对于离散序列也有同样的表达,写作

$$\tilde{x}[n] = \frac{2}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k] \frac{\sin^2(k\pi/2)}{k}, \quad (2)$$

在实际的应用中可以先对 $x[n]$ 做离散的傅里叶变换,再将得到的正频信号翻转 +90°, 将负频信号翻转 -90°, 再把结果进行傅里叶的逆变换.在对离散的序列进行变换的时候,要注意到大于 1/2 采样频率的信号被当作负频率信号处理.

需要说明的是,在采用 Hilbert 变换的时候,数据段的头部和尾部可能会出现较大的误差,所以在 HLS 的数据处理过程中,设置头尾截断长度,将较大误差数据截除,在 HLS, 该截断长度为 300.

2.2 信号处理

从 BxB 探测系统得到的束流位置信号可以写为 s_n^k , 表达式为^[4, 5]

$$s_n^k = a_n^k \cos(2\pi n\nu + \phi_n^k) = \text{Re}\{u_n^k\}, \quad (3)$$

2006 - 06 - 02 收稿

* 国家自然科学基金(10175063)和国家自然科学基金重点基金(10535040)资助

1) E-mail: kzheng@mail.ustc.edu.cn

$$u_n^k = a_n^k e^{j(2\pi n\nu + \phi_n^k)}, \quad (4)$$

u_n^k 即包含了完整的束团振荡幅度和相位信息, 其中 n 代表采样的圈号, 而 k 代表束团号. 以 u_n^k 作为下面研究和分析的对象, u_n^k 可以通过下式得到

$$u_n^k \approx s_n^k - j\tilde{s}_n^k, \quad (5)$$

其中 \tilde{s}_n^k 即为 s_n^k 的 Hilbert 变换对.

在此基础上进行耦合模式的分析就变得十分方便, 只需将 u_n^k 进行离散的傅里叶变化就可以得到结果.

$$U_n^m = A_n^m e^{j(2\pi n\nu + \Phi_n^m)} = \sum_{k=0}^{N-1} u_n^k e^{-j2\pi mk/N}, \quad (6)$$

U_n^m 就是耦合束团的模式.

再从束流的角度出发, 某点的束团的横向位置信号通常被描述为

$$x(s) = a\sqrt{\beta(s)} \cos\left(\int_0^s \frac{ds}{\beta(s)} + \phi_0\right), \quad (7)$$

对该信号在 s 方向进行微分得到

$$x'(s) = \frac{-1}{\beta(s)} \left[\alpha x(s) + a\sqrt{\beta(s)} \sin\left(\int_0^s \frac{ds}{\beta(s)} + \phi_0\right) \right], \quad (8)$$

公式(8)中的第二项就是对 $x(s)$ 进行 Hilbert 变换的结果, 只需再配合测量点的 twiss 参数就可以描述相空间的运动了.

信号处理的过程中为了“净化”波形, 程序的编写中还采用了一些自适应的频域加窗或者滤波的手段, 此处不做过多说明.

3 实验结论

3.1 相空间图像

如上节所述, 通过一个 BPM 所采集到的数据配合 BPM 处的 twiss 参数, 可以绘制束团的相空间曲线. 图1的3张图片的绘图点数均为 1000 点. 相邻的3个束团在相同时段域相空间呈现了完全不同的运动方式. 不过统一的在这3张图中都表现了19阶共振的现象. 所选择的 BPM 编号为 Q7S, 运行时的相关参数如下: $\beta_y = 8.6658\text{m}$, $\alpha_y = -1.3764$, $\text{tune}_y = 2.6316$.

3.2 束团振荡跟踪测量

对于束团串的跟踪测量, 典型的分析方法有追踪束团振荡的强度随时间的变化关系(图2), 束团振荡的相位随时间变化的关系(图3), 束团振荡的频率随时间变化的关系(图4).

图2—图7皆来自于2004年10月23日凌晨4:45分的激励实验的结果. 图2中可以看出从开始计数30000圈左右束团振荡加剧, 在35000圈左右撤销激励信号, 束团自然阻尼.

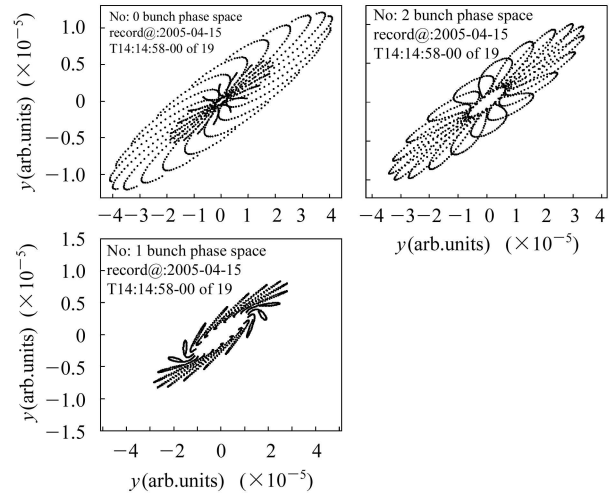


图1 相邻的3个束团在正常运行状态下的相空间曲线

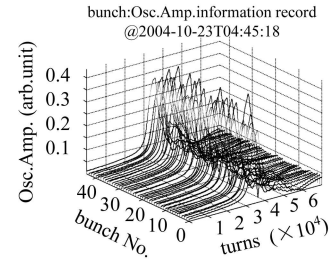


图2 束团振荡幅度随时间变化

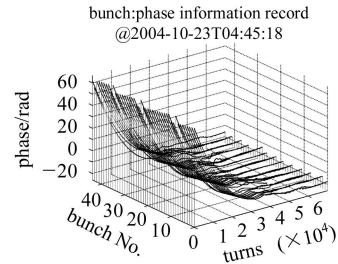


图3 束团振荡相位随时间变化

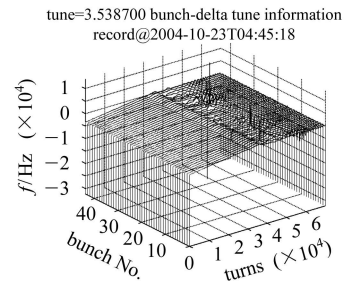


图4 束团振荡频率随时间变化

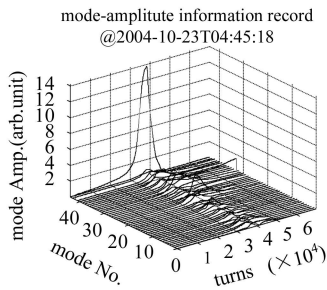


图 5 模式振荡幅度随时间变化

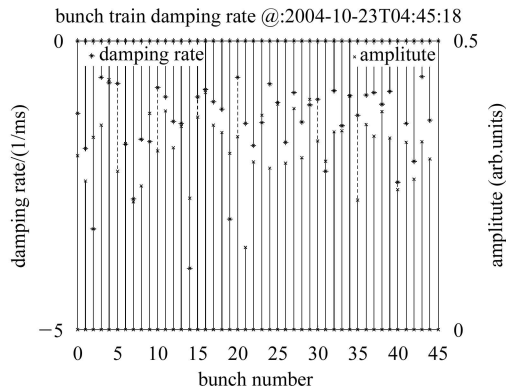


图 6 逐束团振荡阻尼率同束团振荡强度

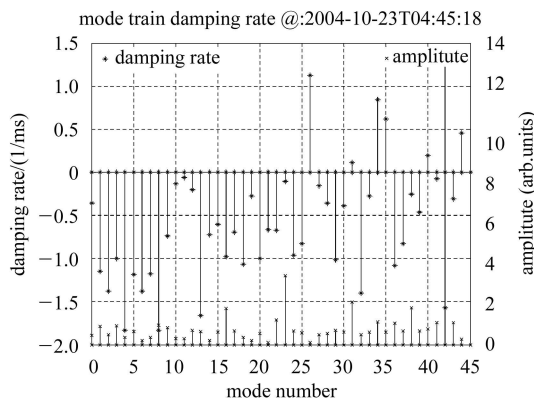


图 7 逐模式振荡阻尼率同模式振荡强度

在处理束团振荡的相位时，首先通过 FFT 变换 (Fast Fourier Transform Algorithm) 计算出每一个束团的 tune 值，再通过统计学中求模的方法寻找一个在这 45 个 tune 值中出现最频繁的频率或者寻找一个最频繁出现的频率区间的中间值¹⁾。这个值就是束团振荡的平均 tune 值，利用这个值计算出参考束团在每一圈的相位，将 u_n^k 的相位减去该参考束团信号的相位，再减去不同束团在一圈内抵达 BPM 时间不同而引入的相位差，就可以得到每一个束团在每圈的某一个标准时刻的相对相位信息了。从图 3 可以看出在前 30000

圈，实际束团的相位同参考束团相位之间存在着相当大的差别，而后面的 30000 圈差别很小，这证明了所得到的束团 tune 值仅为后面一段数据的结果。束团相位之间存在明显的阶梯状分布，该分布也就是耦合束团不稳定性的模的信息，即不同束团振荡过程中存在某种固定的相位差。

得到该标准相位信息差后，对其进行微分，即可得到束团每圈的相对 tune 值振荡信息 (图 4)。该方法不同于以往传统的或者改进傅里叶分析方法，如 NAFF，插值 FFT 等，再或者是帧重叠这样的技术，因为基于 FFT 变换的算法都需读取一段一定长度的数据信号以保证其频域的分辨率。既然是一段信号的变换，就不可避免的存在某种平均效应。在分析储存环束流这样的时变信号的时候，往往会遗漏十分重要的信息，譬如储存环上突然出现的扰动而带来的相位的跳变，在某一小段时间内 tune 值被某种外来的频率所调制等不可预期的情况。在新的方法之下可以以 Hz 量级的分辨率监测束团每一圈的频率变化，当然也可以监测到外界的瞬时干扰对束团运动的细微扰动和影响。

该组实验中，tune 值的参考频率为 3.5387，从图中前段可以看到束团的 tune 值随时间变化有一缓慢的增长过程，从 -4K 到 0；而在中间部分，由于激励信号的撤除而引起的部分束团的相位跳变，表现在频域上为一尖峰；在后面一段，束团自由阻尼的过程中，频率有轻微几十 Hz 的抖动，证明束流仍受到某种频率的干扰，该频率以调频的方式作用在横向振荡的频率上。

3.3 模式振荡追踪

对于图 3 中出现的束团间的相位存在某一固定的相位差，即代表着某种不稳定模的出现^[2]。

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n}{M} \quad 0 \leq n \leq M. \quad (9)$$

所对应的模式随时间变化的关系由公式 (6) 算出由图 5 表示。利用 Hilbert 重建的信号可以如实逐圈反应模式的振荡和变化，较选择某一时间段计算的平局结果而言更准确，也更具有说服力。图中可以清晰的看到第 42 号模的振荡尤为剧烈。

3.4 振荡的阻尼率

图 2 和图 5 分别绘制出了束团振荡幅度和模式振荡的阻尼曲线，相应的就可以利用指数拟合的方式

1) Labview help

计算出其阻尼率, 从而研究储存环的阻尼机制. 图 6 即为不同束团的阻尼时间, 选择的数据段从 36200 至 39300. 从中可以看出, 不同束团因为其自身振荡的差异导致阻尼时间并不相同, 不过总的来说, 45 个束团的阻尼时间还是在同一个量级上.

再观察同一段数据的模式振荡图(图 7), 其中振荡最为剧烈的 42 号模的阻尼率绝对值大于 $1.5(\text{ms}^{-1})$, 证明束团总体来说振荡受到了阻尼, 幅度衰减, 但是同时也可以发现有 5 个振幅不太大的模式的振荡并没有衰减, 反而在增强, 证明束团振荡模式的能量通过束团间的相互作用在不同的模式间传递.

4 结论

基于 Hilbert 变换的相空间重建的方法成功的运用在 HLS 的逐束团测量系统的信号处理中, 得到了诸如逐束团相空间的曲线; 逐束团逐圈的相位变化; 逐束团逐圈 tune 值变化; 逐模式逐圈振荡幅度变化等曲线. 其中利用相空间重建数据回算 tune 值的方法提供了以往算法无法得到的时域和频域的分辨率, 揭示了束团瞬态的相位变化和 Hz 量级的 tune 值被调制现象. 为进一步深入研究束流不稳定性提供了更为有效的诊断手段.

参考文献(References)

- 1 WANG Jun-Hua, LIU J H, ZHENG K et al. HPL & PB, 2006, **18**(2): 291—297 (in Chinese)
(王筠华, 刘建宏, 郑凯等. 强激光与粒子束, 2006, **18**(2): 291—297)
- 2 ZHENG Kai, WANG J H, LIU J H et al. HEP & NP, 2006, **30**(6): 1—5 (in Chinese)
(郑凯, 王筠华, 刘建宏等. 高能物理与核物理, 2006, **30**(6): 1—5)
- 3 XU Shou-Shi. Signal and System. Hefei: the University of Science and Technology Press, 1999. 301—303(in Chinese)
(徐守时. 信号与系统: 理论·方法和应用, 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1999. 301—303)
- 4 Prabhakar S et al. Phase Space Tracking of Coupled-Bunch Instabilities. Physical Review Special Topics- Accelerators and Beams, 1999, **2**: 084411
- 5 LIU Jian-Hong. The Development of Beam Detect System and the Reasearch of Instability in HLS Thesis for Doctor Degree. University of Science and Technology of China (in Chinese)
(刘建宏. HLS 测量系统研制及不稳定性初步研究. 博士学位论文, 中国科学技术大学)

Application of Hilbert-Transform-Phase-Space-Reconstruction in HLS Bunch-by-Bunch System *

ZHENG Kai¹⁾ WANG Jun-Hua LIU Zu-Ping LI Wei-Min SUN Bao-Gen LIU Jian-Hong
YANG Yong-Liang ZHOU Ze-Ran CHEN Yuan-Bo HUANG Long-Jun

(National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

Abstract In this paper, we introduce the phase space reconstruction method based on Hilbert transform to comprehensively analyse the Bunch-by-bunch measurement record. The analyzing results include one beam position monitor (BPM) phase space reconstruction, bunch oscillation's phase information, mode diagnosing, tune evolvement regressed from phase space and the damping rate of the mode and bunch oscillation. The new method to calculate the tune evolvement exhibits a very high resolution both in time domain and frequency domain without any time domain average. The exponential fit to the mode and bunch oscillation damping curve are also exhibited in this paper.

Key words bunch-by-bunch measurement system, Hilbert-transform, phase-space reconstruction

Received 2 June 2006

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10175063) and National Natural Science Key Foundation of China (10535040)

1) E-mail: kzheng@mail.ustc.edu.cn